Условия задач
Открытой межрегиональной олимпиады
по астрономии имени Ф.А. Бредихина
9 класс

№1. ***«Известный астеризм, его звезды и координаты места фотосъемки»***

Условие 1. Вашему вниманию на рис. 1 представлен очень известный астеризм из 7 ярких звезд ночного небосвода Самарской области. Определите:

1. Какие из ниже представленных объектов космоса не могут находиться в созвездии, которому принадлежит эта семерка звезд? **(1 балл за объект)**

1. Луна	2. Планетарная туманность	3. Галактика	4. Рассеянное звездное скопление
5. Комета	6. Юпитер	7. Двойная звезда	8. Веста (астероид)

2. Какие из представленных ниже созвездий имеют общую границу с созвездием, которому принадлежат звезды этого астеризма? **(1 балл за объект)**

1. Дракон	2. Орион	3. Пегас	4. Лира
5. Лебедь	6. Гончие Псы	7. Северная Корона	8. Малый Лев

Условие 2. Вашему вниманию в табл. 1 представлены экваториальные координаты 7 указанных звезд.

Обоз-ние звезды	α_*	δ_*	m_*, ^{m}	Обоз-ние звезды	α_*	δ_*	m_*, ^{m}
α	$11^{\mathrm{h}}03^{\mathrm{m}}44^{\mathrm{s}}$	$+61°45'03''$	1.81	ε	$12^{\mathrm{h}}54^{\mathrm{m}}02^{\mathrm{s}}$	$+55°57'35''$	1.76
β	$11^{\mathrm{h}}01^{\mathrm{m}}50^{\mathrm{s}}$	$+56°22'57''$	2.34	ζ	$13^{\mathrm{h}}23^{\mathrm{m}}56^{\mathrm{s}}$	$+54°55'31''$	2.23
γ	$11^{\mathrm{h}}53^{\mathrm{m}}50^{\mathrm{s}}$	$+53°41'41''$	2.41	η	$13^{\mathrm{h}}47^{\mathrm{m}}32^{\mathrm{s}}$	$+49°18'48''$	1.86
δ	$12^{\mathrm{h}}15^{\mathrm{m}}26^{\mathrm{s}}$	$+57°01'57''$	3.32	–	–	–	–

Примечание: α_* – прямое восхождение светила, δ_* – склонение светила; m_* – видимая звездная величина.
Таблица 1. Экваториальные координаты и видимые звездные величины 7 ярчайших звезд данного кадра.

Оцените:

3. Широту места съемки астеризма (в градусах, до целых). Математический горизонт места съемки совпадает с нижней границей кадра. **(4 балла)**

4. Долготу места съемки (в часах и минутах, до целых), если известно, что кадр был получен в местную среднюю полночь, фотограф в этот момент находился в 5-й часовой зоне, соответствующей 6-му часовому поясу, а его часы в этот момент показывали время 5-й зоны: 00 часов 25 минут. **(3 балла)**

5. Дату фотосъемки. Уравнением времени пренебречь. **(3 балла)**

6. Вычислите интегральную звездную величину представленного астеризма. **(4 балла)**

№ 2. ***«Небулярная гипотеза Фая и протопланетное облако»***

В 1884 году французский астроном Э. Фай сформулировал небулярную гипотезу образования Солнечной системы. Согласно одному из положений гипотезы, все планеты, видимые сегодня невооруженным глазом, сформировались раньше Солнца в плотном однородном газопылевом облаке, имеющим форму шара. Данное облако имело радиус $\mathfrak{R}_c \approx 10$ а. е., сила притяжения F_{at} в котором была пропорциональна расстоянию до его центра (см. рис. 2). Сатурн, пребывая на внешней границе облака двигался вокруг центра последнего с периодом, в $\sqrt{3}$ раза меньшим настоящего значения. Определите:

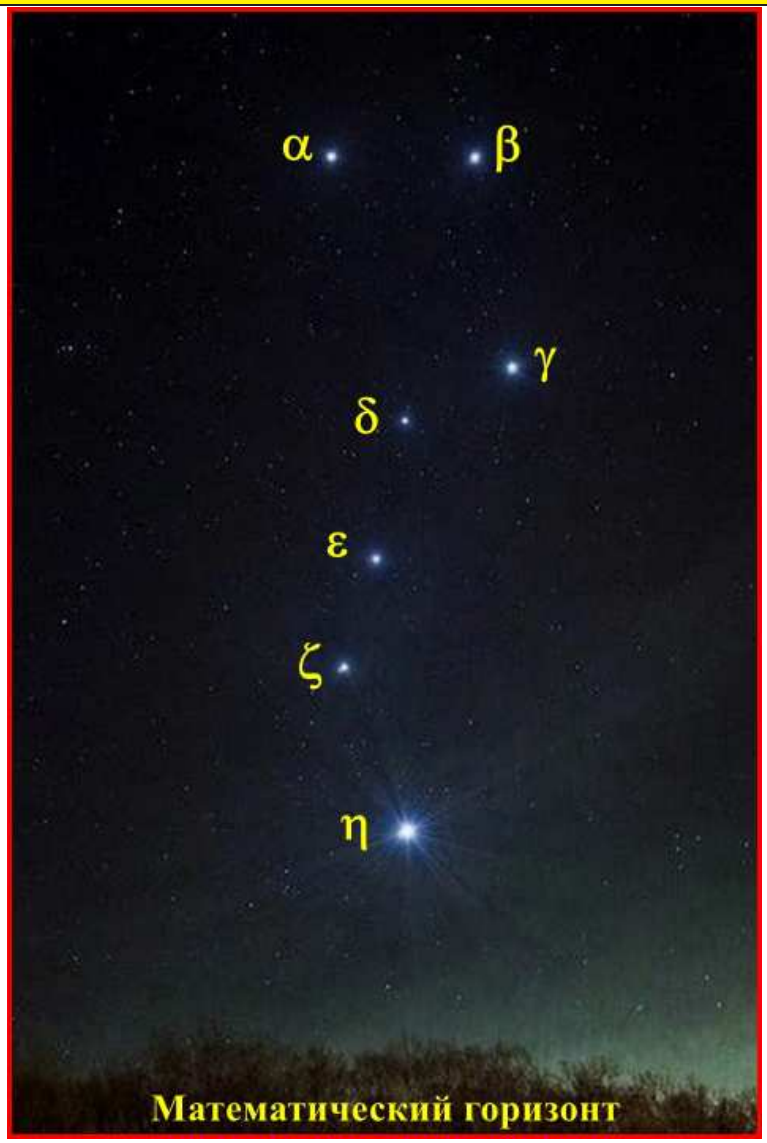

Рис. 1. К определению одного очень известного астеризма из 7 звезд. Здесь нижняя граница кадра совпадает с математическим горизонтом.

1. Массу протопланетного облака (в массах Солнца, до сотых долей) и его среднюю массовую плотность (в кг/м^3, до миллиардных долей). (**2+2 балла**)

2. Параметр F_0 (см. рис. 2, в ньютонах, до 10^{-6}) данной гипотезы. (**3 балла**)

3. Угловую (в град/сут, до 10^{-3}) и линейную (в км/с, до сотых) скорости, а также центростремительное ускорение (в м/с^2, до 10^{-7}) вещества облака на сегодняшней орбите Земли. (**2+1+1 балла**)

4. Постройте график зависимости линейной орбитальной скорости пробного тела, как функцию расстояния $r/\mathfrak{R}_c$ в интервале $(0, 20)$. (**6 баллов**)

5. Чему равно минимальное расстояние (в а. е., до целых) между точками сегодняшней орбиты Земли и орбиты гипотетического тела, сформировавшегося за пределами данного облака, у которого линейная орбитальная скорость такая же как и у вещества облака на земной орбите? Орбиты всех планет, порций вещества внутри облака и тела являются круговыми. (**3 балла**)

№ 3. ***«Нескучная статистика видимых звезд»***

Как известно, на земном небосводе существует, приблизительно, $N_{\rm tot} = 6000$ звезд, видимых невооруженным глазом в оптимальных условиях. При этом проницающая способность адаптированного к темноте человеческого глаза, как правило, определяется значением $m_{\rm г} = +6.5^{\rm m}$. С учетом того, что самая яркая звезда небосвода – Сириус имеет видимую звездную величину – $m_{\rm Sirius} = -1.46^{\rm m}$, то все эти звезды можно поделить на 8 классов, принадлежащих следующим полуинтервалам звездных величин: $[-1.5^{\rm m}, -0.5^{\rm m})$, $[-0.5^{\rm m}, +0.5^{\rm m})$, $[+0.5^{\rm m}, +1.5^{\rm m})$,...

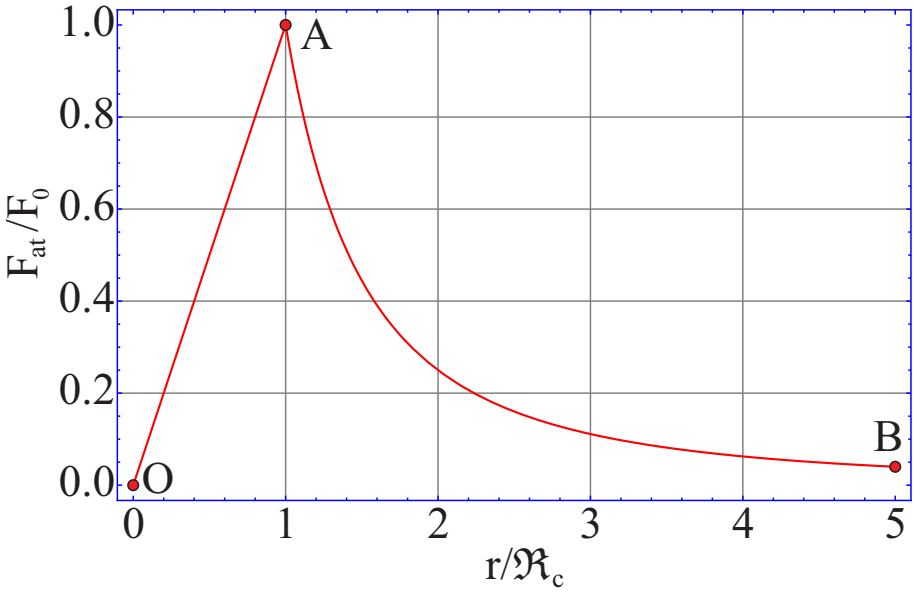

Рис. 2. Зависимость силы притяжения $F_{\rm at}$ (в единицах F_0), действующей на пробное тело с массой $m_0 = 1.0$ кг со стороны плотного однородного газопылевого облака от расстояния r до его центра, выраженного в долях его радиуса $\mathfrak{R}_c$.

$[+5.5^{\rm m}, +6.5^{\rm m})$. При этом полуинтервалу $[-1.5^{\rm m}, -0.5^{\rm m})$ принадлежат лишь две звезды – Сириус и Канопус. Предположим, что все звезды, видимые невооруженным глазом и принадлежащие этим классам, подчиняются закону геометрической прогрессии. Определите:

1. Фактор этой прогрессии, при условии что он обеспечивает общее количество звезд, видимых невооруженным глазом, отличающееся от $N_{\rm tot}$ не более чем 1 звезду. **(8 баллов)**

2. Рассчитайте количества звезд, принадлежащие этим 8 полуинтервалам. **(4 балла)**

3. Рассчитайте те же количества звезд с помощью аппроксимационной формулы, полученной на основе данных наблюдений:

$$N_s(m_{\rm max}) = [10^{(0.754+0.4896(m_{\rm max}-0.3)+0.001159(m_{\rm max}-0.3)^2-0.000235(m_{\rm max}-0.3)^3)}], \qquad (1)$$

здесь $N_s(m_{\rm max})$ – количество звезд, видимых на небосводе, видимая звездная величина которых не превосходит $m_{\rm max}$; в правой части квадратными скобками обозначена операция взятия целой части. **(4 балла)**

4. Для звезд какого полуинтервала относительное отклонение количества звезд, полученного с помощью метода геометрической прогрессии, от результата, полученного с помощью формулы (1), принимает а) максимальное, б) минимальное значение? **(4 балла)**

№4. *«Большое солнечное гало: его формирование и наблюдения»*

Условие. В нижних слоях атмосферы Земли (при определенных условиях) вокруг яркого светила небосвода (Солнца или Луны) возможно формирование светящегося круглого кольца – *гало*, центр которого для земного наблюдателя совпадает с центром этого светила. Выделяют большое и малое гало. Причина формирования большого гало – двухкратное преломление световых лучей от небесного светила на двух взаимно перпендикулярных гранях кристаллов водяного льда, парящих в атмосфере Земли, и последующее их отклонение на угол ψ относительно исходного направления распространения света. *Докажите*, что

1. Угловой радиус большого гало с позиции земного наблюдателя равен $\rho_H = \psi = 46.2°$, при условии, что последнее формируется световыми лучами, имеющими симметричный ход относительно преломляющих граней кристалла. Абсолютный показатель преломления кристаллов водяного льда примите равным $n = 1.312$. (**8 баллов**)

Определите:

2. Возможные значения географической широты (с точностью до минуты) точек поверхности Земли, в которых существует принципиальная возможность каждые сутки в течение года

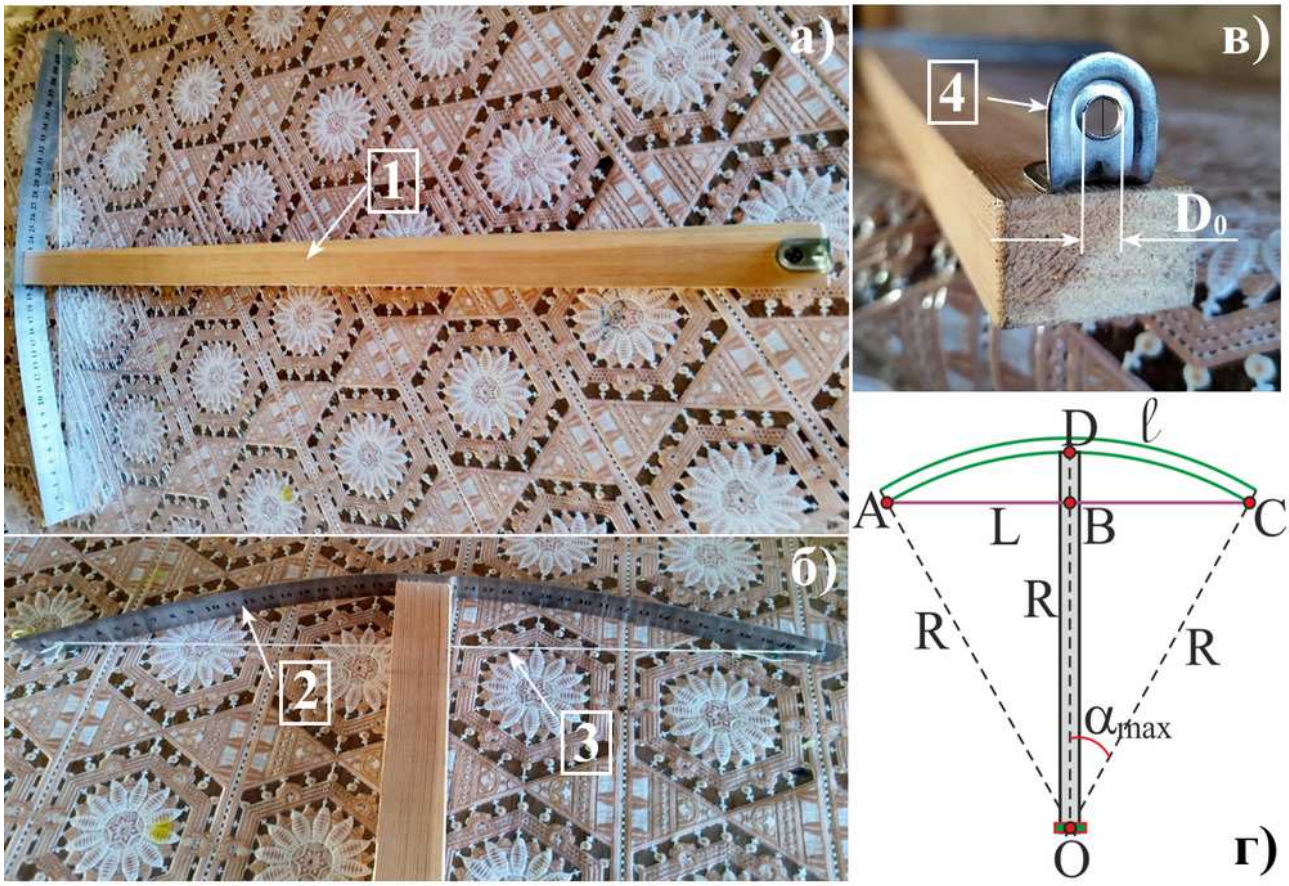

Рис. 3. К определению: а), б), в) «астрономического арбалета» и его основных составляющих; принципиальной схемы измерительного инструмента.

наблюдать над горизонтом всю дугу (кольцо) большого *солнечного* гало с угловым радиусом $\rho_H = 46.2°$. (**8 баллов**)

3. Какую долю составляет область небосвода, заключенная внутри большого гало, от всего небосвода, наблюдаемого в данный момент с поверхности Земли, в равнинной местности? (**4 балла**)

№5. ***«Астрономический арбалет: его устройство и характеристики»***

Условие. Для астрометрических измерений астроном-любитель изготовил самодельный инструмент для измерения углов – «астрономический арбалет» по схеме, представленной на рис. 3.а)-в). Здесь в качестве основы инструмента использован прямой деревянный брус $\boxed{1}$, в качестве измерительной части – металлическая линейка $\boxed{2}$ с пределом измерений $\ell = 40$ см и ценой деления $s_0 = 1$ мм, с проушинами на краях (A и C) ее шкалы, закрепленная серединой своей шкалы в точке D. В качестве стяжителя линейки, стягивающего последнюю в дугу окружности радиуса R ($R = OA = OD = OC$, см. рис. 3.г), использована шелковая нерастяжимая нить $\boxed{3}$, и в качестве мушки – металлический уголок $\boxed{4}$ с выходным отверстием диаметром $D_0 = 5$ мм, в которое вклеен визир – тонкая вертикальная нить (точка O). Определите:

1. *Максимальный угловой диаметр поля зрения такого инструмента*[1] в дневное ($\gamma_{\text{д}}^{(\max)}$) и ночное ($\gamma_{\text{н}}^{(\max)}$) время суток, при наблюдении одним <u>*неподвижным*</u> глазом через смотровое отверстие уголка, если линейный диаметр зрачка астронома-любителя в дневное время составляет $D_{\text{д}} = 2$ мм, в ночное время – $D_{\text{н}} = 6$ мм, а расстояние от его зрачка до визира (центра дуги окружности линейки) $r_0 \geq 25$ мм. **(6 баллов)**

[1] ***Угловой диаметр поля зрения какого-либо инструмента*** – это угол между двумя световыми лучами, пришедшими от двух пограничных диаметрально противоположных точек участка небосвода, видимого в данный инструмент.

2. *Проницающую способность* ($m_г$) *глаза астронома*[2] при наблюдении светила в ночное время через смотровое отверстие уголка, если эта характеристика для того же глаза ночью вне инструмента составляет $m_г^{(0)} = +6^m$. **(3 балла)**

3. Какие системы «планета-спутник» в Солнечной системе можно разрешить в этот инструмент? Орбиты планет и спутников считать круговыми. **(4 балла)**

4. Максимальное количество (N_{max}) широких двойных звезд (ШДЗ), расположенных в окрестности Солнечной системы, которые могут быть разрешены в данный инструмент, если известно, что концентрация звезд в окрестности Солнца составляет 0.11 пк$^{-3}$, при этом каждая вторая звезда является двойной. Лишь 1% из этих двойных являются ШДЗ. При этом большие полуоси орбит относительного движения компонентов ШДЗ не превышают 10% от среднего расстояния между любыми звездами в окрестности Солнца, а эксцентриситеты могут принимать любые значения из полуинтервала $[0, 1)$. Следует считать, что светимости всех звезд в окрестности Солнечной системы существенно не превосходят светимости Солнца. **(7 баллов)**

Пояснение. Для избежания дрожания инструмента, обусловленного биением сердца наблюдателя при его мануальной эксплуатации, астроном-любитель устанавливает этот инструмент на специальный штатив с поворотной головкой для его пространственной ориентации. Подсветка шкалы в ночное время осуществляется красным светодиодным фонариком.

№6. *«Эволюция орбиты МКС и ее коррекция»*

Условие. На рис. 4 представлена зависимость высоты (h) орбиты Международной космической станции (МКС) над поверхностью Земли в период 17.06.2015 по 17.06.2016 гг. *Вертикальные* «скачки» высоты орбиты здесь отвечают моментам коррекции ("подъема") орбиты станции с помощью пристыкованных космических аппаратов (КА). С использованием данного графика, определите:

1. Минимальное и максимальное значения периода обращения МКС вокруг Земли (в секундах, до целых) и ее орбитальной скорости (в м/с, до целых) в течение указанного промежутка времени. **(3+3 балла)**

2. Даты "подъема" орбиты станции, когда высота последней претерпела: а) минимальное, б) максимальное изменение. Определите изменение высоты орбиты в эти подъемы (с точностью до 50 м). Операции маневра M_1 и M_2 не учитывать. **(4 балла)**

3. Минимальную полезную работу (в МДж, до десятых), совершенную КА "Прогресс" во время подъема станции в даты, определенные в пункте 2. Масса МКС равна 440 тонн, масса КА – 7 тонн. **(4 балла)**

4. Приращение скорости (в м/с, до сотых долей), сообщенное станции КА "Прогресс", в результате которого, высота орбиты станции увеличилась скачкообразно в даты, определенные в пункте 2. **(3 балла)**

5. Среднее арифметическое значение изменения высоты (в км, до сотых) орбиты МКС в течение указанного промежутка времени, обусловленное лишь "подъемами" ее орбиты. Операции маневра M_1 и M_2 не учитывать. **(3 балла)**

Орбиту МКС вне "подъемов" на каждом обороте следует считать круговой.

На решение задач данного этапа Олимпиады участникам отводится 4 часа.

[2] ***Проницающей способностью какого-либо оптического инструмента*** называется максимальная звездная величина точечного источника света, который еще может быть наблюдаем на пределе возможностей в данной инструмент.

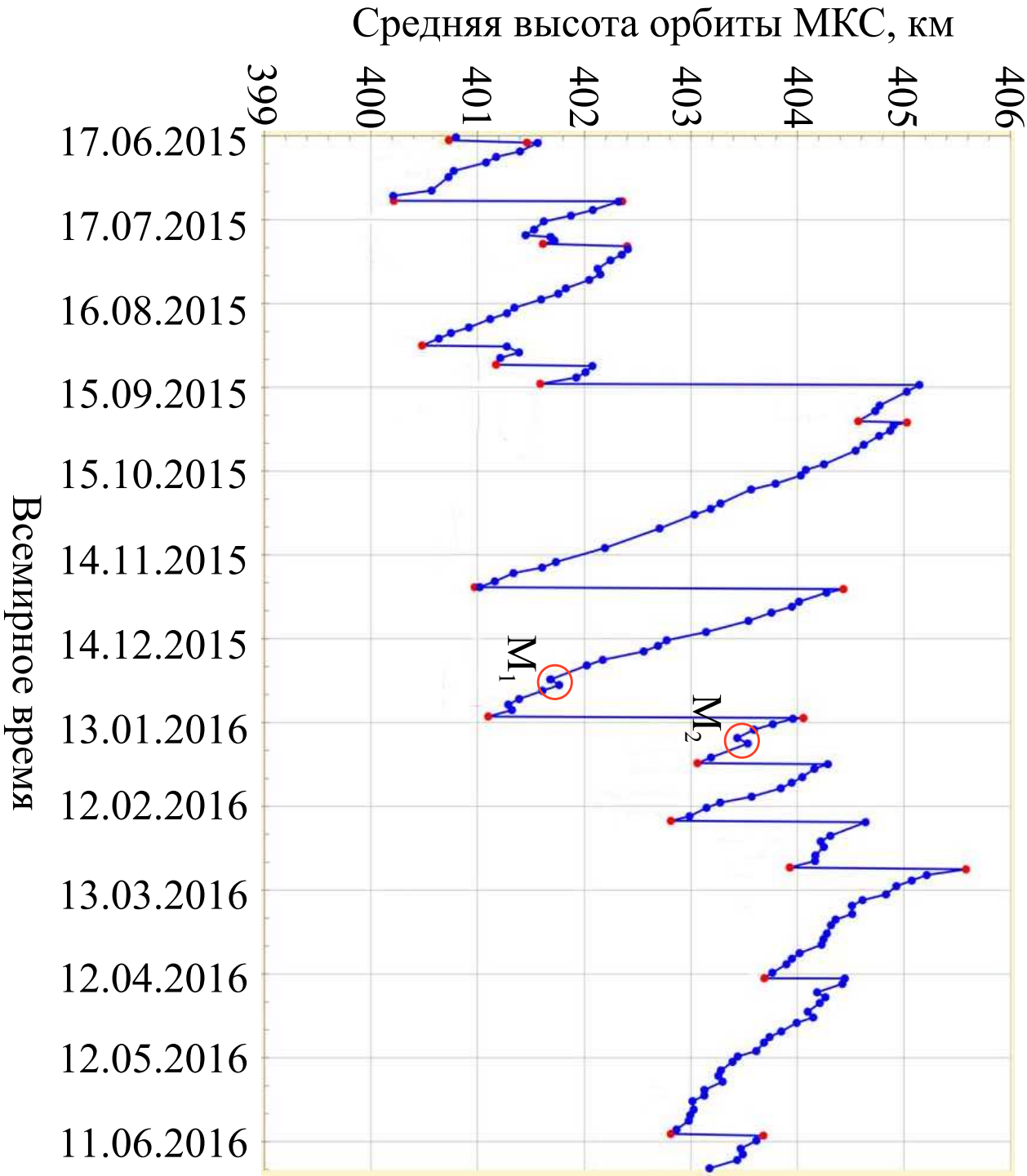

Рис. 4. Изменение средней высоты орбиты МКС в период с 17.06.2015 по 17.06.2016 гг.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- *Гравитационная постоянная* – $G = 6.674 \cdot 10^{-11}$ м^3· кг$^{-1} \cdot c^{-2}$
- *Скорость света в вакууме* – $c = 2.998 \cdot 10^8$ м/с
- *Универсальная газовая постоянная* – $R = 8.31$ кг·м^2· с$^{-2}$·К$^{-1}$· моль$^{-1}$
- *Постоянная Стефана-Больцмана* – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ кг·с$^{-3}$·К$^{-4}$
- *Масса протона* – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
- *Масса электрона* – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
- *Астрономическая единица* – 1 а.е. $= 1.496 \cdot 10^{11}$ м
- *Парсек* – 1 пк = 206265 а.е. $= 3.086 \cdot 10^{16}$ м
- *Свеотовой год* – 1 св. г. $= 9.461 \cdot 10^{15}$ м
- *Постоянная Хаббла* – $H = 70.0$ км·с$^{-1}$·Мпк$^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- *Радиус* – $6.955 \cdot 10^5$ км
- *Масса* – $1.989 \cdot 10^{30}$ кг
- *Светимость* – $3.827 \cdot 10^{26}$ Вт
- *Спектральный класс* – G2
- *Видимая визуальная звездная величина* – -26.74^m
- *Видимая болометрическая звездная величина* – -26.80^m
- *Абсолютная болометрическая звездная величина* – $+4.83^m$
- *Показатель цвета (B-V)* – $+0.67^m$
- *Эффективная температура* – 5778 К
- *Средний горизонтальный параллакс* – $8.794''$
- *Интегральный поток энергии на расстоянии Земли* – 1360 Вт/м^2
- *Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли* – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- *Эксцентриситет орбиты* – 0.017
- *Тропический год* – 365.24219 сут
- *Средняя орбитальная скорость* – 29.8 км/с
- *Период вращения* – 23 часа 56 минут 04 секунды
- *Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0* – $23^\circ\, 26'\, 21.45''$
- *Экваториальный радиус* – 6378.14 км
- *Полярный радиус* – 6356.77 км
- *Средний (по объему) радиус* – 6371.01 км
- *Масса* – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- *Средняя плотность* – 5.52 г·см$^{-3}$
- *Объемный состав атмосферы* – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

§4. Данные о Луне

- *Среднее расстояние от Земли* – 384400 км
- *Минимальное расстояние от Земли* – 363300 км
- *Максимальное расстояние от Земли* – 405500 км
- *Эксцентриситет орбиты* – 0.055

- *Наклон плоскости орбиты к эклиптике* – $5°09'$
- *Сидерический (звездный) период обращения* – 27.321662 сут
- *Синодический период обращения* – 29.530589 сут
- *Радиус* – 1738 км
- *Масса* – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- *Средняя плотность* – 3.34 г·см$^{-3}$
- *Визуальное геометрическое альбедо* – 0.12
- *Видимая звездная величина в полнолуние* -12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли	г·см$^{-3}$		градусы		
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут†	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час†	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;
† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.		градусы		сут
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см$^{-3}$	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	−12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685†	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;
† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin\alpha \pm x\,\cos\alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos\alpha \mp x\,\sin\alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg}\alpha \pm \frac{x}{\cos^2\alpha};$$

$$(1+x)^n \approx 1 + n\,x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.