Решения задач
Открытой межрегиональной олимпиады
по астрономии имени Ф.А. Бредихина
7-8 класс

№1. ***«Очень известный астеризм»***

Условие 1. Вашему вниманию на рис. 1 представлен очень известный астеризм из 7 ярких звезд ночного небосвода Самарской области. Определите:

1. Как называется этот астеризм? **(1 балл)**

1. Северный крест	2. Сноп	3. Большой Ковш	4. Малый Ковш
5. Вешалка	6. Параллелограмм	7. Большой Квадрат	8. Меч

2. Как называется созвездие, которому принадлежат звезды этого астеризма? **(1 балл)**

1. Дракон	2. Малая Медведица	3. Пегас	4. Лира
5. Лебедь	6. Орион	7. Большая Медведица	8. Орел

3. Какая из представленных звезд является кратной звездой, по двум ярким компонентам которой в средние века проверяли зрение арабских воинов? **(2 балла)**

1. α	2. β	3. γ	4. δ
5. ε	6. ζ	7. η	8. θ

Условие 2. Размеры созвездий принято характеризовать телесным углом (или угловой площадью, аналогом линейной площади). Так, угловая площадь созвездия, которому принадлежат звезды на рис. 1, равна 1280 квадратных градусов. При этом оно содержит 125 звезд, видимых невооруженным глазом. Определите:

4. Среднюю поверхностную концентрацию звезд, видимых невооруженным глазом в этом созвездии. Ответ представьте в количестве звезд на кв. градус, округлив до тысячных. **(3 балла)**

Примечание: *Средней поверхностной концентрацией звезд* называется отношение количества звезд к телесному углу участка небосвода, который они занимают.

5. Сколько (в среднем) таких звезд поместится в одном кадре фотоаппарата, если его поле зрения равно 250 кв. градусов? Ответ представьте целым числом. **(3 балла)**

Условие 3. Вашему вниманию представлены в табл. 1 экваториальные координаты 7 указанных звезд.

Обозначение звезды	α_*	δ_*	Обозначение звезды	α_*	δ_*
α	$11^h03^m44^s$	$+61°45'03''$	ε	$12^h54^m02^s$	$+55°57'35''$
β	$11^h01^m50^s$	$+56°22'57''$	ζ	$13^h23^m56^s$	$+54°55'31''$
γ	$11^h53^m50^s$	$+53°41'41''$	η	$13^h47^m32^s$	$+49°18'48''$
δ	$12^h15^m26^s$	$+57°01'57''$	–	–	–

Примечание: α_* – прямое восхождение светила, δ_* – склонение светила.

Таблица 1. Экваториальные координаты 7 ярчайших звезд данного кадра.

6. Определите угловое расстояние (в градусах, округлив до десятых) между звездами α и β. **(2 балла)**

7. Оцените широту места съемки астеризма (в градусах, до целых). Математический горизонт места съемки совпадает с нижней границей кадра. **(5 баллов)**

8. Какие из указанных звезд являются заходящими на широте места съемки? **(3 балла)**

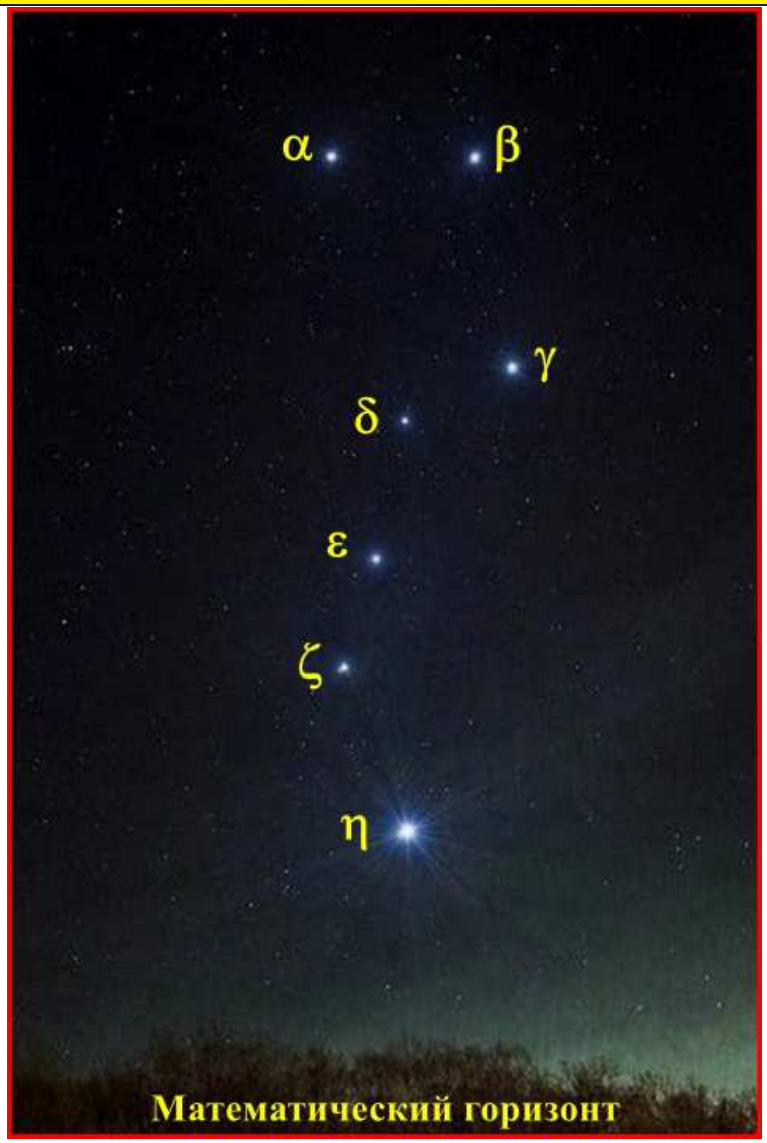

Рис. 1. К определению одного очень известного астеризма из 7 звезд. Здесь нижняя граница кадра совпадает с математическим горизонтом.

Решение.

1. На рис. 1 представлен, действительно, очень известный астеризм – Большой Ковш (3). **(1 балл)**

2. Данный астеризм как и его звезды принадлежат созвездию Большая Медведица (7). **(1 балл)**

3. Среди представленных звезд ζ Большой Медведицы (6) является кратной звездой, по двум ярким компонентам (Мицар и Алькор) которой в средние века проверяли зрение арабских воинов. **(2 балла)**

4. Согласно определению, среднюю поверхностную концентрацию звезд можно представить формулой **(1+2 балла)**:

$$n_S = \frac{N_S}{\Omega} = \frac{125 \text{ звезд}}{1280 \text{ кв. град}} = 0.098 \text{ звезд/кв. град}, \tag{1}$$

здесь $N_S = 125$ – количество звезд, видимых невооруженным глазом в данном созвездии; $\Omega = 1280$ кв. град. – телесный угол (угловая площадь), соответствующий данному созвездию. В качестве ответа на данный вопрос задачи принимается значение из интервала $[0.093, 0.103]$.

5. Среднее количество звезд, видимых невооруженным глазом, которые смогут поместиться в одном кадре фотоаппарата, при условии, что его поле зрения – $\Omega_{\text{Ob}} = 250$ квадратных градусов, можно записать так **(2+1 балл)**

$$\bar{N}_S^{\text{Ob}} = [n_S \cdot \Omega_{\text{Ob}}] = 24 \text{ звезды}, \tag{2}$$

здесь квадратными скобками указана операция взятия целой части. В качестве ответа на второй вопрос задачи принимается значение из интервала $[23, 26]$.

6. Заметим, что звезды α и β имеют почти одинаковые прямые восхождения, а их склонения отличаются более чем на 5 градусов. Следовательно, искомое угловое расстояние между данными звездами можно определить как разность их склонений **(1+1 балл)**:

$$\ell_{\alpha\beta} = \delta_\alpha - \delta_\beta = 5.4^\circ. \tag{3}$$

При этом полагается, что данные звезды фактически располагаются на одном круге склонения.

7. Итак, звезды α и β располагаются на одном круге склонения. При этом они относительно близки к Северному полюсу мира (P_N), в котором сходятся все круги склонений, и в окрестности которого дуги кругов склонений видны земному наблюдателю как прямые линии. **(1 балл)** Заметим далее, что прямая линия, мысленно проведенная через эти звезды, параллельна горизонту. Значит, точка P_N относительно горизонта должна фактически располагаться на той же высоте, что и данные звезды **(1 балл)**. Далее, с использованием линейки на фотографии, измерим расстояние между звездами $r_{\alpha\beta} = 19$ мм, а также расстояние от прямой, соединяющей эти звезды до нижней границы фотографии (математического горизонта) – $r_0 = 130$ мм **(1 балл)**, (следует отметить, что здесь и далее Ваши значения линейных величин могут ли отличаться от авторских, при использовании фотографии с иными размерами). Составим пропорцию **(1+1 балл)**:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell_{\alpha\beta} \to r_{\alpha\beta}, \\ h_{P_N} \to r_0 \end{array} \right\}, \Rightarrow \boxed{\varphi = h_{P_N} = \frac{r_0}{r_{\alpha\beta}} \ell_{\alpha\beta} = 37^\circ}. \tag{4}$$

При записи последнего результата учтено, что высота Северного полюса мира (h_{P_N}) над горизонтом равна широте (φ) места фотосъемки.

8. Запишем формулу для высоты светила в нижней кульминации **(1 балл)**:

$$h_{\min} = \delta_* + \varphi - 90^\circ. \tag{5}$$

Если звезда является заходящей, то ее высота в нижней кульминации должна быть меньше нуля, т. е. $h_{\min} < 0$, тогда

$$\delta_* + \varphi - 90^\circ < 0, \;\; \Rightarrow \;\; \delta_* < 90^\circ - \varphi = 53^\circ. \; \textbf{(1 балл)} \tag{6}$$

Среди представленных звезд данному условию удовлетворяет, а значит является заходящей звездой лишь η Большой Медведицы **(1 балл)** (допускается также причисление к заходящим звездам γ Большой Медведицы, с учетом погрешностей измерений).

Критерии оценивания и баллы

№	Выполненная часть решения задачи	Балл
К.1.	**Определение астеризма**	**1**
К.2.	**Определение созвездия**	**1**
К.3.	**Определение кратной звезды**	**2**
К.4.	**Расчет средней поверхностной концентрации звезд**	**3**
	Запись аналитической формулы + численный результат в пределах ворот	1+2
К.5.	**Расчет (в среднем) количества звезд в одном кадре**	**3**
	Запись аналитической формулы + численный результат в пределах ворот	2+1
К.6.	**Вычисление углового расстояния между звездами**	**2**
К.7.	**Определение широты места фотосъемки**	**5**
	Явно сказано, что звезды располагаются на одном круге склонения. В силу их близости к P_N, дуга этого круга видна как прямая линия	1
	Явно указано на параллельность дуги круга склонения математическому горизонту, равенство высоты полюса мира и данных звезд	1
	Выполнение измерений по рисунку	1
	Составление пропорции + численный результат	1+1
К.8.	**Определение заходящих звезд**	**3**
	Запись формулы для высоты светила в нижней кульминации	1

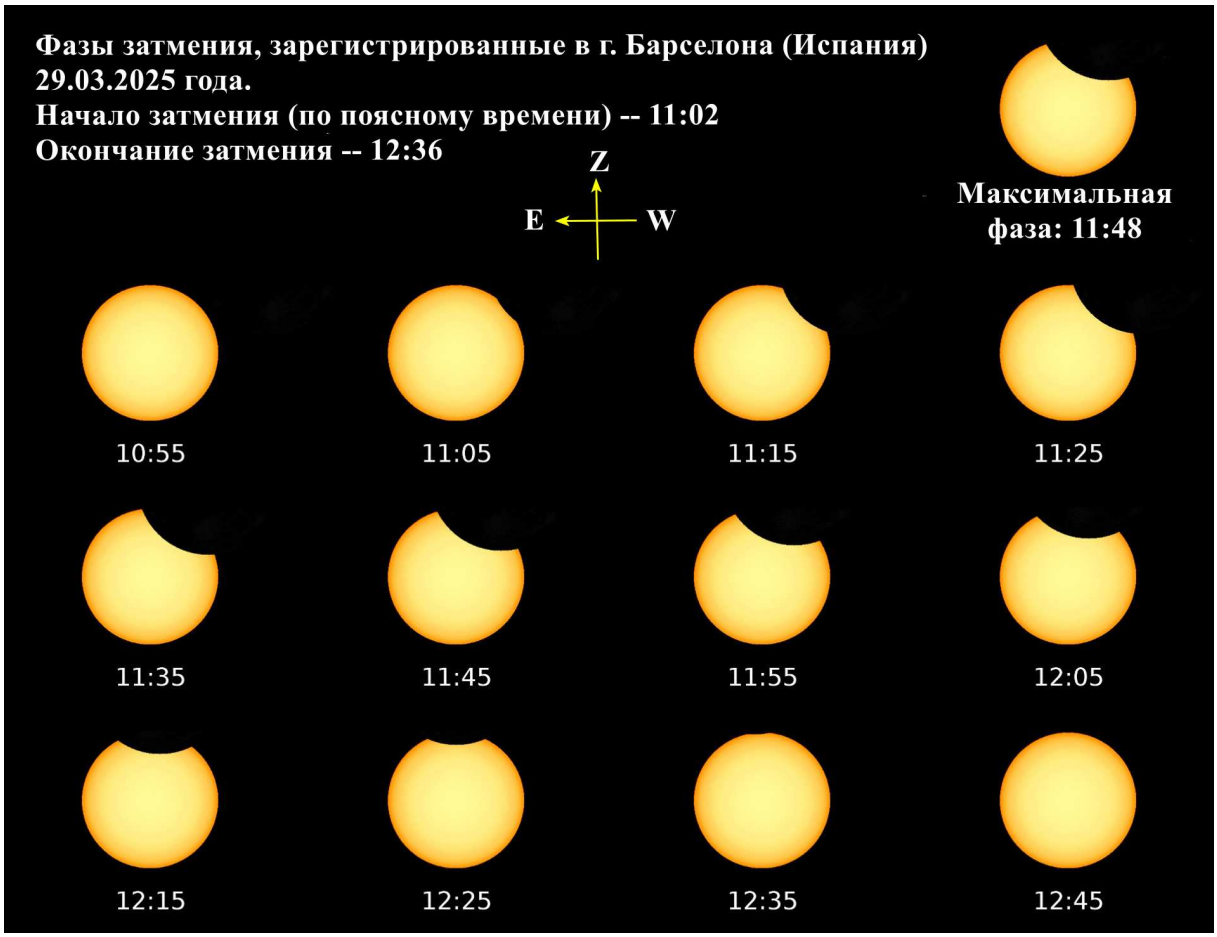

Рис. 2. К определению основных фаз затмения от 29.03.2025 года, зафиксированных в г. Барселоне (Испания, северное географическое полушарие, 1-й часовой пояс). Все моменты времени указаны по шкале поясного времени данного города; здесь буквами Z, E, W и стрелками указаны направления на зенит, восток, и запад соответственно.

Критерии оценивания и баллы (продолжение)

	Получение верхнего ограничения на величину склонения звезды	1
	Причисление к заходящим η (возможно также γ) Большой Медведицы	1
	Максимальный балл за задачу	**20**

№2. ***«Мартовское затмение 2025 года»***

Условие 1. На рис. 2 представлен коллаж фотографий основных фаз затмения, зафиксированных в г. Барселоне (Испания, северное географическое полушарие, 1-й часовой пояс), произошедшего 29.03.2025 года. Все фотографии получены с помощью телескопа с фильтром, ослабляющим исходный световой поток в 100 тысяч раз! Определите:

1. Какое небесное тело было затмеваемым, а какое – затмевающим? Ответ представьте парами: (цифра, буква). **(1 балл за пару)**

Варианты ответов:

1. Затмеваемое тело	2. Затмевающее тело

A. Солнце	B. Земля	C. Луна	D. Юпитер	E. Меркурий	F. Нептун

2. Какой тип затмения наблюдали авторы фотографии? **(1 балл)**

Варианты ответов:

1. Солнечное	2. Лунное	3. Планетное	4. Галактическое

3. Какой вид затмения наблюдали авторы фотографии? **(1 балл)**

Варианты ответов:

1. Полутеневое	2. Полное	3. Кольцеобразное	4. Частное	5. Гибридное

4. У какого из тел, участвовавших в затмении, эклиптическая широта была больше? Свой ответ поясните. **(2 балла)**

Варианты ответов:

1. Затмеваемое тело	2. Затмевающее тело

Условие 2. На коллаже, под каждым кадром указано поясное время, используемое жителями города (расположенного в 1-м часовом поясе) в повседневной жизни. Определите:

5. Время, которое показывали часы: а) обсерватории Гринвич (здесь используется поясное время часового пояса обсерватории), б) жителя г. Самары (здесь используется время 4-го часового пояса) в тот момент, когда в Барселоне наблюдалась максимальная фаза затмения. **(4 балла)**

6. Какой путь прошла Луна по своей орбите, за время, равное продолжительности всего затмения? Какую долю он составляет от среднего радиуса Земли? Орбиту Луны считать круговой. **(6 баллов)**

7. На какое минимальное угловое расстояние сближались центры затмеваемого и затмевающего тел, если их угловые диаметры в момент затмения были одинаковы и равны $32'$? **(4 балла)**

Решение. **1.** Поскольку в процессе съемки использовался фильтр, ослабляющий исходный световой поток в 100 тысяч раз, то, очевидно, одно из тел, участвующих в затмении, обладало исключительно высокой яркостью. Очевидно, этим телом было Солнце – самый яркий объект земного небосвода. Из рисунка видно, что *Солнце было затмеваемым телом.* А затмевающее тело имело угловые размеры, сопоставимые с угловыми размерами Солнца. На земном небосводе таким телом является лишь Луна. Значит *Луна – затмевающее тело.* Следовательно, имеем пары – (1, А); (2, С). **(1 балл за пару)**

2. Поскольку затмеваемым телом было Солнце, а затмевающим – Луна, то авторы фотографии наблюдали *солнечное затмение (1).* **(1 балл)**

3. Вид затмения определяется его наибольшей фазой. В частности, кадр, полученный в 11 часов 48 минут и представленный на рис. 2, соответствует максимальной фазе затмения. Здесь диск Луны частично закрыл диск Солнца, значит это было *частное (4)* солнечное затмение. **(1 балл)**

4. Как известно, эклиптическая широта – это одна из двух координат эклиптической системы координат, отсчитываемая от плоскости эклиптики. Поскольку фотосъемка затмения была выполнена в северном географическом полушарии, Солнце непосредственно располагалось на эклиптике, при этом Луна располагалась ближе к зениту, значит она была ближе и к северному полюсу эклиптики. Следовательно, эклиптическая широта Луны (*затмевающее тело, 2*) была больше, чем у Солнца (последняя равна нулю). **(2 балла)**

5. Во всех рассматриваемых городах и обсерватории используется время соответствующего часового пояса. Последняя величина может быть определена формулой **(1 балл)**:

$$T_N = T_0 + N^{\text{ч}}, \tag{7}$$

здесь T_N – поясное время N-го часового пояса; T_0 – *всемирное время* – местное среднее солнечное время в обсерватории Гринвич, также это поясное время нулевого пояса (к которому и относится обсерватория Гринвич) **(1 балл)**. Тогда поясное время Барселоны и Самары можно записать так **(1+1 балл)**

$$T_{\text{Б}} = T_1 = T_0 + 1^{\text{ч}}, \;\Rightarrow\; T_0 = T_{\text{Б}} - 1^{\text{ч}} = 10^{\text{ч}}48^{\text{м}}; \;\; T_{\text{С}} = T_4 = T_0 + 4^{\text{ч}} = T_{\text{Б}} + 3^{\text{ч}} = 14^{\text{ч}}48^{\text{м}}. \tag{8}$$

6. Определим общую продолжительность затмения, наблюдавшегося в Барселоне **(1 балл)**:

$$\Delta t_{\text{з}} = 12^{\text{ч}}36^{\text{м}} - 11^{\text{ч}}02^{\text{м}} = 1^{\text{ч}}34^{\text{м}} = 94^{\text{м}} = 5640 \text{ с}.$$

Вычислим линейную орбитальную скорость Луны относительно Земли (центра ее круговой орбиты) **(2 балла)**:

$$V_☾ = \frac{2\pi\, r_☾}{T_☾} = 1.02 \text{ км/с},$$

здесь $r_☾$, $T_☾$ – радиус круговой орбиты Луны и ее сидерический период обращения (представлены в справочных данных) соответственно. Значит, за время затмения Луна пройдет путь по орбите **(1 балл)**:

$$s_☾ = V_☾ \cdot \Delta t_з = 5753 \text{ км}. \qquad (9)$$

Последняя величина составляет долю η от среднего радиуса Земли $\bar{\mathfrak{R}}_\oplus$ **(2 балла)**:

$$\eta = \frac{s_☾}{\bar{\mathfrak{R}}_\oplus} = 0.90. \qquad (10)$$

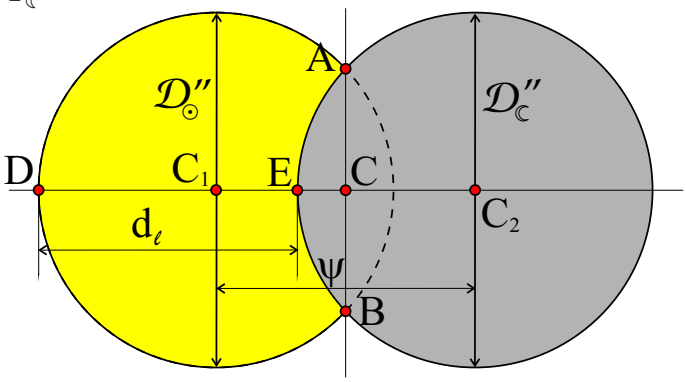

Рис. 3. К определению величины минимального углового расстояния ψ.

7. Рассмотрим подробнее образы Луны и Солнца в момент максимальной фазы (см. рис. 2, в момент 11:48), поскольку именно в этот момент центры данных небесных тел были расположены на минимальном угловом расстоянии ψ. Выполним здесь дополнительное построение (см. рис. 3). Соединим вершины выпуклого двуугольника прямой AB. Определим центр C отрезка AB. Проведем через последний перпендикулярную прямую C_1C_2. Данная прямая пройдет через центры видимых дисков Луны (C_2) и Солнца (C_1). Согласно рис. 3 **(1 балл)**,

$$\psi = C_1C_2 = C_1E + EC_2 = (DE - DC_1) + EC_2 = d_\ell - \mathcal{D}''_\odot/2 + \mathcal{D}''_☾/2 = d_\ell.$$

При записи последнего результата учтено, что $\mathcal{D}''_\odot = \mathcal{D}''_☾ = 32'$. Определим по рисунку с помощью линейки расстояние $d_\ell = 13.5$ мм и диаметр Солнца – $D_\odot = 18$ мм (следует отметить, что здесь и далее Ваши значения линейных величин могут отличаться от авторских, при использовании фотографии с иными размерами). **(1 балл)** Составим пропорцию **(1+1 балл)**:

$$\left\{ \begin{array}{l} d_\ell \to \psi, \\ D_\odot \to \mathcal{D}''_\odot \end{array} \right\}, \Rightarrow \boxed{\psi = \frac{d_\ell}{D_\odot}\mathcal{D}''_\odot = 24'}. \qquad (11)$$

Критерии оценивания и баллы

№	Выполненная часть решения задачи	Балл
К.1.	**Определение затмевающего и затмеваемого тел**	**1(2)**
К.2.	**Определение типа затмения**	**1**
К.3.	**Определение вида затмения**	**1**
К.4.	**Определение тела с большей эклиптической широтой**	**2**
К.5.	**Определение поясного времени Самары и Гринвича**	**4**
	Записана общая формула для поясного времени	1
	Явно указано, что Гринвичской обсерватории соответствует нулевой часовой пояс	1
	Расчет поясного времени для Гринвича + Самары	1+1
К.6.	**Расчет пройденного Луной пути и соответствующей доли**	**6**
	Вычисление продолжительности солнечного затмения	1
	Расчет орбитальной линейной скорости Луны	2
	Определение пути, пройденного Луной за время затмения	1
	Расчет искомой доли	2
К.7.	**Вычисление минимального углового расстояния**	**4**
	Определение углового расстояния ψ через часть d_ℓ углового диаметра Солнца	1
	Определение измерений отрезка d_ℓ и диаметра диска Солнца по рисунку	1
	Составление пропорции + расчет искомого угла	1+1

Критерии оценивания и баллы (продолжение)

	Максимальный балл за задачу	**20**

№3. ***«Нелегкий путь военного летчика РФ»***

80-летию Победы в Великой Отечественной войне посвящается...

Прочитайте следующий фрагмент из бортового журнала военного летчика РФ:

«В финальный день военных учений (20 марта) передо мной стояла важная задача. Рано утром по приказу я поднял свой истребитель в воздух и начал движение строго от восходящего солнца. Пролетев 300 км по прямой, я внезапно зафиксировал по правому борту самолет условного противника. Выполнив разворот на 90 градусов, я пошел на сближение с ним со скоростью 1200 км/ч. Спустя 10 минут после поворота меня атаковали наземные войска неприятеля. Уворачиваясь от наземных атак, я вынужден был вновь изменить курс на 90 градусов, снова повернув направо, и двигаться по прямой на протяжении 400 км. После диспетчер дал команду взять курс на север и пролететь 300 км, а затем продолжить полет в направлении, в котором я стартовал с аэродрома, пытаясь обойти противника с фланга.

Пролетев по прямой 600 км на минимальной скорости и не обнаружив наземных целей, я решил изменить курс, развернувшись на 90° и двигаясь навстречу полуденному солнцу. Я преодолел на предельной скорости 1500 км/ч путь по прямой в течение 1/3 часа и внезапно обнаружил под собой наземные цели противника, по которым открыл огонь. Все учебные мишени были поражены.

Двигаясь на протяжении последующих 600 км таким образом, что послеполуденное солнце мне светило в левое плечо, я достиг аэродрома условного союзника для дозаправки. На закате я взял курс на точку старта. Ситуация осложнялась тем, что через камеру заднего вида меня постоянно слепило багровое солнце. Однако мое сознание согревала мысль: все военные действия уже позади, победа за нами, и я скоро вернусь домой...»

Определите:

1. Какая из представленных ниже последовательностей направлений движения летчика (по отношению к сторонам света: N – север, S – юг, E – восток, W – запад) отвечает всем его перемещениям, описанным во фрагменте? **(2 балла)**

Варианты ответов:

1) $\to W \to S \to N$,

2) $\to S \to E \to N \to E$,

3) $\to W \to N \to E \to S \to N \to E$,

4) $\to N \to E \to N \to E \to N \to E$,

5) $\to W \to N \to E \to N \to W \to S \to W \to E$,

6) $\to E \to W \to N \to W \to S \to W$,

7) $\to S \to E \to S \to W \to S$,

8) $\to W \to S \to W \to N \to W \to N \to E \to N \to W$.

2. Какой путь преодолел летчик на своем истребителе от взлета до приземления на аэродроме союзников? Ответ выразите в километрах. **(2 балла)**

3. Постройте в осях OXY траекторию движения летчика (в масштабе!), описанного во фрагменте. Землю считать плоской на всей территории его полетов, ось OX следует направить на восток, ось OY – на север. **(4 балла)**

4. Определите расстояние между двумя наиболее взаимно удаленными точками траектории движения самолета летчика. Какой путь должен был преодолеть летчик на самолете от аэродрома условного союзника до точки старта? **(2+1 балл)**

5. Постройте график зависимости азимута направления движения самолета от пройденного им пути от момента его стартового взлета до момента его полета домой. **(4 балла)**

6. Постройте график зависимости широты местонахождения самолета от пройденного им пути, от момента его стартового взлета до момента его полета домой. Каково максимальное изменение данного параметра в процессе полета? Стартовая точка имела координаты $\varphi_0 = +52°00'$, $\lambda_0 = +75°40'$. **(5 баллов)**

Решение.

1. Летчик отправился в полет на истребителе точно от восходящего Солнца (точка A, см. рис. 4), значит он двигался на запад (W) и азимут направления его движения был $A_1 = 90°$. Увидев самолет "противника" он повернул направо (точка B) на 90°, значит он начал двигаться на север (N, $A_2 = 180°$). После атаки наземных войск неприятеля он вновь повернул направо (точка C) на 90°, значит он начал двигаться на восток (E, $A_3 = 270°$). После команды диспетчера он отправился (точка D) на север (N, $A_4 = 180°$). После летчик взял первоначальный курс (точка F), т. е. он начал двигаться на запад (W, $A_5 = 90°$). Далее он двигался навстречу полуденному Солнцу (от точки G), значит он двигался на юг (S, $A_6 = 0°$). Далее летчик изменил курс (в точке H), двигаясь по прямой так, что послеполуденное Солнце ему все время светило в левое плечо. Поскольку прошло мало времени после полудня, то Солнце располагалось преимущественно в южном направлении. Значит летчик держал курс на запад (W, $A_7 = 90°$). Взяв курс на точку старта (в точке J), Солнце на закате его слепило в камере заднего вида. Значит сам самолет двигался на восток (E, $A_8 = 270°$) в направлении точки K. В итоге имеем следующую цепочку: $\boxed{\to W \to N \to E \to N \to W \to S \to W \to E\ (5)}$. **(2 балла)**

2. Полный путь, который преодолел летчик на своем истребителе от взлета до приземления на аэродроме союзников, есть **(2 балла)**

$$S = 300\ \text{км} + 1200\ \text{км/ч} \cdot \frac{1}{6}\ \text{ч} + 400\ \text{км} + 300\ \text{км} + 600\ \text{км} + 1500\ \text{км/ч} \cdot \frac{1}{3}\ \text{ч} + 600\ \text{км} = 2900\ \text{км}.$$

3. Опираясь на данные предыдущих пунктов, построим в масштабе, в осях OXY траекторию движения летчика (см. рис. 4). **(4 балла)**

4. С использованием рис. 4 легко увидеть, что двумя наиболее взаимно удаленными точками траектории движения летчика являются точки F и J. Декартовы координаты точек в выбранной системе координат есть F:$(+100, +500)$; J:$(-1100, 0)$. Тогда расстояние между ними можно определить по теореме Пифагора **(2 балла)**:

$$r_{FJ} = \sqrt{(100 + 1100)^2 + 500^2} = 1300\ \text{км}.$$

Согласно рис. 4, участок траектории летчика от аэродрома условного союзника до точки старта есть прямой отрезок JA, путь на котором равен 1100 км **(1 балл)**.

5. Опираясь на данные пунктов 1-2, построим график зависимости азимута A направления движения летчика от пройденного пути s, см. рис. 5.а). **(4 балла)** Важно отметить, что летчик на каждом участке траектории двигался вдоль одного из направлений сторон горизонта, поэтому его азимут принимал строго определенное значение и сохранялся на всем участке. Именно поэтому азимут на графике изменяется "ступеньками".

6. При построении графика зависимости широты φ местонахождения самолета от пройденного им пути следует помнить, что при движении летчика вдоль меридиана (прямой север $\leftrightarrow$ юг) широта его местонахождения меняется пропорционально пройденному пути из расчета: изменение широты на 1 градус соответствует перемещению вдоль меридиана на 111.2 км. **(1 балл)** При движении на север широта увеличивается (что соответствует участкам траектории BC и DF на рис. 4), при движении на юг широта уменьшается (участок траектории GH на рис. 4). При движении вдоль прямых восток $\leftrightarrow$ запад широта летчика оставалась неизменной, поскольку он двигался вдоль географических параллелей определенной широты (участки траектории AB, CD, FG, HJ на рис. 4). График представлен на рис. 5.б). **(3 балла)** Из графика видно, что максимальное изменение широты в процессе полета составляет 4.5°. **(1 балл)**

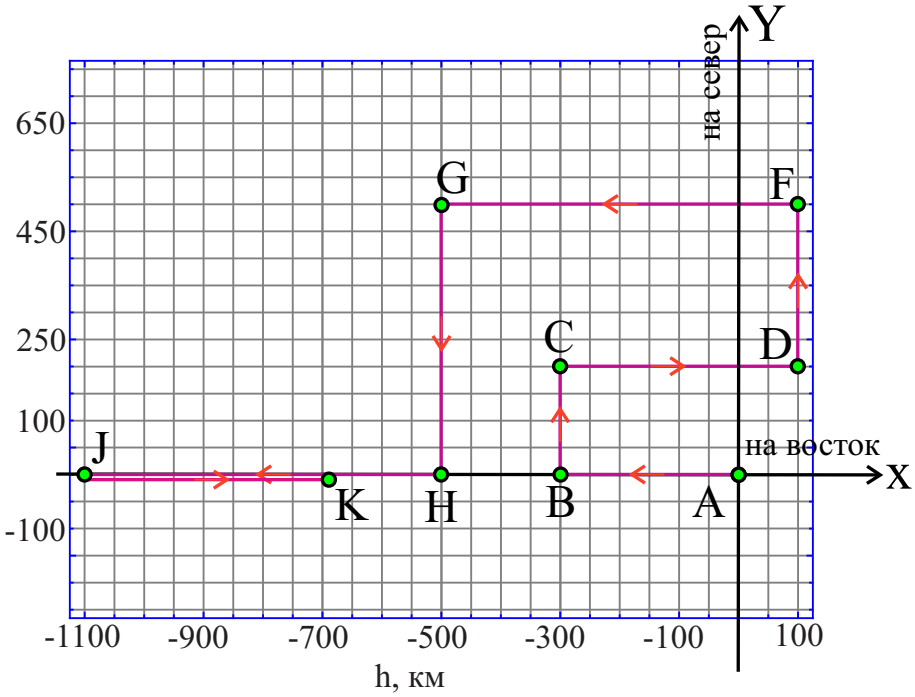

Рис. 4. К определению траектории движения летчика.

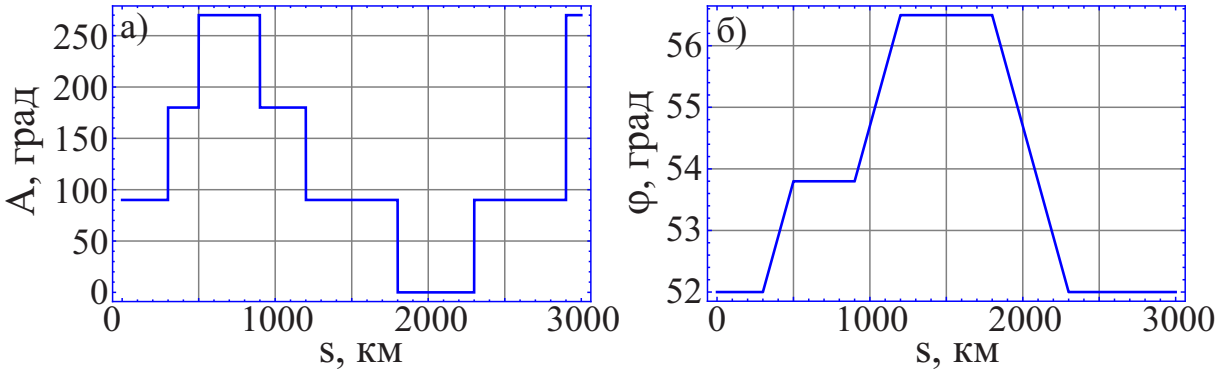

Рис. 5. К определению зависимости: а) азимута A направления движения летчика от пройденного пути s; б) широты φ местонахождения самолета от пройденного им пути.

Критерии оценивания и баллы

№	Выполненная часть решения задачи	Балл
К.1.	**Определение последовательности направлений движения**	**2**
К.2.	**Определение пути летчика от точки старта до аэродрома**	**2**
К.3.	**Построение траектории движения летчика в осях OXY**	**4**
	Для каждого неправильного участка траектории	-1
	Если ошибок в графике больше трех	0
К.4.	**Расчет расстояний между точками траектории**	**3**
	Определение расстояния между двумя наиболее взаимно удаленными точками	2
	Определение пути, пройденного летчиком от аэродрома союзников до точки старта	1
К.5.	**Построение графика зависимости $A(s)$**	**4**
	Для каждого неправильно построенного участка графика	-1
	Если ошибок в графике больше трех	0
К.6.	**Построение графика зависимости $\varphi(s)$**	**5**
	Явно указана скорость изменения широты при движении в направлениях север $\leftrightarrow$ юг	1
	Правильно построен график	3
	Для каждого неправильного участка графика	-1
	Если ошибок в графике больше двух	0

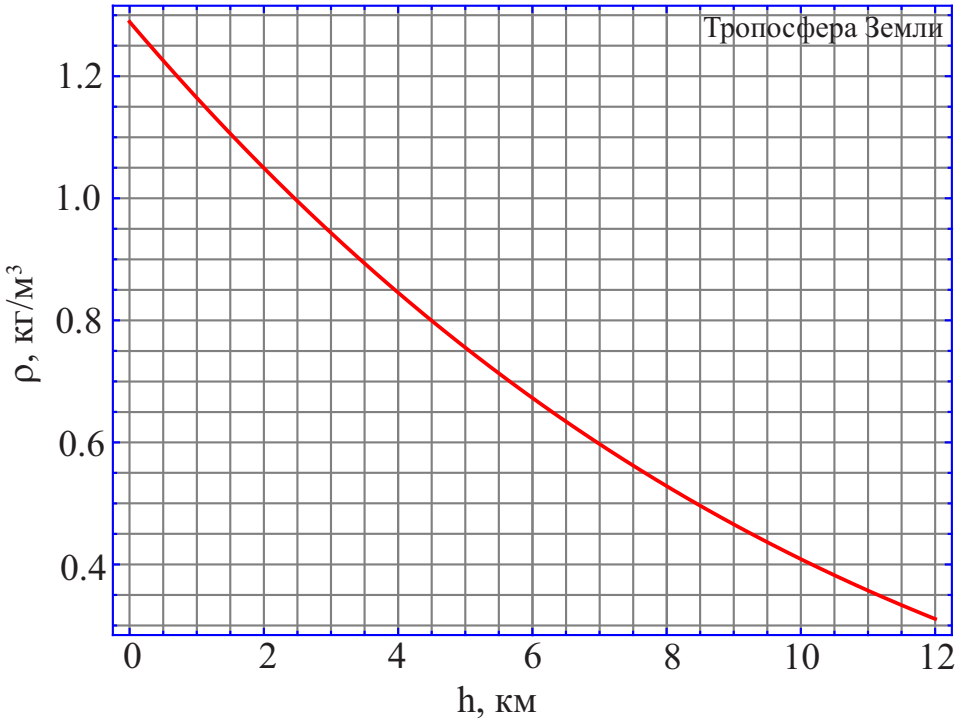

Рис. 6. К определению зависимости средней массовой плотности ρ тропосферы Земли от высоты h над поверхностью последней.

Критерии оценивания и баллы (продолжение)

	Определено максимальное изменение φ в процессе полета	1
	Максимальный балл за задачу	**20**

№4. ***«Наблюдение звездного небосвода с аэростата»***

Условие. Для уменьшения влияния атмосферы в телескопических наблюдениях небосвода, а также для увеличения количества одновременно наблюдаемых звезд было предложено использовать аэростат-шарльер. Последний должен поднять астрономическое оборудование в тропосферу Земли – нижнюю и самую плотную часть атмосферы Земли. Сам аэростат-шарльер представляет собой шар радиуса $R_0 = 5$ м, заполненный гелием (с плотностью $\rho_г = 0.179$ кг/м^3) при нормальных условиях. Оболочка шара является тонкой, нерастяжимой и непроницаемой для газов с поверхностной плотностью материала $\sigma = 0.082$ кг/м^2. Масса астрономического оборудования вместе с корзиной составляет $M_0 = 140$ кг. На рис. 6 представлена зависимость средней массовой плотности $\rho_в$ тропосферы Земли от высоты h над поверхностью последней. Определите:

1. На какую максимальную высоту h_{max} над поверхностью Земли данный аэростат сможет подняться с указанным оборудованием? **(5 баллов)**

2. Определите угол между направлением на видимый горизонт и плоскостью математического горизонта на высоте h_{max}? **(3 балла)**

3. Максимальное расстояние отсчитываемое вдоль поверхности Земли, между точками ее поверхности, которые еще могут быть видны с аэростата, расположенного на высоте h_{max}. **(2 балла)**

4. На сколько длиннее день весеннего равноденствия на высоте h_{max}, если полагать, что аэростат находится над земным экватором? **(3 балла)**

5. На сколько больше звезд, видимых невооруженным глазом, можно наблюдать с аэростата, нежели с поверхности Земли? Следует считать, что общее количество таких звезд равно 6000 и они расположены равномерно по поверхности небосвода, общая площадь которого равна 41253 град^2. **(3 балла)**

6. При прохождении света от звезд к земному наблюдателю вдоль отвесной линии сквозь всю тропосферу (протяженностью 12 км), видимая яркость звезд уменьшается в 1.32 раза, в силу поглощения света в данной области. Во сколько раз околозенитные звезды будут видны более яркими на высоте h_{max} аэростата, нежели для наблюдателя, расположенного на одной отвесной линии с ним, у поверхности Земли? Следует полагать, что уменьшение яркости околозенитной звезды пропорционально пути, пройденному световым лучом в земной тропосфере. **(4 балла)**

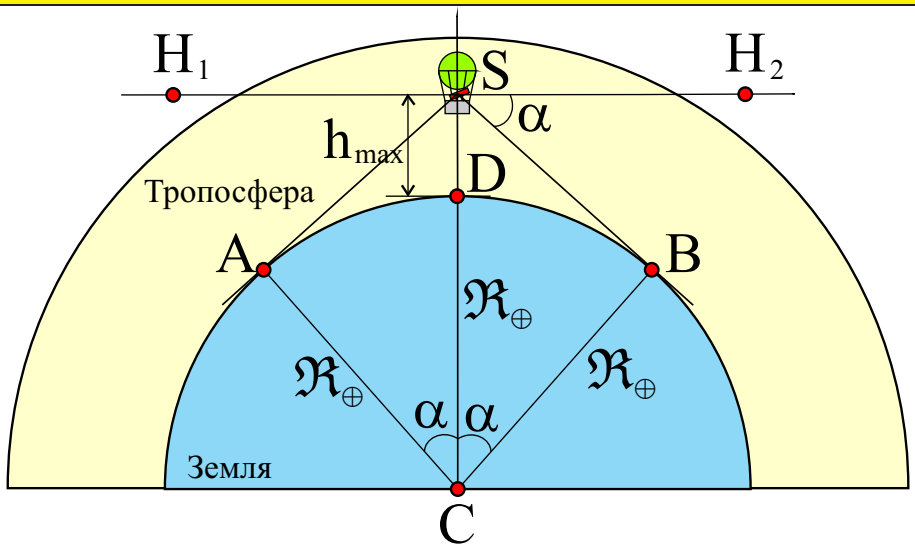

Рис. 7. К определению угла α и расстояния между точками A и B.

При решении данной задачи Вам могут оказаться полезными формулы для площади $S_{\text{сф}}$ поверхности сферы и объема $V_{\text{ш}}$ шара радиусов R:

$$S_{\text{сф}} = 4\pi\, R^2, \;\; V_{\text{ш}} = \frac{4}{3}\pi\, R^3.$$

Решение. **1.** Рассмотрим аэростат в режиме горизонтального воздухоплавания на искомой высоте $h_{\max}$. Тогда он не движется вдоль отвесной линии. Значит, сумма всех внешних сил, действующих на аэростат вдоль отвесной линии и направленных к его надиру (это силы тяжести, действующие на оборудование и корзину ($M_0 g$), на оболочку шара ($m_{\text{об}} g$), на гелий в шаре ($m_{\text{г}} g$)), будет равна сумме всех сил, действующих на него вдоль той же прямой и направленной к его зениту (это сила Архимеда F_A, действующая на шар) **(1 балл)**:

$$F_A = (M_0 + m_{\text{об}} + m_{\text{г}})g. \tag{12}$$

Определим в явном виде каждое слагаемое уравнения (12) **(1 балл)**:

$$F_A = \rho_{\text{в}} g\, V_{\text{ш}} = \frac{4}{3}\pi\, \rho_{\text{в}} g\, R_0^3, \;\; m_{\text{об}}\, g = 4\pi\, \sigma\, R_0^2\, g, \;\; m_{\text{г}} g = \frac{4}{3}\pi\, \rho_{\text{г}}\, R_0^3\, g.$$

Тогда уравнение (12) представляется в виде **(1+1 балл)**:

$$\frac{4}{3}\pi\, \rho_{\text{в}} g\, R_0^3 = (M_0 + 4\pi\, \sigma\, R_0^2 + \frac{4}{3}\pi\, \rho_{\text{г}}\, R_0^3)g, \;\; \Rightarrow \;\; \boxed{\rho_{\text{в}} = \frac{3}{4\pi}\frac{M_0}{R_0^3} + \frac{3\sigma}{R_0} + \rho_{\text{г}} = 0.496 \text{ кг/м}^3}. \tag{13}$$

По графику зависимости средней массовой плотности воздуха от высоты легко видеть, что данная плотность достигается на высоте $h_{\max} = 8.5$ км. **(1 балл)**

2. Рассмотрим рис. 7, соответствующий условию задачи. Здесь в точке S находится аэростат, прямая H_1H_2 определяет для него плоскость математического горизонта, а прямая AB – положение видимого горизонта. При этом прямые SA и SB задают направления на видимый горизонт с позиции наблюдателя, расположенного в корзине аэростата. Значит, необходимо определить угол α. Заметим, что угол $\angle H_2SB = \alpha$ равен углу $\angle SCB$, как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. Предположим, что угол α является малым. Определим синус этого угла из треугольника $\triangle SBC$ **(1 балл)**:

$$\sin\alpha = \frac{SB}{SC} = \frac{\sqrt{(\mathfrak{R}_\oplus + h_{\max})^2 - \mathfrak{R}_\oplus^2}}{\mathfrak{R}_\oplus + h_{\max}} \approx \frac{\sqrt{2\mathfrak{R}_\oplus\, h_{\max}}}{\mathfrak{R}_\oplus} = \sqrt{\frac{2\, h_{\max}}{\mathfrak{R}_\oplus}}, \tag{14}$$

здесь $\mathfrak{R}_\oplus$ – радиус Земли, причем $h_{\max} \ll \mathfrak{R}_\oplus$. С другой стороны, для малого угла имеем $\sin\alpha \approx \alpha$, где $[\alpha]$ =рад. **(1 балл)** Следовательно, искомый угол α, выраженный в градусах, есть **(1 балл)**

$$\boxed{\alpha = 57.3^\circ \sqrt{\frac{2\, h_{\max}}{\mathfrak{R}_\oplus}} \approx 3.0^\circ}. \tag{15}$$

Наше предположение о малости угла α оказалось верным. При записи последнего выражения учтено, что 1 радиан = 57.3°.

3. Очевидно, что максимальное расстояние, отсчитываемое вдоль поверхности Земли, достигается между точками A и B, при этом обе точки видны с аэростата на горизонте. Дуга окружности $\breve{AB} = 2\alpha = 5.92°$ соответствует линейному расстоянию ℓ_{AB} по поверхности Земли. Составим пропорцию вида **(1+1 балл)**:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell_{AB} \to 2\alpha, \\ 2\pi\,\mathfrak{R}_{\oplus} \to 360° \end{array} \right\}, \Rightarrow \boxed{\ell_{AB} = \pi\,\mathfrak{R}_{\oplus}\frac{4\alpha}{360°} = 667 \text{ км}}. \tag{16}$$

4. Если аэростат плавает над земным экватором, значит для него все светила у горизонта движутся вдоль отвесной линии. **(1 балл)** При этом видимый горизонт расположен ниже математического на угол α. Это означает, что на восходе и на закате Солнце с аэростата будет видно дольше на величину $\tau_0 = \alpha/\omega_{\odot} = 12.0$ мин. **(1 балл)** При этом общая продолжительность дня весеннего равноденствия увеличится на $\boxed{2\tau_0 = 24.0 \text{ мин}}$. **(1 балл)** При записи последнего результата был учтено, что в день весеннего равноденствия солнце движется вдоль небесного экватора с угловой скоростью, равной угловой скорости вращения Земли вокруг своей оси – $\omega_{\odot} = \omega_{\oplus} = 15°/\text{час}$.

5. В результате понижения видимого горизонта на угол α, наблюдателю с аэростата открывается возможность наблюдения полосы вблизи горизонта шириной α и длиной 360°. Определим угловую площадь (телесный угол) этой полосы. В силу малости угла α, последнюю можно рассматривать как плоский прямоугольник, площадь которого $S_{\text{п}} = \alpha \times 360° = 1066$ град^2. **(1 балл)** Составим пропорцию вида **(1+1 балл)**:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_* \to S_{\text{п}}, \\ N_{\text{tot}} \to S_{\text{tot}} \end{array} \right\}, \Rightarrow \boxed{N_* = N_{\text{tot}}\frac{S_{\text{п}}}{S_{\text{tot}}} = 6000 \times \frac{1066}{41253 \text{ град}^2} = 157 \text{ звезд}}. \tag{17}$$

6. Пусть I_0 – интенсивность света от околозенитной звезды, на верхней границе тропосферы. Тогда на расстоянии s от ее верхней границы интенсивность света будет равна **(1 балл)**

$$I = I_0 - k\,s, \tag{18}$$

где k – коэффициент поглощения света тропосферой Земли. Тогда интенсивность света от этой звезды на уровне аэростата и поверхности Земли будет

$$I_1 = I_0 - k\,(h_{\text{т}} - h_{\max}), \;\; I_2 = I_0 - k\,h_{\text{т}}, \;\; \Rightarrow \;\; \eta = \frac{I_1}{I_2} = \frac{I_0 - k\,(h_{\text{т}} - h_{\max})}{I_0 - k\,h_{\text{т}}} = 1 + \frac{k\,h_{\max}}{I_0 - k\,h_{\text{т}}}, \;\; \Rightarrow$$

$$\eta = 1 + \frac{k\,h_{\max}/I_0}{1 - (k\,h_{\text{т}}/I_0)} = 1 + \frac{\beta}{1-\beta}\frac{h_{\max}}{h_{\text{т}}}, \;\; \text{где} \;\; \beta = \frac{k\,h_{\text{т}}}{I_0}, \;\; \textbf{(1 балл)} \tag{19}$$

здесь $h_{\text{т}} = 12$ км – протяженность тропосферы Земли вдоль отвесной линии. Воспользуемся данными условия задачи **(1 балл)**:

$$\chi = \frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_0 - k\,h_{\text{т}}} = \frac{1}{1-\beta} = 1.32, \;\; \Rightarrow \;\; \beta = \frac{\chi - 1}{\chi}.$$

Тогда искомое отношение η представляется в виде **(1 балл)**:

$$\boxed{\eta = 1 + (\chi - 1)\frac{h_{\max}}{h_{\text{т}}} = 1.23 \text{ раза}}. \tag{20}$$

Критерии оценивания и баллы

№	Выполненная часть решения задачи	Балл
К.1.	**Определение максимальной высоты воздухоплавания аэростата**	**5**
	Второй закон Ньютона для аэростата в режиме горизонтального воздухоплавания	1
	Представление внешних сил в явном аналитическом виде	1
	Получена итоговая аналитическая формула для плотности воздуха + численный результат	1+1
	С использованием данного графика корректно определена высота $h_{\max}$	1

Критерии оценивания и баллы (продолжение)

К.2.	**Определение угла α**	**3**
	Получено приближенное аналитическое выражение для $\sin\alpha$	1
	Сделано предположение о малости угла α и использована приближенная формула $\sin\alpha \approx \alpha$	1
	Получено итоговое численное значение для α	1
К.3.	**Расчет линейного расстояния ℓ_{AB}**	**2**
	Определено угловое расстояние между двумя наиболее удаленными точками + составлена пропорция	1
	Получен численный результат для ℓ_{AB}	1
К.4.	**Определение увеличения продолжительности дня**	**3**
	Явно указано о направлении движения светил вблизи горизонта	1
	Расчет времени увеличения продолжительности дня на восходе и на закате Солнца	1
	Определение суточного увеличения (23.7 мин) продолжительности дня	1
К.5.	**Расчет увеличения количества звезд**	**3**
	Вычислена угловая площадь полосы вблизи горизонта	1
	Составлена пропорция + получен численный результат для количества звезд	1+1
К.6.	**Определение искомого отношения η**	**4**
	Записана общая формула для интенсивности света в тропосфере на глубине s	1
	Получен промежуточный результат для величины η в терминах β	1
	Представлен результат для β в терминах известного χ	1
	Получена итоговая формула + численный результат для η	1
	Максимальный балл за задачу	**20**

№5. ***«Астрономический арбалет: его устройство и характеристики»***

Условие. Для астрометрических измерений астроном-любитель изготовил самодельный инструмент для измерения углов – «астрономический арбалет» по схеме, представленной на рис. 8.а)-в). Здесь в качестве основы инструмента использован прямой деревянный брус $\boxed{1}$, в качестве измерительной части – металлическая линейка $\boxed{2}$ с пределом измерений $\ell = 40$ см и ценой деления $s_0 = 1$ мм, с проушинами на краях (А и С) ее шкалы, закрепленная серединой своей шкалы в точке D. В качестве стяжителя линейки, стягивающего последнюю в дугу окружности радиуса R ($R = OA = OD = OC$, см. рис. 8.г), использована шелковая нерастяжимая нить $\boxed{3}$, и в качестве мушки – металлический уголок $\boxed{4}$ с выходным отверстием диаметром $D_0 = 5$ мм, в которое вклеен визир – тонкая вертикальная нить (точка О). Определите:

1. Минимальную длину (в см, до десятых долей) деревянного бруса, необходимого для изготовления этого инструмента из условия: 1 см линейки должен соответствовать 1° дуги этой окружности. **(4 балла)**

2. Длину (в см, до десятых долей) участка АС нити (см. рис. 8.г), обеспечивающей должную кривизну линейки. **(2 балла)**

3. На каком расстоянии DB (в мм, до целых) от фронтального торца D деревянного бруса (см. рис. 8.г) просверлено в последнем отверстие, для пропуска через него нити-стяжателя в виде прямолинейного отрезка AC? **(2 балла)**

4. Цену деления (в угл. мин.) угломерного инструмента и предел (в градусах) его измерения. **(2 балла)**

5. Минимально возможный линейный размер формы лунного рельефа, соответствующий угловой размер которого еще может быть измерен с помощью данного инструмента. Назовите собственные имена не менее 2-х таких форм рельефа. **(4 балла)**

6. *Максимальный угловой диаметр поля зрения такого инструмента*[1] в дневное время суток, при наблюдении небосвода одним *неподвижным* глазом через смотровое отверстие уголка,

[1] ***Угловой диаметр поля зрения какого-либо инструмента*** – это угол между двумя световыми лучами,

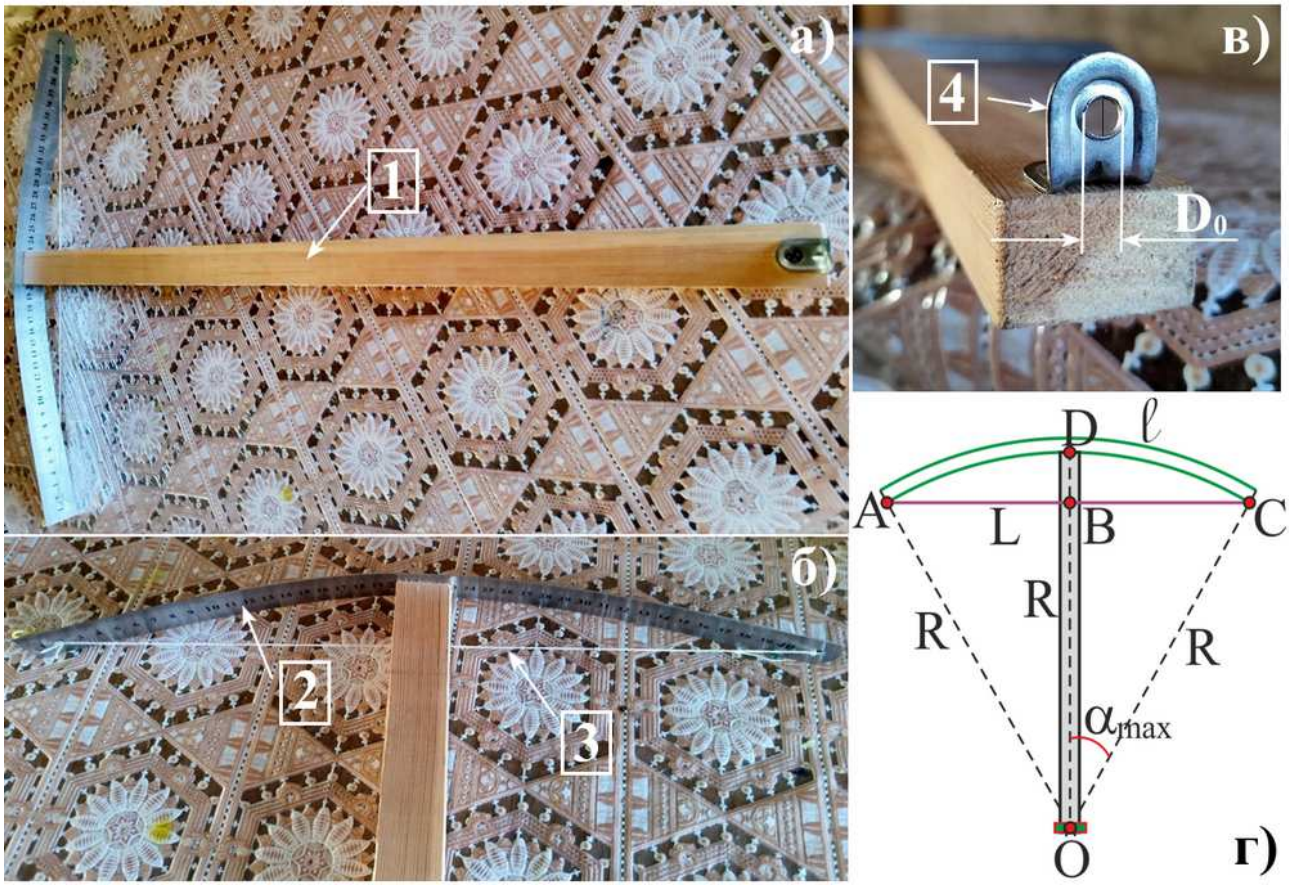

Рис. 8. К определению: а),б),в) «астрономического арбалета» и его основных составляющих; принципиальной схемы измерительного инструмента.

если линейный диаметр зрачка астронома-любителя в дневное время составляет $D_д = 2$ мм, а расстояние от его зрачка до визира (центра дуги окружности линейки) $r_0 \geq 25$ мм. **(6 баллов)**

Пояснение. Для избежания дрожания инструмента, обусловленного биением сердца наблюдателя при его мануальной эксплуатации, астроном-любитель устанавливает этот инструмент на специальный штатив с поворотной головкой для его пространственной ориентации. Подсветка шкалы в ночное время осуществлется красным светодиодным фонариком.

Решение.

1. Поскольку измерительная линейка стянута в дугу окружности, и при этом 1 см линейки соответствует 1° дуги этой окружности, то можно составить пропорцию вида **(1+1+1 балл)**:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\pi R \;\to\; 360^\circ, \\ 1\text{ см} \;\to\; 1^\circ \end{array} \right\}, \;\Rightarrow\; \boxed{R = \frac{360^\circ \cdot 1\text{ см}}{2\pi \cdot 1^\circ} = 57.3\text{ см}}. \tag{21}$$

Согласно рис. 8.г), минимальная длина бруса должна быть не меньше $R = 57.3$ см, поскольку его один торец упирается в линейку, а на другом конце располагается уголок с визором. Как видно из рис. 8.в), последний не выступает за грань второго торца бруса. **(1 балл)**

2. Согласно рис. 8.г),

$$\boxed{L = AC = 2\,BC = 2\,R\sin\alpha_{\max} = 39.2\text{ см}}, \;\text{ или }\; L \approx 2\,\pi\,R \cdot \frac{\alpha_{\max}}{180^\circ} = 40.0\text{ см}, \;\textbf{(2 балла)} \tag{22}$$

здесь учтено, что $\alpha_{\max} = 20^\circ$, поскольку расстояние от середины шкалы до проушин линейки, расположенных на краях ее шкалы, равно $\ell/2 = 20$ см, а 1 см линейки соответствует 1° ее дуги. При записи второго приближенного выражения учтено, что отрезок AC можно аппроксимировать дугой окружности, длину которой можно определить как долю от всей ее длины.

3. Из рис. 8.г) очевидно, что

$$\boxed{DB = R - OB = R - \sqrt{R^2 - (L/2)^2} = 35\text{ мм}}. \;\textbf{(2 балла)} \tag{23}$$

пришедшими от двух пограничных диаметрально противоположных точек участка небосвода, видимого в данный инструмент.

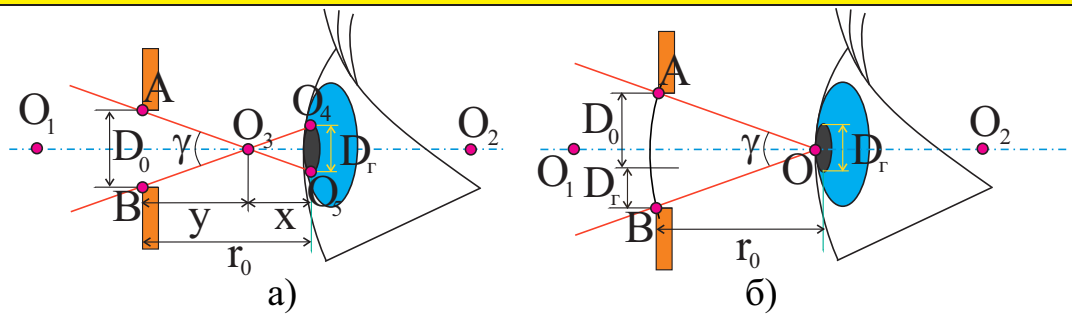

Рис. 9. К определению поля зрения «астрономического арбалета» в рамках: а) точного, б) приближенного способа решения.

4. Цена деления угломерного прибора определяется ценой деления используемой линейки, а предел его измерения – пределом измерения этой линейки **(1+1 балл)**:

$$\boxed{\Delta\alpha = s_0 \frac{1^\circ}{1\ \text{см}} = 1\ \text{мм} \frac{1^\circ}{10\ \text{мм}} = 0.1^\circ = 6', \quad \alpha_{\lim} = 40^\circ.} \tag{24}$$

5. Определим средний угловой диаметр Луны радиуса $\mathfrak{R}_☾$, видимой с подлунной точки **(1 балл)**:

$$\mathcal{D}''_☾ = \frac{2\,\mathfrak{R}_☾}{(a_☾ - \mathfrak{R}_\oplus)} \times 3438' = 31.6'.$$

С помощью данного инструмента можно измерить те элементы рельефа Луны, угловые размеры которых не меньше $\Delta\alpha = 6'$, т. е. их поперечный линейный размер должен составлять не менее $\boxed{2(\Delta\alpha/\mathcal{D}''_☾) \times \mathfrak{R}_☾ = 660\ \text{км}}$. **(1 балл)** Очевидно, такими элементами являются лишь лунные моря и океан **(1 балл)** – самые крупные детали рельефа Луны (кратеры со столь большими размерами на Луне отсутствуют). Например, $\boxed{\text{Море Дождей}}$ имеет диаметр 1123 км, а $\boxed{\text{Море Спокойствия}}$ – 880 км. **(1 балл)**

6. *Точный способ решения.* Рассмотрим рис. 9.а). Здесь D_Γ – диаметр зрачка глаза наблюдателя в момент наблюдений. Два пограничных световых луча AO_5 и BO_4 определяют границы поля зрения в данный инструмент в визуальных наблюдениях, а угол между ними – γ есть угловой диаметр поля зрения, подлежащий определению. Из рисунка следует, что

$$r_0 = x+y, \ \textbf{(1 балл)} \quad \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \frac{D_\Gamma}{2x} = \frac{D_0}{2y}, \ \textbf{(1 балл)} \quad \Rightarrow \quad y = x\frac{D_0}{D_\Gamma}, \quad \Rightarrow \quad x = \frac{r_0\,D_\Gamma}{D_\Gamma + D_0}, \ \textbf{(1 балл)} \quad \Rightarrow$$

$$\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \frac{D_\Gamma}{2x} = \frac{D_\Gamma + D_0}{2\,r_0}, \ \textbf{(1 балл)} \quad \Rightarrow \quad \gamma = 2\operatorname{arctg}\left[\frac{D_\Gamma + D_0}{2\,r_0}\right]. \tag{25}$$

С использованием последнего результата, получаем максимальное значение углового диаметра поля зрения угломерного инструмента в дневное время суток при $r_0 = 25$ мм **(1+1 балл)**:

$$\boxed{\gamma_{\text{д}}^{(\max)} = 2\operatorname{arctg}\left[\frac{D_{\text{д}} + D_0}{2\,r_0}\right] = 15.9^\circ}. \tag{26}$$

Приближенный способ решения. Два пограничных луча AO_5 и BO_4 на рис. 9.а) определяют границы поля зрения для глаза наблюдателя. Выполним сдвиг в виде параллельного переноса каждого луча вверх и вниз на величину $D_\Gamma/2$. В результате получим ситуацию, представленную на рис. 9.б). **(1 балл)** Далее заметим, что $(D_{\text{д}} + D_0)/(2\,r_0) = 7/50 = 0.14 \ll 1$, значит угол $\gamma_{\text{д}}^{(\max)}$ является малым, а отрезок $D_{\text{д}} + D_0$, лежащий напротив $\gamma_{\text{д}}^{(\max)}$, можно считать приблизительно равным дуге окружности $\breve{AB}$. **(1 балл)** Следовательно, можно составить пропорцию **(1+1+1+1 балл)**:

$$\left\{\begin{array}{l} 2\pi r_0 \ \to\ 360^\circ, \\ D_{\text{д}} + D_0 \ \to\ \gamma_{\text{д}}^{(\max)} \end{array}\right\}, \ \Rightarrow \ \boxed{\gamma_{\text{д}}^{(\max)} = \frac{180^\circ(D_{\text{д}} + D_0)}{\pi\,r_0} = 16.0^\circ}. \tag{27}$$

Критерии оценивания и баллы

№	Выполненная часть решения задачи	Балл
К.1.	**Определение минимальной длины бруса**	**4**
	Составлена пропорция	2
	Получено численное значение радиуса дуги	1
	Явно сделан вывод о минимальности длины бруса и равенстве ее радиусу	1
К.2.	**Расчет длины участка АС нити**	**2**
К.3.	**Расчет расстоянии DB**	**2**
К.4.	**Расчет цены деления + предела измерения**	**1+1**
К.5.	**Определение минимального линейного размера формы рельефа**	**4**
	Определение среднего углового диаметра Луны	1
	Вычисление минимального линейного размера формы рельефа Луны	1
	Правильное именование формы рельефа	1
	Представлено не менее 2-х примеров морей или океана	1
К.6.1.	**Точный расчет поля зрения инструмента**	**6**
	Составлена система их 2-х уравнений с 2-мя неизвестными	2
	Решена система уравнений + получено выражение для $\operatorname{tg}\gamma_{\max}/2$	1+1
	Получено аналитическое выражение + численное значение для $\gamma_{\max}$	1+1
К.6.2.	**Приближенный расчет поля зрения инструмента**	**6**
	Определение угла $\gamma_{\max}$ как угла раствора дуги $\breve{AB}$	1
	Явно указано на малость угла $\gamma_{\max}$ и приближенное равенство $D_{\text{д}} + D_0 \approx \breve{AB}$	1
	Составлена пропорция	2
	Получено аналитическое выражение + численное значение для $\gamma_{\max}$	1+1
	Максимальный балл за задачу	**20**

№6. ***«Коррекция орбиты МКС и ее орбитальное движение»***

Условие. На рис. 10 представлена зависимость высоты (h) орбиты Международной космической станции (МКС) над поверхностью Земли в период 17.06.2015 по 17.06.2016 гг. *Вертикальные* «скачки» высоты орбиты здесь отвечают моментам коррекции ("подъема") орбиты станции с помощью пристыкованных космических аппаратов. С использованием данного графика, определите:

1. Какое количество раз корректировали ("поднимали") орбиту МКС с помощью космических аппаратов (КА) за рассматриваемый промежуток времени? Операции маневра M_1 и M_2 не учитывать. **(2 балла)**

2. Определите даты "подъема" орбиты станции, когда высота последней претерпела: а) минимальное, б) максимальное изменение. Определите изменение высоты орбиты в эти подъемы (с точностью до 50 м). **(4 балла)**

3. Определите даты, когда радиус орбиты МКС достигал своего а) минимального, б) максимального значений. Определите значения радиусов ее орбиты в эти моменты (с точностью до 200 м). **(4 балла)**

4. Вычислите минимальное и максимальное значения периода (в секундах, до целых) обращения МКС вокруг Земли и ее орбитальной скорости (в м/с, до целых) в течение указанного промежутка времени. **(3+3 балла)**

5. Максимальное количество восходов и закатов Солнца, которые могли наблюдать члены экипажа МКС в течение одних средних солнечных суток, 13.01.2016. **(2 балла)**

6. Минимальный промежуток времени (в секундах, до целых) между двумя последовательными пролетами МКС над данной точкой поверхности Земли в сутки 13.01.2016. **(2 балла)**

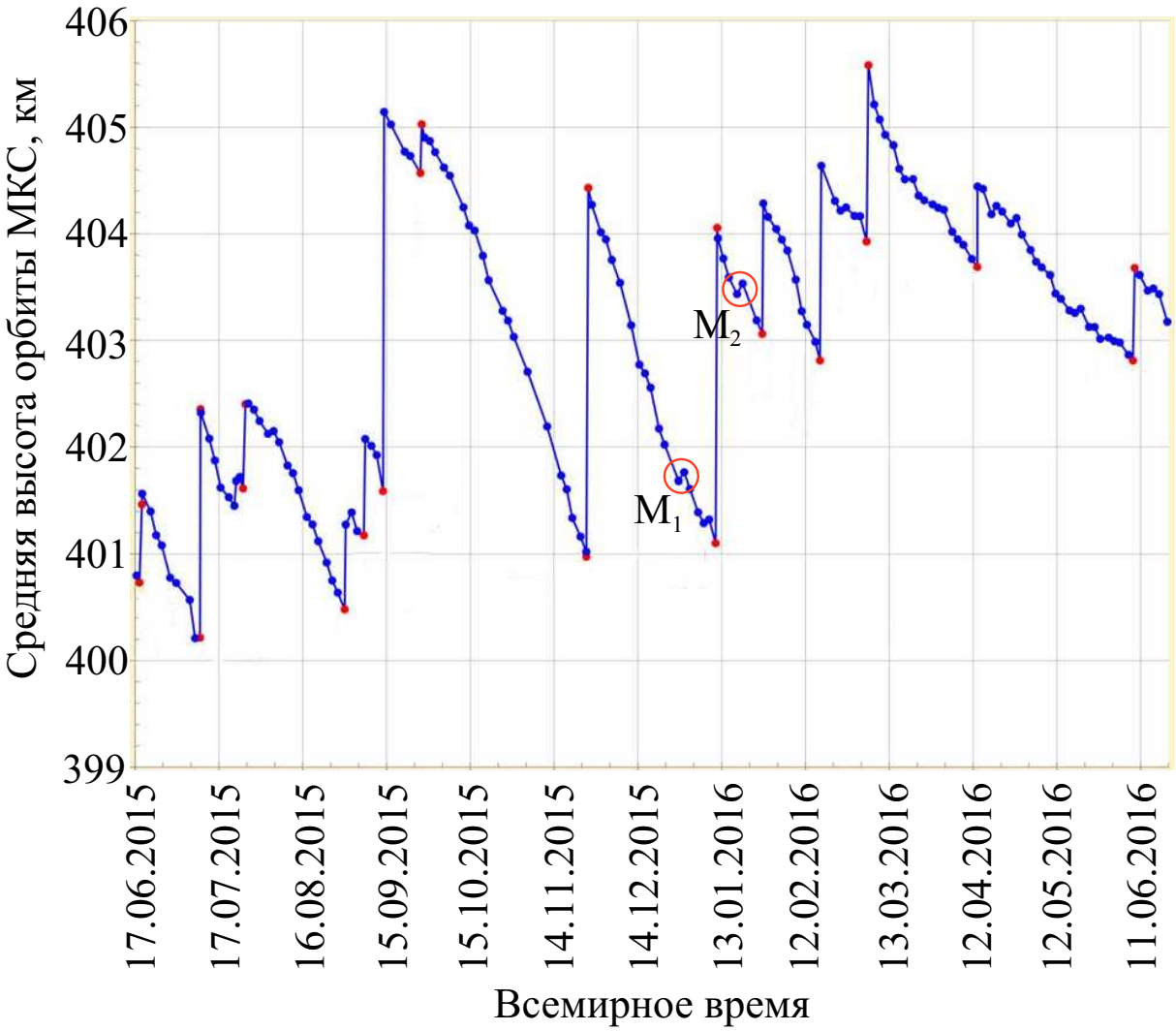

Рис. 10. Изменение средней высоты орбиты МКС в период с 17.06.2015 по 17.06.2016 гг.

Орбиту МКС вне "подъемов" на каждом обороте следует считать круговой. Направление орбитального движения МКС совпадает с направлением суточного вращения Земли. Прецессией и поворотом орбиты МКС пренебречь.

Решение.

1. Путем прямого подсчета определяем по рис. 10 количество «вертикальных скачков» – 15 (см. рис. 11). Укажим, ради полноты ответа, даты "подъемов" орбиты МКС: 19.06, 11.07, 22.07, 27.07, 31.08, 08.09, 15.09, 28.09, 25.11, 11.01, 28.01, 17.02, 05.03, 13.04, 09.06. **(2 балла)**

2. Согласно рис. 10, высота орбиты МКС претерпела минимальное изменение 22.07.2015 года, **(1 балл)** при этом $\Delta h_{\min} = 250$ м **(1 балл)**; высота орбиты МКС претерпела максимальное изменение 15.09.2015 года, **(1 балл)** при этом $\Delta h_{\max} = 3550$ м **(1 балл)**.

3. Текущий радиус орбиты МКС определяется как сумма радиуса Земли $\mathfrak{R}_\oplus$ и высоты ее орбиты: $r = \mathfrak{R}_\oplus + h$. Радиус орбиты МКС достигал своего минимального значения в тот момент, когда высота ее орбиты была минимальной. Согласно рис. 10, это было 07.07.2015 года **(1 балл)** при этом $h_{\min} = 400.2$ км, а $r_{\min} = 6771.2$ км. **(1 балл)** Максимальное значение радиус орбиты МКС принимал 05.03.2016 года **(1 балл)**, при этом $h_{\max} = 405.6$ км, а $r_{\max} = 6776.6$ км **(1 балл)**.

4. Сидерический период обращения МКС вокруг центра Земли можно определить с использованием 3-го закона Кеплера **(1+1+1 балл)**:

$$\frac{T_{\text{МКС}}^2}{T_☾^2} = \frac{r_{\text{МКС}}^3}{r_☾^3}, \;\Rightarrow\; T_{\text{МКС}} = T_☾ \left(\frac{r_{\text{МКС}}}{r_☾}\right)^{3/2}, \;\Rightarrow \tag{28}$$

$$T_{\min} = T_☾ \left(\frac{r_{\min}}{r_☾}\right)^{3/2} = 1.533 \text{ час} = 5519 \text{ с}, \; T_{\max} = T_☾ \left(\frac{r_{\max}}{r_☾}\right)^{3/2} = 1.535 \text{ час} = 5525 \text{ с}. \tag{29}$$

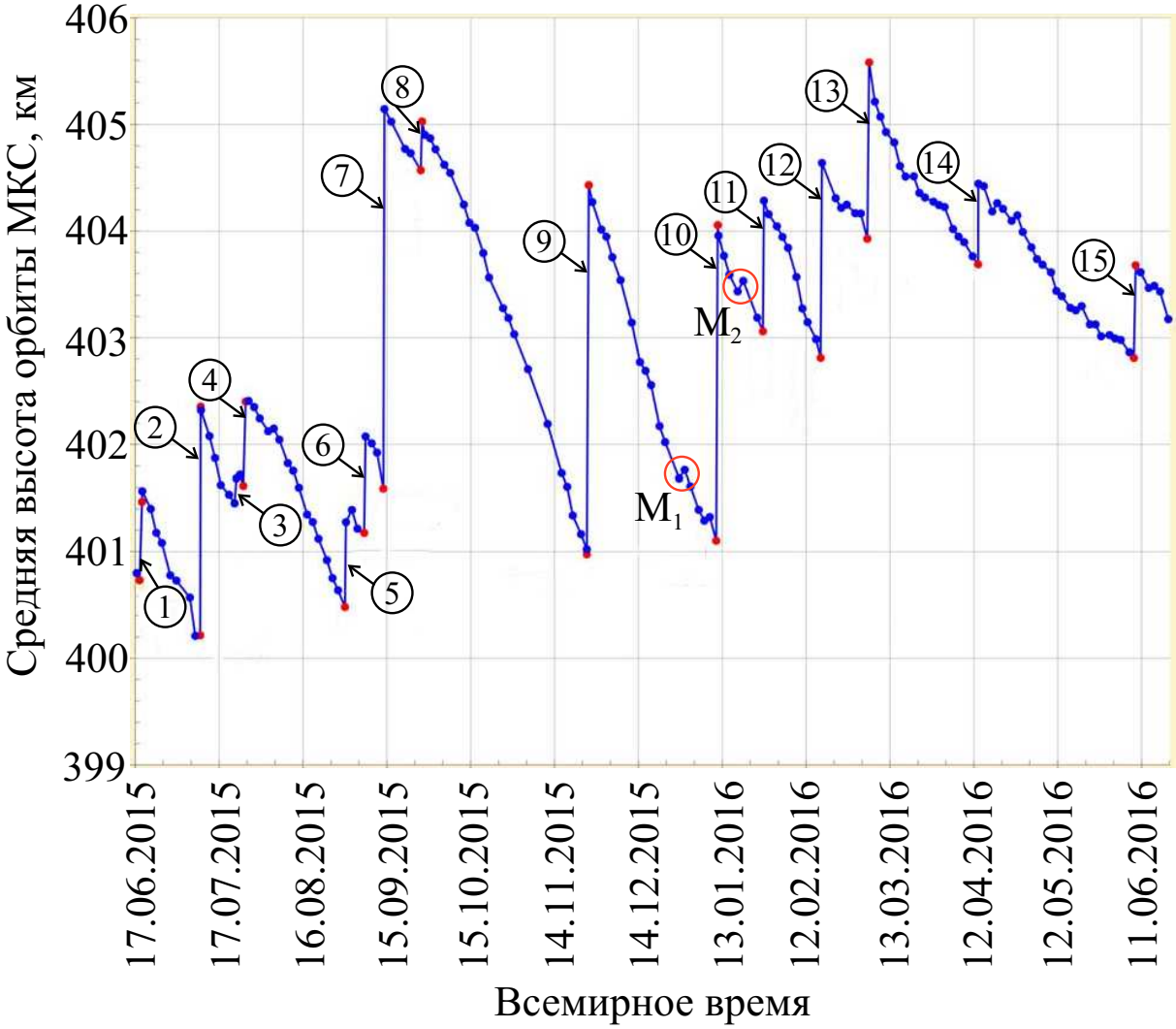

Рис. 11. К определению 15 участков изменения высоты орбиты МКС, обусловленной коррекцией ("подъемом") ее орбиты с помощью КА "Прогресс".

здесь и далее $T_☾$, $r_☾$ – сидерический период обращения Луны вокруг Земли и радиус ее орбиты соответственно. Орбитальную скорость МКС можно представить в виде **(1+1+1 балл)**:

$$V_{\text{МКС}} = \frac{2\,\pi\, r_{\text{МКС}}}{T_{\text{МКС}}} = \frac{2\,\pi\, r_☾}{T_☾}\sqrt{\frac{r_☾}{r_{\text{МКС}}}}, \quad \Rightarrow \tag{30}$$

$$V_{\min} = \frac{2\,\pi\, r_☾}{T_☾}\sqrt{\frac{r_☾}{r_{\max}}} = 7706 \text{ м/с}, \; V_{\max} = \frac{2\,\pi\, r_☾}{T_☾}\sqrt{\frac{r_☾}{r_{\min}}} = 7709 \text{ м/с}. \tag{31}$$

5. В своем орбитальном движении МКС приблизительно половину своего сидерического периода проводит в земной тени, а половину – на дневной стороне. Значит, в течение одного оборота вокруг Земли, члены экипажа МКС могут наблюдать один восход и один закат Солнца. С использованием (28), определим сидерический период МКС 13.01.2016 года – $T_{13.01} = 5523$ с, где $h_{13.01} = 403.75$ км, $r_{13.01} = 6774.75$ км. **(1 балл)** Отношение продолжительности одних средних солнечных суток к периоду $T_{13.01}$ составляет 15.6. Это означает, что члены экипажа МКС могут наблюдать в течение одних средних суток либо 16 восходов и 15 закатов, либо наоборот, 15 восходов и 16 закатов. **(1 балл)**

6. Заметим, что искомый промежуток времени определяется двумя вращательными движениями: вращением Земли вокруг своей оси и обращением МКС вокруг центра Земли. Оба вращательных движения совершаются в одном направлении. Значит искомый промежуток времени есть синодический период этих движений **(1+1 балл)**:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{13.01}} - \frac{1}{T_\oplus}, \;\; \Rightarrow \;\; S = \frac{T_{13.01}\,T_\oplus}{T_\oplus - T_{13.01}} = 5901 \text{ с}. \tag{32}$$

Критерии оценивания и баллы

№	Выполненная часть решения задачи	Балл
К.1.	**Определение количества подъемов орбиты МКС**	**2**
К.2.	**Определение дат подъема орбиты и экстремальных значений Δh**	**4**
	Определены даты подъема орбиты МКС (допустима погрешность ±1 сутки), в которые ее высота изменилась на минимальную + максимальную величину	1+1
	Определены значения минимального + максимального изменения высоты орбиты	1+1
К.3.	**Определение дат и экстремальных значений радиуса орбиты МКС**	**4**
	Определены даты (допустима погрешность ±1 сутки), в которые радиус орбиты МКС принимал минимальное + максимальное значения	1+1
	Определены значения минимального + максимального радиусов орбиты	1+1
К.4.	**Расчет экстремальных значений периодов обращения и орбитальных скоростей МКС**	**6**
	Определена аналитическая формула + получены экстремальные значения для сидерического периода обращения МКС	1+2
	Определена аналитическая формула + получены экстремальные значения для орбитальной скорости МКС	1+2
К.5.	**Максимальное количество восходов и закатов Солнца**	**2**
	Определено значение сидерического периода $T_{13.01}$	1
	Определено максимальное количество восходов и закатов Солнца	1
К.6.	**Минимальный промежуток времени между пролетами**	**2**
	Получена аналитическая формула + представлено численное значение для S	1+1
	Максимальный балл за задачу	**20**

На решение задач данного этапа Олимпиады участникам отводится 4 часа.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- *Гравитационная постоянная* – $G = 6.674 \cdot 10^{-11}$ м^3· кг$^{-1} \cdot c^{-2}$
- *Скорость света в вакууме* – $c = 2.998 \cdot 10^8$ м/с
- *Универсальная газовая постоянная* – $R = 8.31$ кг·м^2· с$^{-2}$·К$^{-1}$· моль$^{-1}$
- *Постоянная Стефана-Больцмана* – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ кг·с$^{-3}$·К$^{-4}$
- *Масса протона* – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
- *Масса электрона* – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
- *Астрономическая единица* – 1 а.е. $= 1.496 \cdot 10^{11}$ м
- *Парсек* – 1 пк = 206265 а.е. $= 3.086 \cdot 10^{16}$ м
- *Свеотовой год* – 1 св. г. $= 9.461 \cdot 10^{15}$ м
- *Постоянная Хаббла* – $H = 70.0$ км·с$^{-1}$·Мпк$^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- *Радиус* – $6.955 \cdot 10^5$ км
- *Масса* – $1.989 \cdot 10^{30}$ кг
- *Светимость* – $3.827 \cdot 10^{26}$ Вт
- *Спектральный класс* – G2
- *Видимая визуальная звездная величина* – -26.74^m
- *Видимая болометрическая звездная величина* – -26.80^m
- *Абсолютная болометрическая звездная величина* – $+4.83^m$
- *Показатель цвета (B-V)* – $+0.67^m$
- *Эффективная температура* – 5778 К
- *Средний горизонтальный параллакс* – $8.794''$
- *Интегральный поток энергии на расстоянии Земли* – 1360 Вт/м^2
- *Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли* – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- *Эксцентриситет орбиты* – 0.017
- *Тропический год* – 365.24219 сут
- *Средняя орбитальная скорость* – 29.8 км/с
- *Период вращения* – 23 часа 56 минут 04 секунды
- *Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0* – $23^\circ\, 26'\, 21.45''$
- *Экваториальный радиус* – 6378.14 км
- *Полярный радиус* – 6356.77 км
- *Средний (по объему) радиус* – 6371.01 км
- *Масса* – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- *Средняя плотность* – 5.52 г·см$^{-3}$
- *Объемный состав атмосферы* – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

§4. Данные о Луне

- *Среднее расстояние от Земли* – 384400 км
- *Минимальное расстояние от Земли* – 363300 км
- *Максимальное расстояние от Земли* – 405500 км
- *Эксцентриситет орбиты* – 0.055

- *Наклон плоскости орбиты к эклиптике* – $5°09'$
- *Сидерический (звездный) период обращения* – 27.321662 сут
- *Синодический период обращения* – 29.530589 сут
- *Радиус* – 1738 км
- *Масса* – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- *Средняя плотность* – 3.34 г·см$^{-3}$
- *Визуальное геометрическое альбедо* – 0.12
- *Видимая звездная величина в полнолуние* -12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли	г·см$^{-3}$		градусы		
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут†	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час†	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;
† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.		градусы		сут
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см$^{-3}$	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	−12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685†	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;
† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin\alpha \pm x\,\cos\alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos\alpha \mp x\,\sin\alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg}\alpha \pm \frac{x}{\cos^2\alpha};$$

$$(1+x)^n \approx 1 + n\,x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.