САМАРСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ДЛЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ ОТКРЫТОЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ им. Ф.А. БРЕДИХИНА

СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ.
СЕЗОН: 2024-2025, ТУР № 2

Самара, 2025 г.

Дорогие Друзья!

Вашему вниманию в данном релизе представлены 10 оригинальных задач двух уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В). Задачи составлены в соответствии с ***Перечнем*** *вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 10-11 классов к решению задач ее различных этапов.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: **«Условия и решения конкурсных задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025 среди обучающихся 10-11 классов. Тур № 2». – https://codsamara.ru/olimpiady-i-konkursy/olimpiada-imeni-f-a-bredihina/**

Составитель: – ***Филиппов Юрий Петрович***, научный руководитель школы, учитель астрономии и методист СРЦОД, к.ф.-м.н.

Верстка в системе LaTeX – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

Памятка участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025

1. ***Официальный сайт Астрошколы***:
https://codsamara.ru/olimpiady-i-konkursy/olimpiada-imeni-f-a-bredihina/

2. ***Официальная группа в VK***:
vk.com/bredikhinolimp

3. ***Сроки подачи решений задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025 тура № 2 на проверку***:
15.02.2025-31.03.2025!!!

4. ***Электронный ящик ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025:***
samrasolimp@mail.ru

5. ***Руководство зарегистрированного участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025***:

https://codsamara.ru/olimpiady-i-konkursy/olimpiada-imeni-f-a-bredihina/
или
https://vk.com/bredikhinolimp

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

Дорогие Друзья!
Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025, внимательно ознакомьтесь с «Руководством зарегистрированного участника ОМОА им Ф.А. Бредихина-2025»! Электронный адрес последнего указан в Памятке участника.

Уровень «Новичок» (уровень А)

№1. ***«Сокровища летнего небосвода»***

На рис. 1 представлен фрагмент звездной карты с указанием положений некоторых созвездий и звезд.

Рис. 1. Фрагмент карты звездного неба с указанием некоторых созвездий и звезд. Стрелками указаны направления увеличения экваториальных координат (склонения и прямого восхождения). Внизу фрагмента представлена шкала времени с указанием характерных дат пребывания светил (с определенным значением прямого восхождения) в верхней кульминации (в меридиане) в местную полночь.

1. Созвездиям с какими номерами принадлежат яркие звезды (указанные на рисунке), которые образуют астеризм «Летне-осенний треугольник»? Ответ представьте парами (звезда → номер созвездия). (1 балл за каждую пару)

2. В созвездии с каким номером располагается знаменитая планетарная туманность, представленная на рис. 2? (1 балл)

3. Установите соответствие между пронумерованными созвездиями и их названиями. Ответ представьте парами (цифра, буква). (1 балл за пару)

А. Водолей	Б. Лисичка	В. Щит	Г. Дельфин
Д. Лебедь	Е. Стрела	Ж. Лира	З. Орел

4. *Метеорным потоком* называется совокупность метеоров, порожденных вторжением в атмосферу Земли роя метеорных тел (метеороидов). Поскольку метеорные рои занимают четко определенные орбиты в космическом пространстве, то, метеорные потоки наблюдаются в строго определенное время года, когда Земля проходит точку пересечения орбит Земли и роя; радианты потоков при этом оказываются в строго определенных точках небосвода. Свои названия метеорные потоки получают, как правило, по названию того созвездия (на латинском языке), в котором расположен его радиант или ближайшая к нему звезда этого созвездия. Ниже приведены названия некоторых созвездий на русском (латинском) языке.

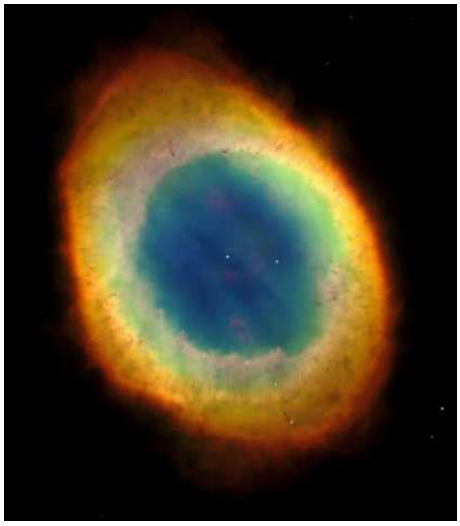


Рис. 2. К определению образа планетарной туманности.

А. Лисичка (Vulpecula)	Б. Дельфин (Delphinus)	В. Водолей (Aquarius)	Г. Малый Конь (Equuleus)
Д. Орел (Aquila)	Е. Лебедь (Cygnus)	Ж. Стрела (Sagitta)	З. Лира (Lyra)

Определите номер созвездия, в котором располагается радиант метеорного потока Каппа-Цигниды? (1 балл)

№2. *«Экваториальные координаты и время кульминаций-2»*

На рис. 1 представлен фрагмент звездной карты с указанием положений некоторых созвездий и звезд.

1. Созвездия с каким номером располагаются в меридиане в местную полночь славянского праздника Ивана Купала (07.07)? (1 балл за созвездие)

2. Точки границ созвездия с каким номером обладают самыми большими значениями прямого восхождения? (2 балла)

3. Точки границ созвездия с каким номером обладают минимальными значениями склонения? (2 балла)

4. В созвездии с каким номером была обнаружена самая первая черная

Рис. 3. Луна над Исаакиевским собором и церковью Святой Великомученицы Екатерины, г. Санкт-Петербург (автор фото – Руслан Кондратенко, источник: https://vk.com/wall-59516873_247855).

дыра? (1 балл)

5. В созвездии с каким номером расположена одна из ярких и самых красивых двойных звезд на земном небосводе (представлена среди именованных ярких звезд), которую известный британский астроном, популяризатор астрономии и телеведущий Патрик Мур называл «Королевой двойных звезд»? Как называется эта звезда? Можно ли ее двойственность разрешить невооруженным глазом? (3 балла)

6. Какая из представленных именованных звезд обладает минимальным радиусом своей суточной параллели? (2 балла)

№3. *«Луна над достопримечательностями Петербурга»*

На рис. 3 представлен коллаж фотографий Луны, полученных над Исаакиевским собором и церковью Святой Великомученицы Екатерины (г. Санкт-Петербург). Хронология получения образов Луны во время съемки отвечает росту их порядковых номеров от 0 до 8.

1. Из сопоставления образов №2 и №7 легко видеть, что у образа №2 наблюдается существенно бóльшая сплюснутость вдоль отвесной линии, нежели у образа №7. Благодаря какому физическому явлению наблюдается бóльшая сплюснутость видимого диска Луны №2? (1 балл)

1. Рассеяние	**2.** Аберрация	**3.** Дифракция	**4.** Интерференция
5. Дисперсия	**6.** Поглощение	**7.** Рефракция	**8.** Отражение

2. Из сопоставления образов №2 и №7 легко видеть, что образ №2 существенно более красный, нежели образ №7. Благодаря каким двум физиче-

ским явлениям наблюдается больше красного цвета у видимого диска Луны №2? (1 балл за каждое явление)

1. Рассеяние	**2.** Аберрация	**3.** Дифракция	**4.** Интерференция
5. Дисперсия	**6.** Поглощение	**7.** Рефракция	**8.** Отражение

3. На сколько секунд (до десятых долей) время распространения света по пути: Солнце→ Луна → Земля было больше соответствующей величины по пути Солнце → Земля в момент съемки? Орбиту Луны считать круговой. (2 балла)

4. Оцените продолжительность фотосессии Луны над Петербургом (от момента получения 0-го образа и до момента получения 8-го образа Луны)? Ответ представьте в минутах, округлив до десятых. (2 балла).

№4. ***«О некоторых неизвестных нюансах фотосессии»***

На рис. 3 представлен коллаж фотографий Луны, полученных над Исаакиевским собором и церковью Святой Великомученицы Екатерины (г. Санкт-Петербург).

1. Определите угол $\mathcal{D}_1''$ (в угловых минутах, до десятых долей), под которым был виден диаметр основания главного купола церкви Святой Великомученицы Екатерины (указан на рисунке буквой D_1) с позиции автора фотографии в момент съемки. Орбиту Луны считать круговой. (3 балла)

2. Оцените расстояние Δr между геометрическими центрами главных куполов церкви Святой Великомученицы Екатерины и Исаакиевского собора, если диаметр основания первого есть $D_1 = 17.5$ м, а диаметр второго – $D_2 = 25.8$ м. Ответ представьте в километрах, округлив до сотых. (3 балла)

3. Оцените продолжительность (в минутах, до сотых долей) восхода Луны в ночь ее фотосъемки? (3 балла)

Уровень «Знаток» (уровень В)

№5. ***«Вариация блеска Луны в фазе полнолуния»***

Из наблюдений за Луной известно, что ее блеск в фазе полнолуния не остается постоянным. Какой из эффектов: 1) эллиптичность орбиты Земли или 2) эллиптичность орбиты Луны определяет доминирующий вклад в итоговое изменение блеска (амплитуду блеска) Луны в указанной фазе? Во сколько раз вклад одного из эффектов больше вклада другого? Свой ответ обоснуйте строго математически. (11 баллов)

№6. ***«О некоторых характеристиках Солнца»***

Полагая, что Солнце является однородным шаром, оцените:

1. Среднюю массовую плотность тела Солнца; (2 балла)

2. Давление солнечной плазмы в центре Солнца и на поверхности его ядра (на расстоянии 0.3 радиуса Солнца от его центра). Ответ представьте в паска-

лях (Па) и в единицах (p_0) нормального атмосферного давления ($p_0 = 101325$ Па); (4 балла)

3. Общее количество атомов в теле Солнца; (2 балла)

4. Молярную массу водородной квазинейтральной плазмы (в ней суммарный заряд макроскопической порции плазмы равен нулю; на каждые 10 протонов приходится 1 альфа-частица, вкладом более тяжелых ионов следует пренебречь); (2 балла)

5. Температуру в центре Солнца и на поверхности ядра, с использованием модели идеального газа. (2 балла)

№7. *«И снова о Луне над Питером»*

Лишь с использованием коллажа фотографий Луны, представленного на рис. 3, оцените:

1. Склонение Луны в момент съемки, если широта места съемки $\varphi = 59°56'$. (6 баллов)

2. Азимуты и часовые углы точек восхода и захода Луны за горизонт с учетом рефракции света. (4 балла)

3. Продолжительность пребывания Луны над горизонтом? Собственным движением спутника Земли следует пренебречь. (4 балла)

№8. *«Такие разные звезды-близнецы»*

Предположим, что с Земли наблюдается тесная двойная звезда, которую составляют две идентичные по массе, размерам и эффективной температуре звезды. Плоскость круговой орбиты их относительного движения перпендикулярна картинной плоскости. Объясните, почему для земного наблюдателя одна из компонент будет видна более холодной, а другая – более горячей? Оцените, максимальную допустимую разность температур для звезд-близнецов Pismis 24-1, если их суммарная масса $\mathfrak{M}_{\text{tot}} = 140\,\mathfrak{M}_\odot$, радиус каждой – $\mathfrak{R}_* = 18\,\mathfrak{R}_\odot$, а температура поверхности – $T_* = 42000$ K. (14 баллов)

№9. *«Комета C/2023 A3 (Tsuchinshan-Atlas) у горизонта»*

На рис. 4 представлена фотография яркой кометы C/2023 A3 (Tsuchinshan-Atlas) с наложенной на нее сеткой экваториальных координат и линией математического горизонта, с указанием трех наиболее ярких звезд ее окрестности (с усилением их яркости), полученная в момент прохождения Земли через плоскость ее орбиты 14 октября 2024 года в 20 часов 00 минут по всемирному времени. В таблице ниже представлены экваториальные координаты этих звезд.

Звезда 1: 109 Vir		Звезда 2: 11 Lib		Звезда 3: 110 Vir	
Пр. восхождение	Склонение	Пр. восхождение	Склонение	Пр. восхождение	Склонение
$14^{\text{ч}}47^{\text{м}}29^{\text{с}}$	$01°47'25''$	$14^{\text{ч}}52^{\text{м}}17^{\text{с}}$	$-2°24'02''$	$15^{\text{ч}}04^{\text{м}}08^{\text{с}}$	$1°59'45''$

Определите:

1. Над какой четвертью горизонта (представляемой его дугой, величина которой 90°) располагалась комета в момент съемки? Дайте развернутое обоснование для выбранного варианта. (3 балла)

Север-восток	Юго-восток	Юго-запад	Северо-запад

2. В какое время суток была выполнена ее фотосъемка? Обоснуйте свой выбор строго математически. (3 балла)

Вечером, вскоре после захода Солнца	Ночью, вблизи полуночи	Днем, вблизи полудня	Утром, незадолго до восхода Солнца

Выполните оценку следующих величин в указанных единицах измерения и с ошибкой, не превосходящей величины Δ.

№	Величина	Ед-ца измерения	Δ
3.	**Угловые характеристики кадра**		
3.1.	Угловой масштаб кадра (3 балла)	$'$/мм	$0.5'$/мм
3.2.	Цена деления сетки по склонению (1 балл)	градус	$0.5°$
3.3.	Цена деления сетки по прямому восхождению (1 балл)	градус	$0.5°$
4.	**Горизонтальные координаты головы кометы (Н)**		
4.1.	Высота (1 балл)	градус	$0.5°$
4.2.	Азимут (2 балла)	градус	$0.5°$

В момент съемки экваториальные координаты Солнца были ($13^{ч}21^{м}05^{с}$, $-08°32'41''$). При расчете погрешностей определения искомых величин в качестве абсолютной погрешности измерения длины какого-либо отрезка на фотографии следует принимать цену деления линейки (1 мм).

№10. *«Астрометрия и динамика кометы C/2023 A3»*

С использованием условия и результатов решения предыдущей задачи, *выполните оценку* следующих величин в указанных единицах измерения и с ошибкой, не превосходящей величины Δ.

№	Величина	Ед-ца измерения	Δ
1.	**Экваториальные координаты головы кометы (Н)**		
1.1.	Склонение (1 балл)	градус	0.5
1.2.	Прямое восхождение (1 балл)	градус	0.5
2.	**Размеры хвоста и антихвоста кометы**		
2.1.	Угловой размер наиболее протяженной видимой части (НТ) пылевого хвоста кометы (1 балл)	градус	0.5
2.2.	Угловой размер наиболее протяженной видимой части (АН) пылевого антихвоста кометы (1 балл)	градус	0.5
3.	**Параметры орбитального движения**		
3.1.	Угол элонгации кометы в момент съемки (2 балла)	градус	1.0
3.2.	Наклонение орбиты кометы, учитывая, что комета имела обратное движение (2 балла)	градус	1.0
3.3.	Гелиоцентрическое расстояние головы кометы (2 балла)	а. е.	0.05
3.4.	Фазовый угол головы кометы (2 балла)	градус	1.0
3.5.	Гелиоцентрическую скорость ядра кометы, полагая, что данная комета является долгопериодической, пришедшей к Солнцу из облака Оорта (1 балл)	км/с	0.1

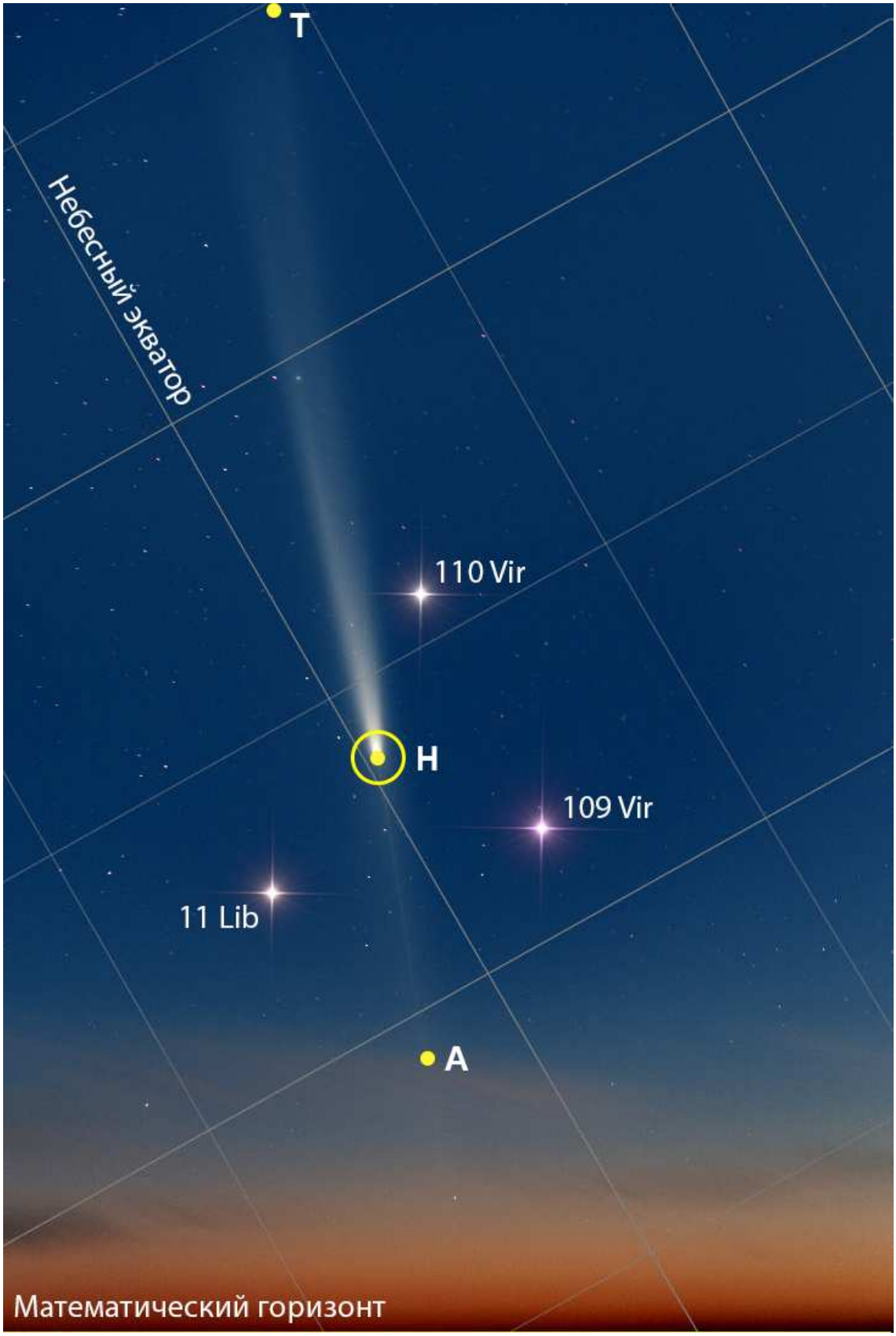


Рис. 4. Комета C/2023 A3 (Tsuchinshan-Atlas) в окрестности горизонта. Здесь нижняя кромка кадра совпадает с математическим горизонтом; указано положение небесного экватора, головы кометы (H), наиболее протяженной видимой части (HT) пылевого хвоста кометы, видимой части антихвоста кометы (HA), ориентированного строго "на Солнце".

4. Какова физическая причина образования антихвоста кометы HA? Следствием какого фундаментального закона физики является его появление?

(2 балла)

На момент съемки экваториальный параллакс ядра кометы – $p_c = 18.155''$. Орбиту Земли считать круговой.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Уровень «Новичок» (уровень А)

№1. *«Сокровища летнего небосвода»*

1. Астеризм «Летне-осенний треугольник» образуют следующие звезды: Вега (α Лиры), Денеб (α Лебедя), Альтаир (α Орла). С использованием рис. 1, получаем следующие пары: (Вега, $\boxed{2}$), (Денеб, $\boxed{1}$), (Альтаир, $\boxed{7}$). (3 балла)

2. На рис. 2 представлена планетарная туманность Кольцо (M57 по каталогу Мессье), расположенная в созвездии Лиры. Согласно рис. 1, это созвездие представлено под номером $\boxed{2}$. (1 балл)

3. Под номером $\boxed{1}$ представлено созвездие Лебедя, в центральной части которого расположен астеризм, напоминающий птицу с длинной шеей и распростертыми крыльями. Характерной особенностью созвездия Лиры (представленного под номером $\boxed{2}$), является его астеризм в виде параллелограмма и ярчайшая звезда летне-осеннего небосвода – *Вега*. Созвездие $\boxed{3}$ не имеет ярких звезд и "бросающихся в глаза" астеризмов. Это созвездие Лисички. В небольшом созвездии $\boxed{4}$, Стрела, также отсутствуют яркие звезды, но группа из 5 звезд в его центральной части образует астеризм, напоминающий "стрелу для стрельбы из лука". Созвездием с номером $\boxed{5}$ является небольшое созвездие Щита. Четыре его ярчайшие звезды напоминают "щит сухопутного воина". Созвездием под номером $\boxed{6}$ является Дельфин. Его выдает астеризм из 5-7 ярчайших звезд, напоминающий форму "рыбки с длинным хвостиком". Наконец, под номером $\boxed{7}$ представлено созвездие Орла. Здесь почти на всю область созвездия раскинулся астеризм, напоминающий птицу с короткой шеей, длинными крыльями и корпусом умеренной длины. Таким образом, имеем следующие пары (1, Д), (2, Ж), (3, Б), (4, Е), (5, В), (6, Г), (7, З). (7 баллов)

4. Очевидно, название метеорного потока Каппа-Цигниды, происходит от названия созвездия «Лебедь» на латинском языке – Cygnus и названия его звезды, определенного по системе Байера. Значит, радиант метеорного потока должен быть расположен в пределах границ указанного созвездия. Последнее на рис. 1 представлено под номером $\boxed{1}$. (1 балл)

№2. *«Экваториальные координаты и время кульминаций-2»*

1. Если через дату славянского праздника Ивана Купала (07.07) на шкале дат провести прямую, параллельную вертикальным границам рисунка, то она будет приблизительно имитировать положение небесного меридиана. Нетрудно видеть, что меридиан в эти сутки в полночь пересекает созвездия $\boxed{2}$ и $\boxed{7}$. (2 балла)

2. На рис. 1 стрелкой указано направление возрастания прямого восхождения светила. Значит, самыми большими значениями прямого восхождения светила обладают точки созвездия, наиболее близкие по положению к левой

границе рисунка, т. е. созвездия $\boxed{1}$. (2 балла)

3. На рис. 1 стрелкой указано направление возрастания склонения светила. Значит, самыми малыми значениями склонения светила обладают точки созвездия, наиболее близкие по положению к нижней границе рисунка, т. е. точки созвездия $\boxed{7}$. (2 балла)

4. Самая первая черная дыра была обнаружена в созвездии Лебедя (номер которого $\boxed{1}$) и является одним из компонентов рентгеновской двойной системы Лебедь X-1. (1 балл)

5. В созвездии Лебедя (номер которого $\boxed{1}$) расположена одна из ярких и самых красивых двойных звезд на земном небосводе – *Альбирео*, которую известный британский астроном, популяризатор астрономии и телеведущий Патрик Мур называл «Королевой двойных звезд». Ее двойственность разрешить невооруженным глазом невозможно, поскольку угловое расстояние между компонентами составляет $35''$, в то время как разрешающая способность человеческого глаза составляет приблизительно $60''$. (3 балла)

6. Можно легко показать, что угловой радиус суточной параллели звезды пропорционален косинусу ее склонения. Поскольку с увеличением значения аргумента значение функции "косинус" уменьшается, то наименьший угловой радиус будет иметь звезда, которая обладает наибольшим склонением. Очевидно, это Денеб. (2 балла)

№3. *«Луна над достопримечательностями Петербурга»*

1. Благодаря явлению *атмосферной рефракции* (7) диски всех неточечных объектов (в том числе и Луны) у горизонта испытывают видимое сплющивание вдоль отвесной линии. (1 балл)

2. Благодаря явлениям *рассеяния* (1) и *поглощения* (6) лунного света в атмосфере Земли образ №2 существенно более красный, нежели образ №7. Исследования показывают, что более интенсивно рассеиваются и поглощаются световые волны коротких длин волн, нежели длинных. При более низком положении Луны над горизонтом (в позиции №2), ее свет проходит больший оптический путь в земной атмосфере, а значит из исходного светового пучка сильнее выбывают волны фиолетового, синего, голубого цветов, и остаются преимущественно оранжево-красные волны. С увеличением высоты Луны над горизонтом указанный оптический путь в земной атмосфере сокращается, а значит уменьшается вклад данных явлений в итоговую картину. (2 балла)

3. Заметим, что в момент съемки Луна находилась в фазе полнолуния, а значит имела место сизигия для Солнца, Земли и Луны. При этом время распространения света по пути Солнце→ Луна → Земля было больше соответствующей величины по пути Солнце → Земля в момент съемки, очевидно, на величину, равную времени распространения света от Земли до Луны и об-

ратно:

$$\tau = \frac{2\,a_{☾}}{c} = 2.6 \text{ с},$$

здесь $a_{☾}$ – расстояние от Земли до Луны, c – скорость света в вакууме. (2 балла)

4. С использованием линейки, определим линейное расстояние между верхними точками дисков Луны №0 и №8: $L_{0-8} = 252$ мм (здесь и далее Ваши значения для линейных величин могут отличаться от авторских, при использовании фотографии с иными размерами). Измерим диаметр диска Луны с помощью линейки – $D_{☾} = 29$ мм. Учтем далее, что угловой диаметр Луны, видимой с Земли, может изменяться в пределах (1 балл):

$$\frac{2\mathfrak{R}_{☾}}{a_{☾}\,(1+\varepsilon_{☾})} \times 3438' \le \mathcal{D}''_{☾} \le \frac{2\mathfrak{R}_{☾}}{a_{☾}\,(1-\varepsilon_{☾}) - \mathfrak{R}_{\oplus}} \times 3438', \;\Rightarrow$$

$$29.5' \le \mathcal{D}''_{☾} \le 33.5', \tag{1}$$

здесь и в следующей задаче: $a_{☾}$, $\varepsilon_{☾}$, $\mathfrak{R}_{☾}$ – большая полуось и эксцентриситет орбиты Луны, ее радиус соответственно; $\mathfrak{R}_{\oplus}$ – радиус Земли. Тогда угловое расстояние, пройденное Луной между положениями 0 и 8, равно

$$\ell = \left(\frac{L_{0-8}}{D_{☾}}\right) \cdot \mathcal{D}''_{☾}, \;\Rightarrow\; 256.3' \le \ell \le 291.1'. \tag{2}$$

Перемещение Луны между положениями 0-8, главным образом, обусловлено суточным вращением Земли, угловая скорость которого равна $\omega_{\oplus} = 15'/$мин. С учетом склонения Луны, данную скорость можно определить в виде: $\omega_{\text{vis}} = \omega_{\oplus} \cdot \cos\delta_{☾}$. Поскольку склонение Луны принадлежит интервалу:

$$-28°35' \le \delta_{☾} \le +28°35'.$$

Значит искомый промежуток времени должен быть заключен в интервале (1 балла):

$$\frac{\ell_{\min}}{\omega_{\oplus}} \le \tau_{☾} \le +\frac{\ell_{\max}}{\omega_{\oplus}\cos\delta_{☾}^{(\max)}}, \;\text{ или }\; 17.1 \text{ мин} \le \tau_{☾} \le 22.1 \text{ мин}.$$

В качестве ответа принимаются значения из интервалов: нижняя граница интервала: $[15.6, 18.6]$ мин, верхняя граница интервала: $[20.6, 23.6]$ мин.

№4. *«Секреты фотосессии в Санкт-Петербурге»*

1. Согласно пункту 4 задачи №3 линейный диаметр Луны равен $\tilde{D}_{☾} = 29$ мм. Измерим величины оснований куполов ($\tilde{D}_1 = 30.5$ мм и $\tilde{D}_2 = 22.5$ мм, здесь и далее Ваши значения для линейных величин могут отличаться от авторских, при использовании фотографии с иными размерами) на фотографии. Поскольку угловой масштаб фотографии одинаков, по крайней мере, в

центральной части ее поля, то отношение линейных размеров объектов кадра должно быть равно отношению их угловых размеров:

$$\frac{\mathcal{D}''_i}{\mathcal{D}''_☾} = \frac{\tilde{D}_i}{\tilde{D}_☾}, \;\; \Rightarrow \;\; \mathcal{D}''_i = \mathcal{D}''_☾ \frac{\tilde{D}_i}{\tilde{D}_☾}, \;\; \mathcal{D}''_1 = 32.7', \;\; \mathcal{D}''_2 = 24.1',$$

здесь учтено, что в случае круговой орбиты Луны, ее угловой диаметр есть

$$\mathcal{D}''_☾ = \frac{2\mathfrak{R}_☾}{a_☾} \times 3438' = 31.1'.$$

В качестве ответа на первый вопрос задачи принимаются значения из интервала – $[30.7', 34.7']$. (3 балла)

2. Поскольку угловые диаметры куполов являются малыми углами, то искомые расстояния до центров куполов можно вычислить по формуле:

$$r_i = \frac{D_i \cdot 3438'}{\mathcal{D}''_i}, \;\; \Rightarrow \;\; r_1 = 1.84 \text{ км}, \;\; r_2 = 3.68 \text{ км},$$

здесь множитель $3438'$ – коэффициент перевода радианной меры угла в минутную. Поскольку купола и наблюдатель фактически находятся на одной прямой, то искомое расстояние между куполами есть

$$\Delta r = r_2 - r_1 = 1.84 \text{ км}.$$

В качестве ответа на данный вопрос задачи принимаются значения из интервала – $[1.70, 2.00]$ км. (3 балла)

3. Для оценки продолжительности (в минутах, до сотых долей) восхода Луны в ночь ее фотосъемки, определим угол ψ между видимым горизонтом и прямой, вдоль которой восходила Луна. Для этого проведем касательную ко всем дискам Луны (0-8). Проведем также продолжение линии видимого горизонта. Опустим перпендикуляр из точки первой прямой на вторую прямую. Получим прямоугольный треугольник. Измерим его катеты. Найдем тангенс острого угла этого треугольника в окрестности диска с номером "0": $\operatorname{tg}\psi = 0.353$. Откуда следует, что $\psi = 19.5°$. Момент начала восхода Луны отождествляется с моментом, когда верхняя точка видимого диска появилась на горизонте. Окончание восхода соответствует моменту, когда нижняя точка видимого диска коснулась горизонта. При этом центр диска Луны прошел по небосводу дугу: $L_☾ = \mathcal{D}''_☾ / \sin\psi = 93.2'$. Учтем, что угловая скорость видимого движения Луны по небосводу заключена в интервале $(\omega_\oplus \cdot \cos\delta_☾, \omega_\oplus)$, согласно пункту 4 задачи №3. В итоге, искомая продолжительность восхода Луны в ночь ее фотосъемки принадлежит интервалу:

$$\frac{L_☾}{\omega_\oplus} \le \tau_{\text{rise}} \le \frac{L_☾}{\omega_\oplus \cdot \cos\delta_☾}, \;\; \Rightarrow \;\; 6.21 \text{ мин} \le \tau_{\text{rise}} \le 7.08 \text{ мин}. \qquad (3)$$

В качестве ответа принимаются значения из интервалов: нижняя граница интервала: $[5.80, 6.61]$ мин, верхняя граница интервала: $[6.68, 7.48]$ мин. (3 балла)

Уровень «Знаток» (уровень B)

№5. *«Вариация блеска Луны в фазе полнолуния»*

Определим освещенность ($E_\odot$), создаваемую Солнцем у поверхности Луны (Земли) (1 балл):

$$E_\odot = \frac{L_\odot}{4\,\pi\, r_\oplus^2},$$

здесь $L_\odot$ – светимость Солнца, $r_\oplus$ – гелиоцентрическое расстояние Земли (Луны)[1]. Поток солнечного излучения, падающего на Луну (радиус которой равен $\mathfrak{R}_☾$), равен (1 балл)

$$\Phi_0 = E_\odot\, \pi\, \mathfrak{R}_☾^2 = \frac{1}{4} L_\odot \left(\frac{\mathfrak{R}_☾}{r_\oplus}\right)^2.$$

Доля $A_☾$ от потока Φ_0 отражается от поверхности спутника и рассеивается по всем направлениям (здесь и далее мы используем модель изотропного источника излучения). При этом освещенность ($E_☾$), создаваемая Луной у поверхности Земли (без учета поглощения атмосферой), есть (1 балл)

$$E_☾ = \frac{A_☾\, \Phi_0}{4\pi\, \Delta_☾^2} = \frac{A_☾}{16\,\pi} \frac{L_\odot}{\Delta_☾^2} \left(\frac{\mathfrak{R}_☾}{r_\oplus}\right)^2, \tag{4}$$

здесь $\Delta_☾$ – геоцентрическое расстояние Луны. Определим далее минимальную и максимальную освещенности, создаваемые Луной у поверхности Земли (1+1 балл):

$$E_☾^{(\max)} = \frac{A_☾}{16\,\pi} \frac{L_\odot}{\Delta_☾^{(\min)\,2}} \left(\frac{\mathfrak{R}_☾}{r_\oplus^{(\min)}}\right)^2, \quad E_☾^{(\min)} = \frac{A_☾}{16\,\pi} \frac{L_\odot}{\Delta_☾^{(\max)\,2}} \left(\frac{\mathfrak{R}_☾}{r_\oplus^{(\max)}}\right)^2,$$

где (0.5+0.5+0.5+0.5 балл)

$$\Delta_☾^{(\min)} = a_☾(1-\varepsilon_☾),\ \ \Delta_☾^{(\max)} = a_☾(1+\varepsilon_☾),\ \ r_\odot^{(\min)} = a_\oplus(1-\varepsilon_\oplus),\ \ r_\odot^{(\max)} = a_\oplus(1+\varepsilon_\oplus).$$

Здесь $a_☾, a_\oplus$ – большие полуоси орбит Земли и Луны; $\varepsilon_☾, \varepsilon_\oplus$ – их эксцентриситеты. Найдем отношение данных освещенностей (2 балла):

$$\frac{E_☾^{(\max)}}{E_☾^{(\min)}} = \left(\frac{\Delta_☾^{(\max)}}{\Delta_☾^{(\min)}}\right)^2 \left(\frac{r_\odot^{(\max)}}{r_\odot^{(\min)}}\right)^2 = \left(\frac{1+\varepsilon_☾}{1-\varepsilon_☾}\right)^2 \left(\frac{1+\varepsilon_\oplus}{1-\varepsilon_\oplus}\right)^2. \tag{5}$$

[1] Здесь и далее мы пренебрегаем различием гелиоцентрических расстояний Земли и Луны.

Здесь первый множитель (обусловленный эллиптичностью орбиты Луны) больше второго (в 1.166 раза!), поскольку эксцентриситет орбиты Луны больше земного (смотри справочные данные). Как известно, бóльшему отношению освещенностей Луны отвечает большее значение амплитуды изменения ее блеска. Т. о., эллиптичность орбиты Луны определяет доминирующий вклад в амплитуду изменения блеска Луны в полнолуние.

В этом можно также убедиться, используя непосредственно формулу Погсона. Определим с помощью нее амплитуду изменения блеска Луны (1 балл):

$$\Delta m = -2.5\lg\left(\frac{E_{☾}^{(\min)}}{E_{☾}^{(\max)}}\right), \quad \text{или}$$

$$\Delta m = 5\lg\left(\frac{1+\varepsilon_{☾}}{1-\varepsilon_{☾}}\right) + 5\lg\left(\frac{1+\varepsilon_{\oplus}}{1-\varepsilon_{\oplus}}\right) = 0.239^{\mathrm{m}} + 0.074^{\mathrm{m}} = 0.313^{\mathrm{m}}. \qquad (6)$$

Очевидно, что в амплитуду изменения блеска Луны в полнолуние дает бóльший вклад (в 3.22 раза!) (1 балл) первое слагаемое, обусловленное эксцентричностью орбиты Луны.

№6. ***«О некоторых характеристиках Солнца»***

1. Средняя массовая плотность тела Солнца определяется выражением вида (2 балла):

$$\bar{\rho}_{\odot} = \frac{\mathfrak{M}_{\odot}}{\frac{4}{3}\pi\,\mathfrak{R}_{\odot}^{3}} = 1410\ \text{кг/м}^3, \qquad (7)$$

здесь и далее $\mathfrak{M}_{\odot}, \mathfrak{R}_{\odot}$ – масса и радиус Солнца соответственно.

2. Рассмотрим тонкий сферический слой вещества в теле Солнца толщиной Δr, находящийся на расстоянии r от центра звезды. В данном слое рассмотрим малый элемент массы Δm (см. рис. 5). Поскольку последний находится в состоянии относительного покоя, то, согласно второму закону Ньютона, сумма всех сил, приложенная к нему, должна быть равна нулю:

$$\vec{F}_{p1} + \vec{F}_{p2} + \Delta m\vec{g} = 0,$$

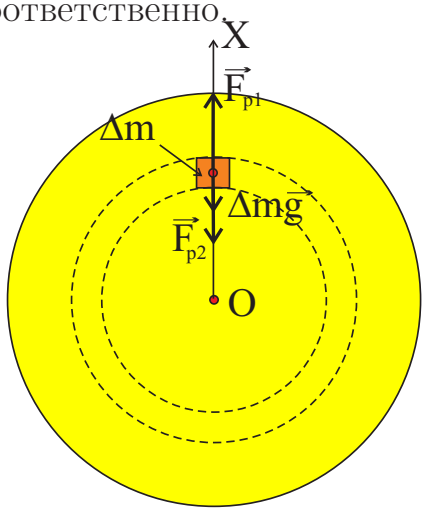


Рис. 5. К определению величины Δp.

где $\vec{F}_{p1}$, $\vec{F}_{p2}$ – силы давления, действующие на данный элемент со стороны ниже и выше лежащих слоев вещества (см. рис. 5). Спроецируем данное уравнение на вертикальную ось OX (1 балл):

$$F_{p1} - F_{p2} - \Delta mg = 0. \qquad (8)$$

Учтем, что силы давления и тяжести можно представить в виде:

$$F_{p1} = pS, \quad F_{p2} = (p+\Delta p)S, \quad \Delta mg = \bar{\rho}_{\odot}\,S\,\Delta r\,\cdot g,$$

где p – давление солнечной плазмы на расстоянии r, $p+\Delta p$ – давление плазмы на расстоянии $r+\Delta r$; S – площадь оснований элемента, ρ – массовая плотность вещества Солнца, $g(r)$ – ускорение свободного падения на расстоянии r от центра звезды. Подставляя полученные выражения в уравнение (8), в итоге получаем (1 балл):

$$\Delta p = -\bar{\rho}_\odot\, g(r)\, \Delta r. \tag{9}$$

Ускорение свободного падения найдем из равенства силы тяжести и силы притяжения на поверхности шара радиуса r:

$$mg(r) = \frac{G\, m\, M(r)}{r^2}, \quad M(r) = \frac{4}{3}\pi r^3\, \bar{\rho}_\odot, \quad \Rightarrow \quad g(r) = \frac{4}{3}\pi\, G\, \bar{\rho}_\odot\, r = G\, \mathfrak{M}_\odot \left(\frac{r}{\mathfrak{R}_\odot^3}\right),$$

здесь $M(r)$ – масса части Солнца – шара радиуса r. Следовательно, разность величин давления на нижнем и на верхнем основании элемента есть

$$\Delta p = -\bar{\rho}_\odot\, G\, \mathfrak{M}_\odot \left(\frac{r}{\mathfrak{R}_\odot^3}\right) \Delta r, \quad \Rightarrow \quad \Delta p = -\frac{3}{4\,\pi}\left(\frac{G\, \mathfrak{M}_\odot^2}{\mathfrak{R}_\odot^6}\right) r\, \Delta r. \tag{10}$$

Пусть $r_1 = r$, $p_1 = p(r_1)$, $r_2 = r + \Delta r$, $p_2 = p(r_2)$, тогда

$$\Delta p = p_2 - p_1, \quad r = \frac{1}{2}(r_1 + r_2), \quad \Delta r = r_2 - r_1.$$

Тогда уравнение (10) можно представить в виде:

$$p_2 - p_1 = -\frac{3}{8\,\pi}\left(\frac{G\, \mathfrak{M}_\odot^2}{\mathfrak{R}_\odot^6}\right)\left(r_2^2 - r_1^2\right). \tag{11}$$

Очевидно, что последний результат никак не связан с малостью элемента и потому, справедлив для любых двух точек тела звезды. Выберем в качестве точки 1 точку поверхности Солнца, где $p_1 = 0, r_1 = \mathfrak{R}_\odot$, а в качестве точки 2 – произвольную внутреннюю точку звезды – $r_2 = r$, тогда (1 балл)

$$p(r) = \frac{3}{8\,\pi}\left(\frac{G\, \mathfrak{M}_\odot^2}{\mathfrak{R}_\odot^4}\right)\left(1 - \frac{r^2}{\mathfrak{R}_\odot^2}\right). \tag{12}$$

Теперь легко определить давление в указанных точках тела Солнца (0.5+0.5 балла):

$$p_c = p(0) = \frac{3}{8\,\pi}\left(\frac{G\, \mathfrak{M}_\odot^2}{\mathfrak{R}_\odot^4}\right) = 1.35 \cdot 10^{14}\,\text{Па} = 1.33 \cdot 10^9\, p_0, \tag{13}$$

$$p_{ns} = p(0.3 \cdot \mathfrak{R}_\odot) = \frac{273}{800\,\pi}\left(\frac{G\, \mathfrak{M}_\odot^2}{\mathfrak{R}_\odot^4}\right) = 1.23 \cdot 10^{14}\,\text{Па} = 1.21 \cdot 10^9\, p_0. \tag{14}$$

3. Согласно условию задачи, будем полагать, что тело Солнца формируют лишь атомы водорода и гелия. Тогда масса Солнца, полное количество атомов

в его теле и связь между количествами данных сортов частиц представляются в виде (2 балла):

$$\mathfrak{M}_\odot = m_p\,N_p + m_\alpha\,N_\alpha,\;\; N_{\rm tot} = N_p + N_\alpha,\;\; N_\alpha = \eta\cdot N_p,\;\; \Rightarrow$$
$$N_{\rm tot} = (1+\eta)N_p = \frac{(1+\eta)\,\mathfrak{M}_\odot}{(m_p\,+\eta\,m_\alpha)} = \frac{(1+\eta)\,\mathfrak{M}_\odot}{(\mu_p\,+\eta\,\mu_\alpha)}N_A = 9.41\cdot 10^{56}, \qquad (15)$$

где N_p, N_α – количества протонов и альфа-частиц, содержащихся в теле Солнца соответственно; m_p, m_α – массы протона и альфа-частицы соответственно; $\mu_p = 10^{-3}$ кг/моль, $\mu_\alpha = 4\cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярные массы атомарного водорода и гелия; $\eta = 0.1$.

4. Пусть N_e – количество электронов, содержащихся в теле Солнца, тогда легко можно записать условие квазинейтральности водородной солнечной плазмы (суммарный электрический заряд Солнца должен быть равен нулю) (2 балла):

$$q_{\rm tot} = q_p\,N_p + q_\alpha\,N_\alpha - e\,N_e = 0,\;\; \Rightarrow\;\; e\,N_e = e\,N_p + 2e\,N_\alpha = e(1+2\eta)N_p,$$
$$\bar\mu_\odot = \frac{\mathfrak{M}_\odot}{\nu_{\rm tot}} = \frac{m_p\,N_p + m_\alpha\,N_\alpha}{N_p + N_\alpha + N_e}N_A = \frac{\mu_p + \mu_\alpha\,\eta}{2+3\eta} = 6.1\cdot 10^{-4}\ \text{кг/моль}. \qquad (16)$$

5. Воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона для водородной плазмы в центре Солнца и на поверхности его ядра (1+1 балл):

$$p_c = \frac{\bar\rho_\odot}{\bar\mu_\odot}R\,T_c \;\;\Rightarrow\;\; T_c = \frac{p_c\,\bar\mu_\odot}{R\,\bar\rho_\odot} = 7.02\cdot 10^7\ \text{K},$$
$$p_{ns} = \frac{\bar\rho_\odot}{\bar\mu_\odot}R\,T_{ns} \;\;\Rightarrow\;\; T_{ns} = \frac{p_{ns}\,\bar\mu_\odot}{R\,\bar\rho_\odot} = 6.40\cdot 10^7\ \text{K}. \qquad (17)$$

Следует отметить, что мы получили весьма адекватные оценки для температуры в центре Солнца (полученное значение отличается чуть более чем в два раза от точного значения, предсказываемого в рамках современной Стандартной модели Солнца) и на поверхности его ядра (наш результат отличается от современного модельного значения лишь на 5.9%).

№7. «И снова о Луне над Питером»

1. В пункте 3 задачи №4 был определен угол $\psi = 19.5^\circ$ между видимым горизонтом и прямой (дугой суточной параллели), вдоль которой восходила Луна. Получим аналитическую формулу, устанавливающую связь между указанным углом, склонением Солнца и широтой места наблюдения. Искомую аналитическую связь между указанными параметрами можно получить в рамках двух альтернативных подходов: в рамках векторного анализа и сферической геометрии. Применение последнего метода осложняется тем фактом, что нам необходимо определить угол между плоскостью большого

(математический горизонт) и малого круга (суточная параллель). Основным геометрическим объектом, используемым в сферической геометрии, является сферический треугольник, который определен на основе трех больших кругов. Однако суточная параллель – это малый круг. Чтобы избежать указанной трудности, всегда можно провести вспомогательный большой круг небесной сферы, дуга которого в малой окрестности точки захода небесного тела совпадает с его дугой суточной параллели. В результате исходная задача сводится к задаче определения угла между двумя большими кругами небесной сферы.

Рассмотрим сферический треугольник $\triangle_S MOE$, составленный из математического горизонта EO, небесного экватора ME и большого вспомогательного круга OM, дуга которого имитирует суточную параллель Луны в точке (O) восхода центра ее диска, см рис. 6. Заметим, что данный круг должен составлять с небесным экватором угол $\delta_☾$ – склонение Луны на данный момент, а его точка пересечения с экватором должна отстоять на 1/4 от полной дуги окружности (на 90°) от точки O.(1 балл) Воспользуемся формулами синусов и косинусов для элементов данного треугольника ((1+1+1)+(1+1) балл):

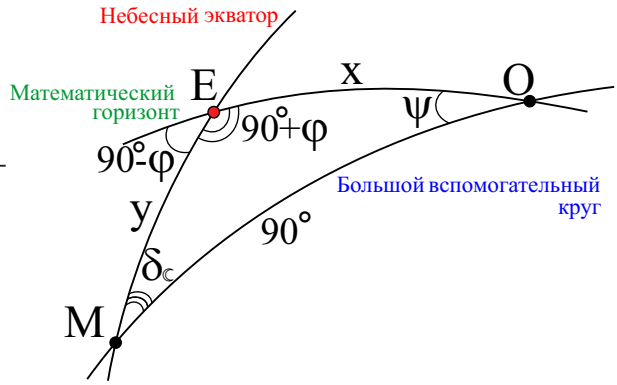


Рис. 6. К определению сферического треугольника $\triangle_S SOW$ и его элементов.

$$\sin x\ \sin(90^\circ+\varphi) = \sin\delta_☾\ \sin 90^\circ, \ \Rightarrow\ \sin x = \frac{\sin\delta_☾}{\cos\varphi},$$

$$\sin\psi\ \sin 90^\circ = \sin y\ \sin(90^\circ+\varphi), \ \Rightarrow\ \sin\psi = \sin y\ \cos\varphi, \ \Rightarrow\ \sin y = \frac{\sin\psi}{\cos\varphi},$$

$$\cos y = \cos 90^\circ \cos x + \sin 90^\circ \sin x\ \cos\psi, \ \Rightarrow\ \cos y = \sin x\ \cos\psi, \ \Rightarrow$$

$$\cos^2 y + \sin^2 y = 1, \ \Rightarrow\ \left(\frac{\sin\psi}{\cos\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\sin\delta_☾}{\cos\varphi}\cos\psi\right)^2 = 1, \ \Rightarrow$$

$$\delta_☾ = \arcsin\left[\pm\frac{\cos\varphi}{\cos\psi}\sqrt{1-\left(\frac{\sin\psi}{\cos\varphi}\right)^2}\right] \ \Rightarrow\ \delta_☾^{(\pm)} = \pm 23.350^\circ = \pm 23^\circ 21'. \quad (18)$$

2. С использованием понятия "параллактический треугольник" и применения формулы косинусов к нему, можно строго показать, что косинусы часового угла и азимута Луны, расположенной на высоте h, представляются в виде (0.5+0.5 балла):

$$\cos t = \frac{(\sin(h-\delta h) - \sin\delta\ \sin\varphi)}{\cos\delta\ \cos\varphi}, \quad \cos A = \frac{\sin\varphi\sin(h-\delta h) - \sin\delta}{\cos\varphi\cos(h-\delta h)}. \quad (19)$$

С использованием формулы (19), часовые углы восхода ($t_{\rm ris}$) и захода ($t_{\rm dec}$) Луны (при $h = 0°$) представляются в виде (0.5+0.5 балла):

$$t_{\rm ris} = 360° - t_{\rm dec}, \quad t_{\rm dec} = \arccos\left[-\frac{(\sin\delta h + \sin\delta\,\sin\varphi)}{\cos\delta\,\cos\varphi}\right]. \qquad (20)$$

Здесь учтено, что поправка за рефракцию при $h = 0°$ составляет величину $\delta h = 35'$. С использованием формулы (19), азимуты точек восхода и захода светила (0.5+0.5 балла):

$$A_{\rm ris} = 360° - A_{\rm dec}, \quad A_{\rm dec} = \arccos\left[-\frac{(\sin\delta + \sin\delta h\,\sin\varphi)}{\cos\delta h\,\cos\varphi}\right]. \qquad (21)$$

В итоге имеем пару решений для каждого параметра (0.25 балла за одну пару значений):

$$t^{(+)}_{\rm dec} = 140.16°, \quad t^{(+)}_{\rm ris} = 219.84°; \quad t^{(-)}_{\rm dec} = 43.65°, \quad t^{(-)}_{\rm rise} = 316.35°. \qquad (22)$$

$$A^{(+)}_{\rm dec} = 143.97°, \quad A^{(+)}_{\rm ris} = 216.03°; \quad A^{(-)}_{\rm dec} = 39.33°, A^{(-)}_{\rm rise} = 320.67°. \qquad (23)$$

3. Рассмотрим суточное движение звезды (Луны, без учета собственного движения) по небосводу (см. рис. 7) вдоль суточной параллели $R_*C_uS_*C_d$, для наблюдателя, находящегося (для определенности) в северном географическом полушарии, на широте φ ($\varphi > 0$). Звезда восходит над горизонтом в точке R_*, поднимается и кульминирует в точке C_u, затем опускается и заходит за горизонт в точке S_*. Далее ее суточное движение по небосводу продолжается по дуге $S_*\,C_d\,R_*$, скрытой от глаз наблюдателя, находящегося в точке O – центре небесной сферы. Т. о., нам необходимо определить угловую меру ℓ дуги $R_*\,C_u\,S_*$. Из рисунка видно, дугу можно представить в виде (1 балл):

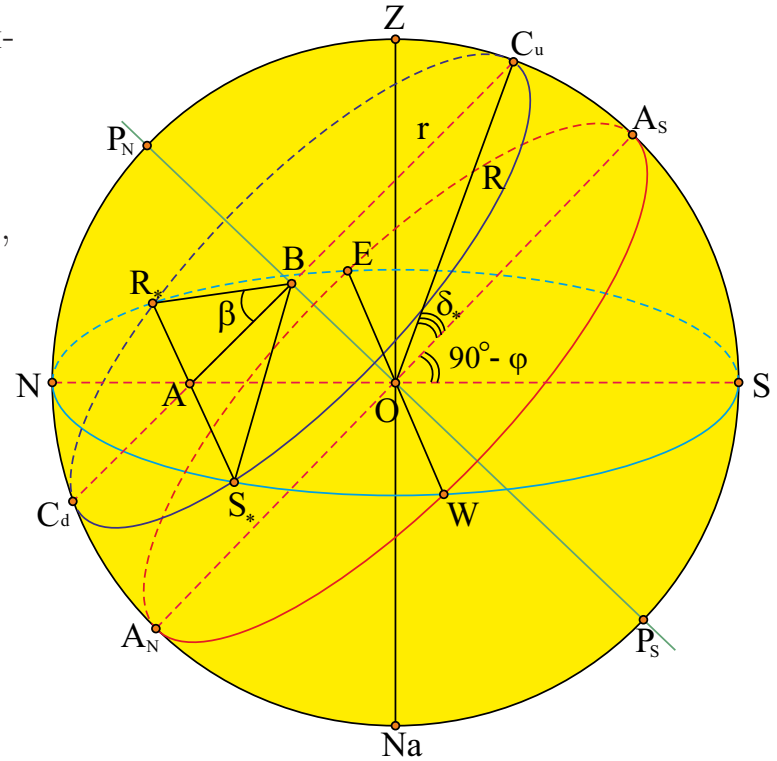


Рис. 7. К определению части дуги суточной параллели звезды, соответствующей ее видимому движению над горизонтом.

$$\ell = 360° - 2\beta, \qquad (24)$$

где β – угол прямоугольного треугольника ΔAR_*B. Последний можно определить следующей формулой:

$$\cos\beta = \frac{AB}{R_*B} = \frac{OB\ \mathrm{ctg}\angle BAO}{r}, \tag{25}$$

здесь $r = R_*B = BC_u$ – радиус суточной параллели звезды, который можно легко определить из ΔOC_uB:

$$r = R\cos\delta_*, \tag{26}$$

здесь R – радиус небесной сферы, δ_* – склонение звезды. OB можно выразить из того же треугольника

$$OB = R\sin\delta_*.$$

Из рис. 7 нетрудно видеть, что $\angle BAO = \angle A_sOS = 90^\circ - \varphi$. В итоге $\cos\beta$ можно представить в виде (1 балл):

$$\cos\beta = \mathrm{tg}\,\delta_* \cdot \mathrm{tg}\,\varphi, \quad \text{при } |\delta_*| < 90^\circ - |\varphi|. \tag{27}$$

Следовательно, итоговое выражение для длины дуги видимой части суточной параллели звезды (в северном полушарии) можно записать так:

$$\ell = 360^\circ - 2\arccos(\mathrm{tg}\,\delta_* \cdot \mathrm{tg}\,\varphi). \tag{28}$$

Тогда продолжительность пребывания звезды (Луны) над горизонтом будет

$$\tau_d = \frac{\ell}{\omega_S} = S\left(1 - \frac{1}{\pi}\arccos(\mathrm{tg}\,\delta_* \cdot \mathrm{tg}\,\varphi)\right), \tag{29}$$

где S – сидерический период осевого вращения Земли (продолжительность звездных суток). В общем случае (случае всевозможных широт и склонений) искомое время можно представить следующим деревом решений (1 балл):

$$\tau_d = \left\{\begin{array}{ll} \infty, & \text{при } |\delta_*| + |\varphi| \geq 90^\circ,\ \mathrm{sign}\,\delta_* = \mathrm{sign}\,\varphi, \\ (29), & \text{при } |\varphi| + |\delta_*| < 90^\circ, \\ 0, & \text{при } |\varphi| + |\delta_*| \geq 90^\circ, \mathrm{sign}\,\delta_* = -\mathrm{sign}\,\varphi. \end{array}\right\} \tag{30}$$

В нашем случае получаем два значения: $\tau_d^{(+)} = 18^{\mathrm{h}}23^{\mathrm{m}}$ и $\tau_d^{(-)} = 5^{\mathrm{h}}33^{\mathrm{m}}$. (0.5+0.5 балла)

Если принять во внимание, что съемка Луны велась в полнолуние, и при этом на улицах города снега нет, а наблюдаются лиственные кроны у деревьев, то, очевидно, съемка велась в летнее время, когда склонение Солнца положительная величина, а у Луны должно быть точно отрицательное. Значит, данной ситуации отвечают все результаты, отмеченные знаком «–». Более того, опираясь на полученное значение склонения Луны и ее фазу, можно

утверждать, что съемка была выполнена в дату, относительно близкую к дате летнего солнцестояния.

№8. «Такие разные звезды-близнецы»

Физически двойная звезда – это система из двух звезд, связанных гравитационными силами, движущихся в пространстве относительного общего центра масс. Поскольку плоскость орбиты их относительного движения перпендикулярна картинной плоскости, то луч зрения находится в плоскости орбиты системы. Поскольку, орбита одной компоненты относительно другой есть окружность, то и орбиты звезд относительно центра масс есть также окружности. (1 балл) Максимальное значение лучевой скорости v_r звезды будет равна ее орбитальной скорости v. Лучевая скорость звезды удовлетворяет закону Доплера (1 балл):

$$v_r = c\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\right), \tag{31}$$

$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ – изменение длины электромагнитной волны, приходящей от звезды, относительно ее лабораторного значения λ_0; c – скорость света в вакууме. Данная зависимость выполняется для любых длин волн. Любая звезда излучает подобно абсолютно черному телу, длина волны (наивероятнейшая) излучения с максимальной интенсивностью в спектре которого, удовлетворяет закону Ви́на (1 балл):

$$\lambda_p = \frac{b}{T_*}, \tag{32}$$

где $b = 2.90 \cdot 10^{-3}$ м·К – постоянная Ви́на, здесь T_* – температура излучения звезды. Из последнего выражения следует, что (1 балл)

$$T_* = \frac{b}{\lambda_p}, \;\; \Rightarrow \;\; \Delta T_* = -\frac{b}{\lambda_p^2}\Delta\lambda_p = -T_*\frac{\Delta\lambda_p}{\lambda_p} = -T_*\frac{v_r}{c}. \tag{33}$$

Следовательно, в действительности, сама звезда не меняет температуры, а изменяет температуру лишь излучение этой звезды, оторвавшееся от последней, что обусловлено эффектом Доплера, причем чем больше величина лучевой (орбитальной) скорости звезды, тем сильнее претерпевает изменение T_*. Если $v_r < 0$ (звезда движется на наблюдателя), то $\Delta T_* > 0$ (и звезда видна наблюдателю более горячей), если $v_r > 0$ (звезда движется от наблюдателя), то $\Delta T_* < 0$ (звезда видна наблюдателю более холодной). (1 балл) Поскольку, одна из компонент двойной системы движется на наблюдателя, то она видна как более горячая звезда, а вторая, движущая от наблюдателя, видна как более холодная звезда. (1 балл)

Учтем также, что орбитальная скорость звезды есть (1 балл)

$$v = \frac{2\,\pi\,a}{P},$$

здесь a – радиус круговой орбиты одной из компонент относительно центра масс, – период ее обращения по орбите. Воспользуемся также третьим обобщенным законом Кеплера (2 балла):

$$\frac{P^2(\mathfrak{M}_1+\mathfrak{M}_2)}{P_\oplus^2\,\mathfrak{M}_\odot}=\frac{(2a)^3}{a_\oplus^3},\ \Rightarrow\ P=8P_\oplus\left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^{3/2}\sqrt{\frac{\mathfrak{M}_\odot}{\mathfrak{M}_{\rm tot}}},\tag{34}$$

здесь $P_\oplus=1$ год – период обращения Земли вокруг Солнца; $\mathfrak{M}_{\rm tot}=\mathfrak{M}_1+\mathfrak{M}_2$ – суммарная масса компонент системы; $\mathfrak{M}_\odot$ – масса Солнца; $a_\oplus=1$ а. е. – радиус круговой орбиты Земли. В итоге, изменение температуры излучения звезды есть (1 балл)

$$\Delta T_*=\frac{\pi}{4}\frac{a_\oplus^{3/2}}{a^{1/2}\,c\,P_\oplus}\sqrt{\frac{\mathfrak{M}_{\rm tot}}{\mathfrak{M}_\odot}}T_*.\tag{35}$$

Разность температур излучений, приходящих от звезд, будет равно (1 балл)

$$\Delta T_{1-2}=2\Delta T_*=\frac{\pi}{2}\frac{a_\oplus^{3/2}}{a^{1/2}\,c\,P_\oplus}\sqrt{\frac{\mathfrak{M}_{\rm tot}}{\mathfrak{M}_\odot}}T_*.\tag{36}$$

Максимальное значение ΔT_{1-2} будет достигать при минимальном значении a. Очевидно, что $a\geq\mathfrak{R}_*$, тогда (2 балла)

$$\Delta T_{1-2}^{(\max)}=\frac{\pi}{2}\frac{a_\oplus^{3/2}}{\mathfrak{R}_*^{1/2}\,c\,P_\oplus}\sqrt{\frac{\mathfrak{M}_{\rm tot}}{\mathfrak{M}_\odot}}T_*.\tag{37}$$

Для звезд-близнецов Pismis 24-1 имеем $\Delta T_{1-2}^{(\max)}=42.6$ K. (1 балл)

№9. *«Комета C/2023 A3 (Tsuchinshan-Atlas) у горизонта»*

1. Заметим, что на фотографии представлена точка X (см. рис. 8) пересечения математического горизонта и небесного экватора. Очевидно, этой точкой может быть точка востока (E) или точка запада (W). В день съемки 14 октября Солнце располагалось в южной полусфере небосвода, т. е. к югу от небесного экватора.

С другой стороны, относительно головы кометы направление на Солнце можно определить как продолжение хвоста кометы в сторону горизонта, задаваемого прямой TH, (точное направление на Солнце задает прямая HA, вдоль которой направлен антихвост кометы). Значит, Солнце располагалось под горизонтом слева от рассматриваемой точки пересечения двух больших кругов. Значит, слева от данной точки был юг, а справа – север. Значит точка X – точка запада. (1 балл) При перемещении вдоль математического горизонта от точки X до точки его пересечения с вертикалом головы кометы, очевидно, мы движемся в направлении его точки юга. Легко осознать, что

разность азимутов точки запада и головы кометы значительно меньше 90° (в окрестности точки юга небесный экватор параллелен горизонту, а здесь он составляет существенно отличный от нуля угол с последним). (1 балл) Таким образом, *комета располагалась над* $\boxed{\textit{юго-западной частью}}$ *математического горизонта.* (1 балл)

2. Очевидно, выбор времени суток определяется положением Солнца по отношению к горизонту. Прямое восхождение Солнца на момент съемки составляло $\alpha_\odot = 13^{\text{ч}}21^{\text{м}}05^{\text{с}}$. Рассмотрим, например, звезду 109 Vir. Ее прямое восхождение равно $\alpha_{109} = 14^{\text{ч}}47^{\text{м}}29^{\text{с}}$ больше солнечного, а значит данная звезда должна быть расположена к востоку относительно Солнца. Выполним оценку промежутка времени Δt между моментами захода Солнца ($t_\odot^{(\text{з})}$) и звезды 109 Vir ($t_{109}^{(\text{з})}$). Для этого рассмотрим рис. 9. В момент захода ($t_\odot^{(\text{з})}$) Солнце располагалось в точке горизонта B. При этом звезда располагалась в точке D. До момента своего захода ($t_{109}^{(\text{з})}$), звезда должна была пройти дугу DA своей суточной параллели над горизонтом, которая складывается из двух участков: $DC = \alpha_{109} - \alpha_\odot$ и $CA = (\delta_{109} + |\delta_\odot|)\,\mathrm{tg}\,\varphi$ (1 балл). Измерив с помощью транспортира угол между экватором и горизонтом, в результате получаем приближенное значение широты $\varphi \approx 30°$. В итоге имеем $DA = 31.9°$. Искомый промежуток времени $\Delta t = DA/\omega_\oplus = 2.13$ часа, $\omega_\oplus = 15°/\text{час}$ – угловая скорость суточного вращения Земли (1 балл). Поскольку звезда 109 Vir, расположена в момент съемки приблизительно в 10° от горизонта, значит от момента захода солнца до момента съемки прошло не более 1.5 часа. Значит искомое время суток $\boxed{\textit{вечер, вскоре после захода Солнца}}$. (1 балл)

3.1. Определим угловой масштаб μ изображения. Для этого на распечатанной (в масштабе 1:1) копии данной фотографии рассмотрим треугольник из данных звезд. Заметим, что угловые размеры его сторон небольшие, значит данный треугольник можно считать плоским, при этом он находится буквально на экваторе. Определим угловые размеры этих сторон с использованием теоремы Пифагора (1 балл):

$$\breve{a}_{12} = \sqrt{(\delta_1 - \delta_2)^2 + 225(\alpha_1 - \alpha_2)^2} = 4.359°,$$
$$\breve{a}_{23} = \sqrt{(\delta_C - \delta_B)^2 + 225(\alpha_C - \alpha_B)^2} = 5.301°,$$
$$\breve{a}_{13} = \sqrt{(\delta_3 - \delta_1)^2 + 225(\alpha_3 - \alpha_C)^2} = 4.167°.$$

Далее с помощью линейки в данном треугольнике определим длины всех сторон:

$$\ell_{12} = (45 \pm 1)\ \text{мм},\ \ \ell_{23} = (55 \pm 1)\ \text{мм},\ \ \ell_{13} = (43 \pm 1)\ \text{мм}.$$

В итоге получаем три значения углового масштаба фотографии:

$$\mu_{12} = \frac{\breve{a}_{12}}{\ell_{12}} = 5.812'/\text{мм},\ \ \mu_{23} = \frac{\breve{a}_{23}}{\ell_{23}} = 5.783'/\text{мм},\ \ \mu_{13} = \frac{\breve{a}_{13}}{\ell_{13}} = 5.814'/\text{мм}.$$

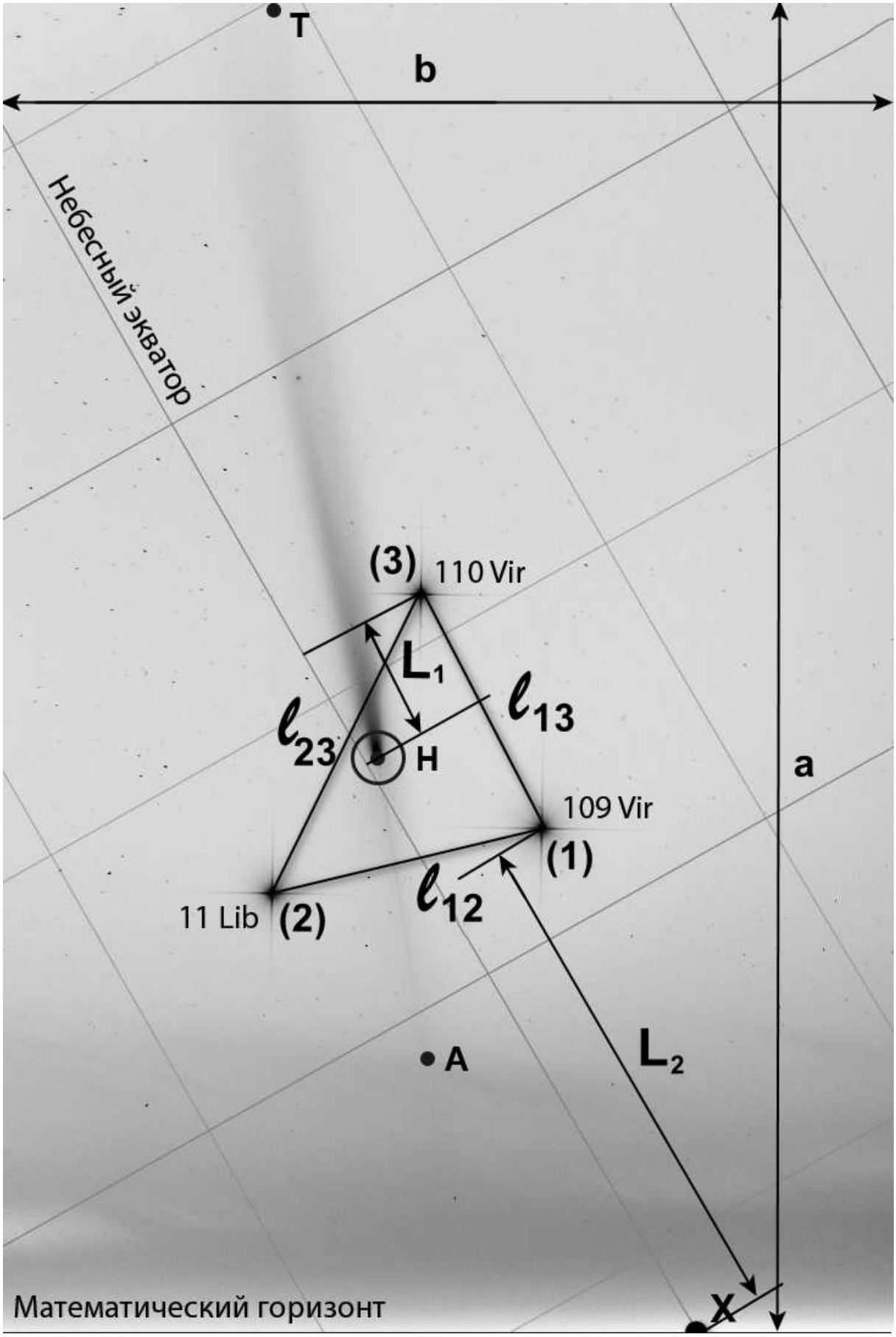


Рис. 8. К определению дополнительных построений на исходной фотографии.

Для достижения большей точности в качестве итогового значения для углового масштаба фотографии будем использовать среднее арифметическое

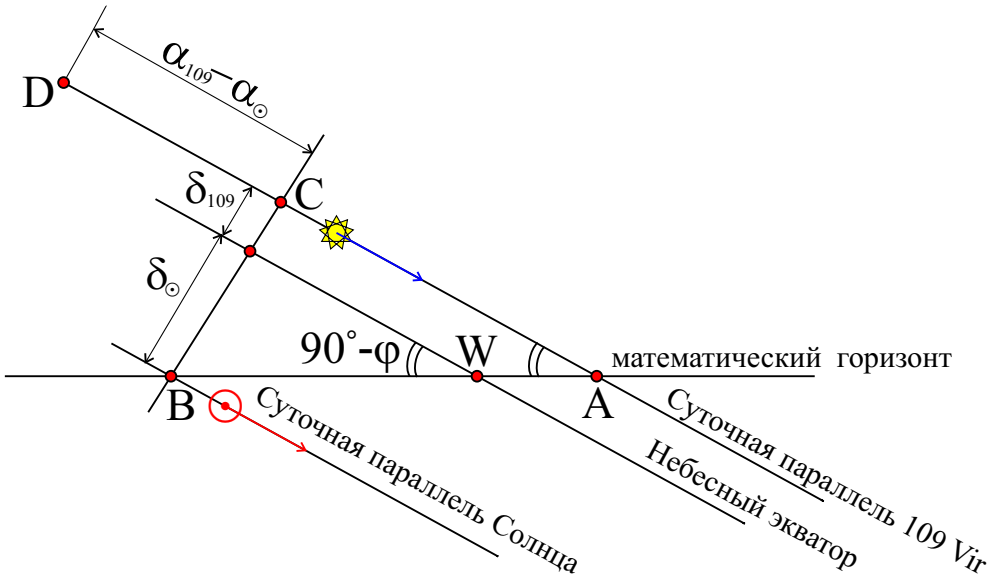


Рис. 9. К определению промежутка времени между моментами захода Солнца и звезды 109 Vir.

полученных значений (1 балл):

$$\boxed{\bar{\mu} = \frac{\mu_{12}+\mu_{23}+\mu_{13}}{3} = 5.803'/\text{мм}.} \tag{38}$$

Выполним оценку абсолютной $\Delta\mu$ и относительной ε_μ погрешностей определения величины μ. Цена деления стандартной линейки $\ell_0 = 1$ мм, тогда абсолютная $\Delta\mu_{ij}$ и относительная $\varepsilon_{i,j}$ погрешности масштаба μ_{ij} (здесь индексы i и j пробегают значения $1, 2, 3$) будут

$$\mu_{ij} \pm \Delta\mu_{ij} = \frac{\breve{a}_{ij}}{\ell_{ij} \pm \ell_0} = \frac{\breve{a}_{ij}}{\ell_{ij}(1 \pm \ell_0/\ell_{ij})} \approx \frac{\breve{a}_{ij}}{\ell_{ij}}\left(1 \mp \frac{\ell_0}{\ell_{ij}}\right) \approx \mu_{ij}\left(1 \mp \frac{\ell_0}{\ell_{ij}}\right),$$

$$\Delta\mu_{ij} = \mu_{ij}\frac{\ell_0}{\ell_{ij}}, \quad \varepsilon_{i,j} = \frac{\Delta\mu_{ij}}{\mu_{ij}} \cdot 100\% = \frac{\ell_0}{\ell_{ij}} \cdot 100\%.$$

При записи последнего результата мы учли, что $(\ell_0/\ell_{ij}) \ll 1$. Тогда относительная ε_μ и абсолютная $\Delta\mu$ погрешности, очевидно, можно записать так (1 балл)

$$\boxed{\bar{\varepsilon}_\mu = \frac{1}{3}(\varepsilon_{12}+\varepsilon_{13}+\varepsilon_{23}) = \frac{\ell_0}{3}\left(\frac{1}{\ell_{12}}+\frac{1}{\ell_{13}}+\frac{1}{\ell_{23}}\right) = 2.1\%,} \Rightarrow \tag{39}$$

$$\boxed{\Delta\mu = \frac{\bar{\varepsilon}_\mu}{100\%} \cdot \bar{\mu} = 0.122'/\text{мм},} \Rightarrow \boxed{\bar{\mu} \pm \Delta\mu = (5.803 \pm 0.122)'/\text{мм}}. \tag{40}$$

3.2. Представим общий алгоритм оценки погрешностей на примере измеряемой угловой величины X. Искомая погрешность ΔX складывается из погрешности ℓ_0 измерения самой величины L линейкой и погрешности определения масштаба, при помощи которого мы переводим измеряемые линейкой

величины в угловые величины (1 балл):

$$X+\Delta X=(L\pm\ell_0)(\mu\pm\Delta\mu)=(L\cdot\mu)\left(1\pm\frac{\ell_0}{L}\pm\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)=X\left(1\pm\left(\frac{\ell_0}{L}+\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)\right),\ \Rightarrow$$

$$\Delta X=X\left(\frac{\ell_0}{L}+\frac{\Delta\mu}{\mu}\right),\ \Rightarrow$$

$$\varepsilon_X=\frac{\Delta X}{X}\cdot 100\%=\frac{\ell_0}{L}\cdot 100\%+\frac{\Delta\mu}{\mu}\cdot 100\%=\varepsilon_L+\varepsilon_\mu,\ \ \Delta X=X\cdot\frac{\varepsilon_X}{100\%}. \qquad (41)$$

3.3. Путем прямых измерений с помощью линейки, можно легко убедиться в том, что представленная сетка экваториальных координат имеет квадратные ячейки (51.5×51.5 мм), поэтому цена деления сетки по склонению равна цене деления сетки по прямому восхождению и определяется так (1 балл)

$$C=51.5\text{ мм}\times\bar{\mu}=4.981^\circ,\ \ \Delta C=0.201^\circ,\ \Rightarrow\ \boxed{C\pm\Delta C=5.0^\circ\pm 0.2^\circ}.$$

4.1.-2. Опустим перпендикуляр из центра головы кометы на математический горизонт, определим его длину $H=92.5$ мм. Также определим расстояние $\tilde{A}_H=52$ мм от основания этого перпендикуляра до точки запада (X). Тогда горизонтальные координаты (h_H, A_H) головы кометы представляются в виде (1+2 балла):

$$h_H=H\times\bar{\mu}=8.946^\circ,\ \ \Delta h_H=0.285^\circ,\ \Rightarrow\ \boxed{h_H\pm\Delta h_H=8.9^\circ\pm 0.3^\circ}, \qquad (42)$$

$$A_H=90^\circ-\bar{\mu}\cdot\tilde{A}_H=84.971^\circ,\ \ \Delta A_H=0.202^\circ,\ \boxed{A_H\pm\Delta A_H=85.0^\circ\pm 0.2^\circ}.$$

№10. *«Астрометрия и динамика кометы C/2023 A3»*

1. Опустим перпендикуляр из головы кометы на небесный экватор, см. рис. 8. Определим длину этого перпендикуляра $\ell_\delta=2$ мм (здесь и далее Ваши значения для линейных величин могут отличаться от авторских при использовании фотографии с иными размерами), и расстояние от основания этого перпендикуляра до основания перпендикуляра, восстановленного из положения звезды 110 Vir на дугу того же круга: $\ell_\alpha=19.5$ мм. Тогда склонение и прямое восхождение головы кометы можно определить по формулам (1+1 балл):

$$\delta_H=\bar{\mu}\cdot\ell_\delta=00^\circ 11'36'',\ \ \Delta\delta_H=00^\circ 06'03'',\ \boxed{\delta_H\pm\Delta\delta_H=0.2^\circ\pm 0.1^\circ}. \qquad (43)$$

$$\alpha_H=\alpha_{110}-\bar{\mu}\cdot\ell_\alpha=14^{\text{ч}}56^{\text{м}}36^{\text{с}},\ \ \Delta\alpha_H=00^{\text{ч}}00^{\text{м}}33^{\text{с}},\ \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha_H\pm\Delta\alpha_H=14^{\text{ч}}57^{\text{м}}\pm 00^{\text{ч}}01^{\text{м}}}. \qquad (44)$$

2. Определим по рис. 8, длину видимой части хвоста $\ell_{HT}=122.5$ мм и антихвоста – $\ell_{HA}=49.5$ мм. Тогда угловые размеры наиболее протяженных

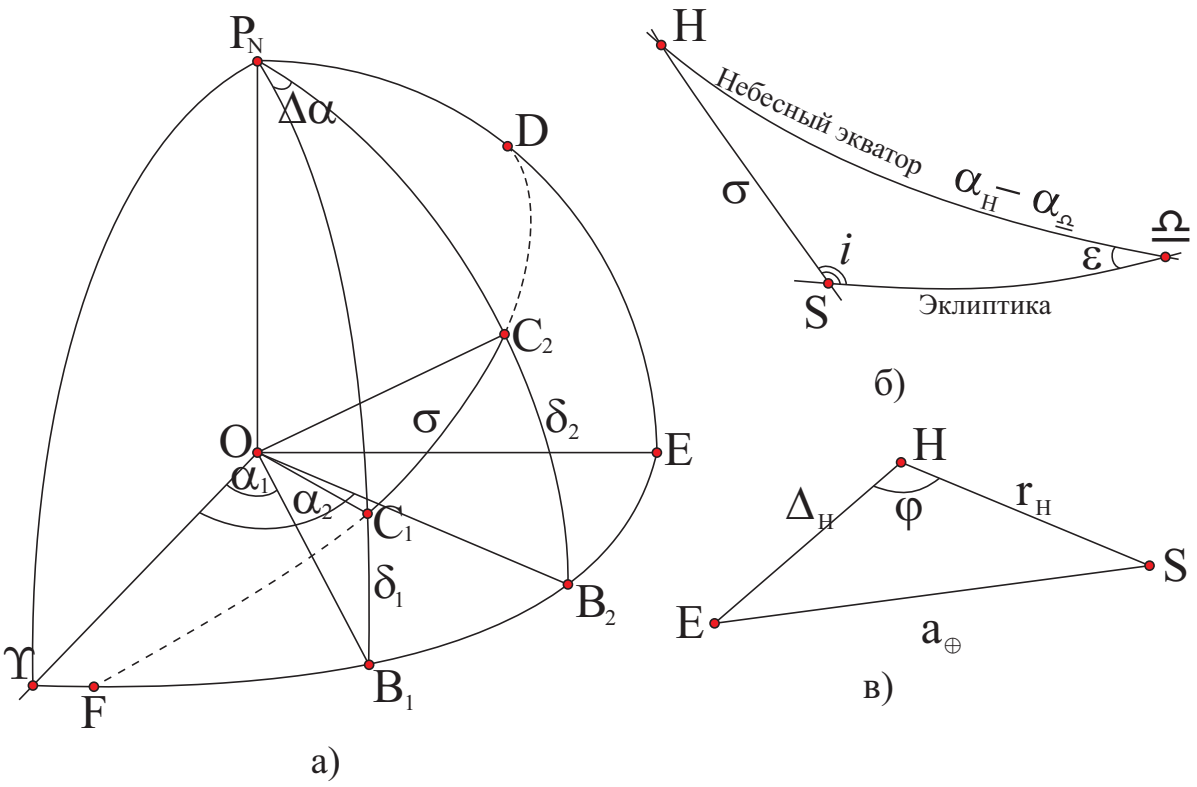


Рис. 10. К определению: а) угла элонгации головы кометы во 2-й экваториальной системе небесных координат; б) наклонения орбиты кометы; в) фазового угла головы кометы.

видимых частей пылевого хвоста (НТ) кометы и пылевого антихвоста (АН) кометы были равны (1+1 балл):

$$\breve{L}_{HT}=\bar{\mu}\cdot\ell_{HT}=11^\circ51',\ \Delta\breve{L}_{HT}=0^\circ21',\ \boxed{\breve{L}_{HT}\pm\Delta\breve{L}_{HT}=11^\circ51'\pm0^\circ21'},\quad(45)$$

$$\breve{L}_{HA}=\bar{\mu}\cdot\ell_{HA}=4^\circ47',\ \Delta\breve{L}_{HA}=0^\circ12',\ \boxed{\breve{L}_{HA}\pm\Delta\breve{L}_{HA}=4^\circ47'\pm0^\circ12'}.\quad(46)$$

3.1. Определим угол элонгации кометы в момент съемки. Для этого рассмотрим вспомогательный сферический треугольник $\triangle_S P_N C_1 C_2$ (см. рис. 10.а). Его вершинами являются P_N – северный полюс мира, и точки C_1 и C_2 небесной сферы, между которыми необходимо определить угловое расстояние σ как дугу большого круга DC_1C_2F. Воспользуемся для него формулой косинусов:

$$\cos\sigma=\cos(90^\circ-\delta_1)\cos(90^\circ-\delta_2)+\sin(90^\circ-\delta_1)\sin(90^\circ-\delta_2)\cos(\alpha_2-\alpha_1),\ \Rightarrow$$

$$\cos\sigma=\sin\delta_1\sin\delta_2+\cos\delta_1\cos\delta_2\cos(\alpha_2-\alpha_1).\quad(47)$$

Тогда угол элонгации σ_H головы кометы относительно Солнца можно записать по аналогии с выражением (47):

$$\sigma_H=\arccos[\sin\delta_H\sin\delta_\odot+\cos\delta_H\cos\delta_\odot\cos(\alpha_H-\alpha_\odot)]=25.35^\circ.\quad(48)$$

Выполним оценку погрешности $\Delta\sigma_H$:

$$\cos(\sigma_H \pm \Delta\sigma_H) = \sin(\delta_H \pm \Delta\delta_H)\sin\delta_\odot + \cos(\delta_H \pm \Delta\delta_H)\cos\delta_\odot \times$$
$$\times \cos(\alpha_H \pm \Delta\alpha_H - \alpha_\odot), \text{ согласно формулам приложения А5,}$$
$$\cos(\sigma_H \pm \Delta\sigma_H) \approx \cos\sigma_H \mp \Delta\sigma_H \sin\sigma_H, \ \sin(\delta_H \pm \Delta\delta_H) \approx \sin\delta_H \pm \Delta\delta_H \cos\delta_H,$$
$$\cos(\delta_H \pm \Delta\delta_H) \approx \cos\delta_H \mp \Delta\delta_H \sin\delta_H,$$
$$\cos(\alpha_H \pm \Delta\alpha_H - \alpha_\odot) \approx \cos(\alpha_H - \alpha_\odot) \mp \Delta\alpha_H \sin(\alpha_H - \alpha_\odot), \ \Rightarrow$$
$$\Delta\sigma = -\frac{1}{\sin\sigma}\left[\Delta\delta_H \cos\delta_H \sin\delta_\odot - \cos\delta_\odot\left(\Delta\alpha_H \sin(\alpha_H - \alpha_\odot)\cos\delta_H + \Delta\delta_H \times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times \sin\delta_H \cos(\alpha_H - \alpha_\odot)\right)\right] = 0.16^\circ. \quad (49)$$

Т. о., окончательно имеем $\sigma \pm \Delta\sigma = 25.4^\circ \pm 0.2^\circ$ (1+1 балл).

3.3. Вычислим гелиоцентрическое расстояние головы кометы в момент съемки, воспользовавшись теоремой косинусов для плоского треугольника, в вершинах которого расположены ядро кометы, Солнце и Земля:

$$r_H = \sqrt{a_\oplus^2 + \Delta_H^2 - 2a_\oplus \Delta_H \cos\sigma} = 0.600 \text{ а. е.},$$
$$(r_H \pm \Delta r_H)^2 = a_\oplus^2 + \Delta_H^2 - 2a_\oplus \Delta_H \cos(\sigma \pm \Delta\sigma), \ \Rightarrow$$
$$2r_H \Delta r_H = 2a_\oplus \Delta_H \Delta\sigma \sin\sigma, \ \Rightarrow \ \Delta r_H = \Delta\sigma \frac{a_\oplus}{r_H} \Delta_H \sin\sigma = 9.9 \cdot 10^{-4} \text{ а. е.}, \quad (50)$$

здесь $\Delta_H = \mathfrak{R}_\oplus \cdot 206265''/p_c = 0.4839$ а. е. – геоцентрическое расстояние головы кометы. Т. о., окончательно имеем $r_H \pm \Delta r_H = 0.600 \pm 0.001$ а. е. (1+1 балл)

3.2. Для определения наклонения орбиты кометы, с учетом ее обратного движения относительно Солнца (значит данный параметр должен быть $> 90^\circ$), рассмотрим сферический треугольник $\triangle_S HS\frown$ (см. рис. 10.б). Воспользуемся для него формулой синусов:

$$\sin i \sin\sigma = \sin(\alpha_H - \alpha_\frown)\sin\varepsilon, \ \Rightarrow$$
$$i = 180^\circ - \arcsin\left[\frac{\sin(\alpha_H - \alpha_\frown)\sin\varepsilon}{\sin\sigma}\right] = 139.68^\circ. \quad (51)$$
$$\sin(i + \Delta i)\sin(\sigma + \Delta\sigma) = \sin(\alpha_H + \Delta\alpha_H - \alpha_\frown)\sin\varepsilon, \ \Rightarrow$$
$$\Delta i = \frac{\Delta\alpha_H \cos(\alpha_H - \alpha_\frown)\sin\varepsilon - \Delta\sigma\cos\sigma\sin i}{\cos i \ \sin\sigma} = 0.17^\circ. \quad (52)$$

Т. о., окончательно имеем $i \pm \Delta i = 139.7^\circ \pm 0.2^\circ$. (1+1 балл)

3.4. Для определения фазового угла головы кометы рассмотрим плоский треугольник $\triangle EHS$ (см. рис. 10.в), в вершинах которого располагаются Зем-

ля, голова кометы и Солнце. Воспользуемся для данного треугольника теоремой косинусов:

$$a_{\oplus}^2 = r_H^2 + \Delta_H^2 - 2r_H\,\Delta_H\cos\varphi, \;\; \Rightarrow$$

$$\varphi = \arccos\left[\frac{r_H^2 + \Delta_H^2 - a_{\oplus}^2}{2r_H\,\Delta_H}\right] = 134.44^\circ. \tag{53}$$

$$a_{\oplus}^2 = (r_H \pm \Delta r_H)^2 + \Delta_H^2 - 2(r_H \pm \Delta r_H)\,\Delta_H\cos(\varphi \mp \Delta\varphi), \;\; \Rightarrow$$

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta r_H(r_H - \Delta_H\cos\varphi)}{r_H\Delta_H\sin\varphi} = 0.26^\circ. \tag{54}$$

Т. о., окончательно имеем $\varphi \pm \Delta\varphi = 134.4^\circ \pm 0.3^\circ$. (1+1 балл)

3.5. Поскольку данная комета является долгопериодической, пришедшей к Солнцу из облака Оорта, то можно полагать, что в своем афелии ее полная механическая энергия будет равна нулю (поскольку в данной точке можно пренебречь потенциальной энергии гравитационного взаимодействия ядра кометы с Солнцем, в силу большой взаимной удаленности данных тел; кинетическая энергия ядра здесь также стремится к нулю, поскольку эксцентриситет орбиты кометы очень близок к единице, а скорость в афелии при этом стремится к нулю). Запишем закон сохранения полной механической энергии для ядра кометы в афелии ее орбиты и точке орбиты, в которой комета была сфотографирована:

$$m\frac{V_c^2}{2} - \frac{G\,m\,\mathfrak{M}_\odot}{r_H} = 0, \;\; \Rightarrow \;\; V_c = \sqrt{\frac{2\,G\,\mathfrak{M}_\odot}{r_H}} = 54.39 \text{ км/с}. \tag{55}$$

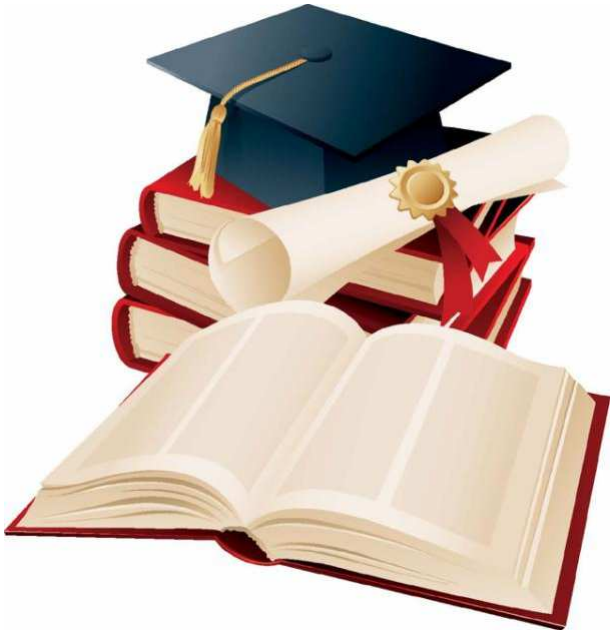
$$(V_c \pm \Delta V_c)^2 = \frac{2\,G\,\mathfrak{M}_\odot}{r_H \mp \Delta r_H}, \;\; \Rightarrow \;\; \Delta V_c = \frac{V_c}{2}\frac{\Delta r_H}{r_H} = 0.045 \text{ км/с}. \tag{56}$$

Т. о., окончательно имеем $V_c \pm \Delta V_c = (54.39 \pm 0.05)$ км/с. (1 балл)

4. ***Антихвост*** – это термин, который используется в кометной астрономии для определения одного из нескольких возможных видов хвостов кометы, которые появляются у кометы при ее приближении к Солнцу. Особенность этого хвоста, возникающего после прохождения перигелия, заключается в том, что в отличие от других хвостов, пылевого и газового, он направлен в сторону Солнца, а не от него, поэтому он геометрически противоположен другим хвостам. Антихвост состоит из крупных частиц пыли, которые были выброшены с поверхности ядра кометы, и, в силу своей массы и размера, слабо подвержены влиянию солнечного света и ветра и, как правило, остаются в плоскости орбиты кометы, в конечном итоге, принимая форму диска. Сохранение расположения частиц в плоскости орбиты кометы – это *следствие действия центральных сил* (силы притяжения и сил давления излучений Солнца) и *закона сохранения момента импульса* (момента количества движения) этих частиц.

Из-за довольно малой концентрации частиц пыли увидеть этот диск в обычных условиях практически невозможно. Поэтому его можно зафиксировать только с ребра, когда он достаточно ярок для наблюдения. Это становится возможным в короткий промежуток времени, когда Земля пересекает плоскость орбиты кометы. В результате диск становится виден в форме небольшого хвоста, направленного в сторону Солнца. Поскольку частицы пыли принимают форму диска, то вполне естественно, что антихвост существует не только впереди, но и позади, и по бокам кометы. Но по бокам кометы он не виден из-за кометного ядра, а позади – теряется за более плотными и яркими пылевым и газовым хвостами. Большинство проходящих комет слишком малы, чтобы у них можно было различить антихвост, но есть и достаточно крупные, как данная комета, указанная на рис. 4. (2 балла)

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- *Гравитационная постоянная* – $G = 6.674 \cdot 10^{-11}$ м^3· кг$^{-1} \cdot c^{-2}$
- *Скорость света в вакууме* – $c = 2.998 \cdot 10^8$ м/с
- *Универсальная газовая постоянная* – $R = 8.31$ кг·м^2· с$^{-2}$·К$^{-1}$· моль$^{-1}$
- *Постоянная Стефана-Больцмана* – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ кг·с$^{-3}$·К$^{-4}$
- *Постоянная Авогадро* – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
- *Масса протона* – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
- *Масса электрона* – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
- *Астрономическая единица* – 1 а.е. $= 1.496 \cdot 10^{11}$ м
- *Парсек* – 1 пк = 206265 а.е. $= 3.086 \cdot 10^{16}$ м
- *Постоянная Хаббла* – $H = 72$ км·с$^{-1}$·Мпк$^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- *Радиус* – $6.955 \cdot 10^5$ км
- *Масса* – $1.989 \cdot 10^{30}$ кг
- *Светимость* – $3.827 \cdot 10^{26}$ Вт
- *Спектральный класс* – G2
- *Видимая звездная величина* – -26.74^m
- *Абсолютная болометрическая звездная величина* – $+4.83^m$
- *Показатель цвета (B-V)* – $+0.67^m$
- *Эффективная температура* – 5778 К
- *Средний горизонтальный параллакс* – $8.794''$
- *Солнечная постоянная (во всем спектре) на расстоянии Земли* – 1361 Вт/м^2
- *Солнечная постоянная (в видимом свете) на расстоянии Земли* – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- *Эксцентриситет орбиты* – 0.017
- *Тропический год* – 365.24219 сут
- *Средняя орбитальная скорость* – 29.8 км/с
- *Период вращения* – 23 часа 56 минут 04 секунды
- *Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0* – $23^\circ\, 26'\, 21.45''$

- *Средний по объему радиус* – 6371.0 км
- *Средний экваториальный радиус* – 6378.14 км
- *Длина земного меридиана* – 20004.276 км
- *Полярный радиус* – 6356.77 км
- *Масса* – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- *Средняя плотность* – 5.52 г·см$^{-3}$
- *Объемный состав атмосферы* – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim$ 1%)

А.4. Данные о Луне

- *Среднее расстояние от Земли* – 384400 км
- *Минимальное расстояние от Земли* – 356410 км
- *Максимальное расстояние от Земли* – 406700 км
- *Эксцентриситет орбиты* – 0.055
- *Наклон плоскости орбиты к эклиптике* – $5°09'$
- *Сидерический (звездный) период обращения* – 27.321662 сут
- *Синодический период обращения* – 29.530589 сут
- *Радиус* – 1738 км
- *Масса* – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- *Средняя плотность* – 3.34 г·см$^{-3}$
- *Визуальное геометрическое альбедо* – 0.12
- *Видимая звездная величина в полнолуние* -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin\alpha \pm x\,\cos\alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos\alpha \mp x\,\sin\alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg}\alpha \pm \frac{x}{\cos^2\alpha};$$

$$(1+x)^n \approx 1 + n\,x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.		градусы		сут
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли	г·см$^{-3}$		градусы		
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут†	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час†	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;
† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см$^{-3}$	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	−12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685†	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

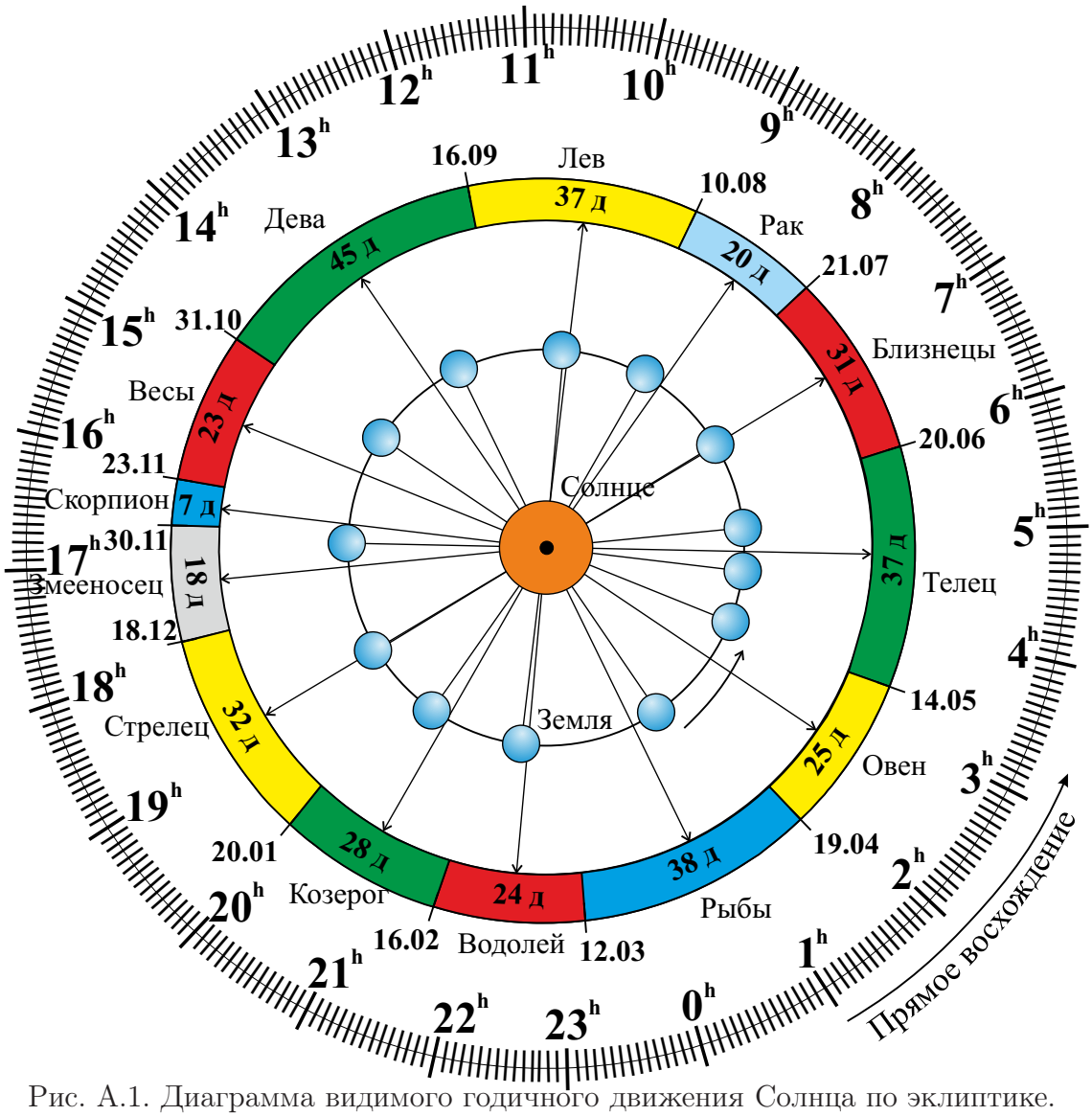


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

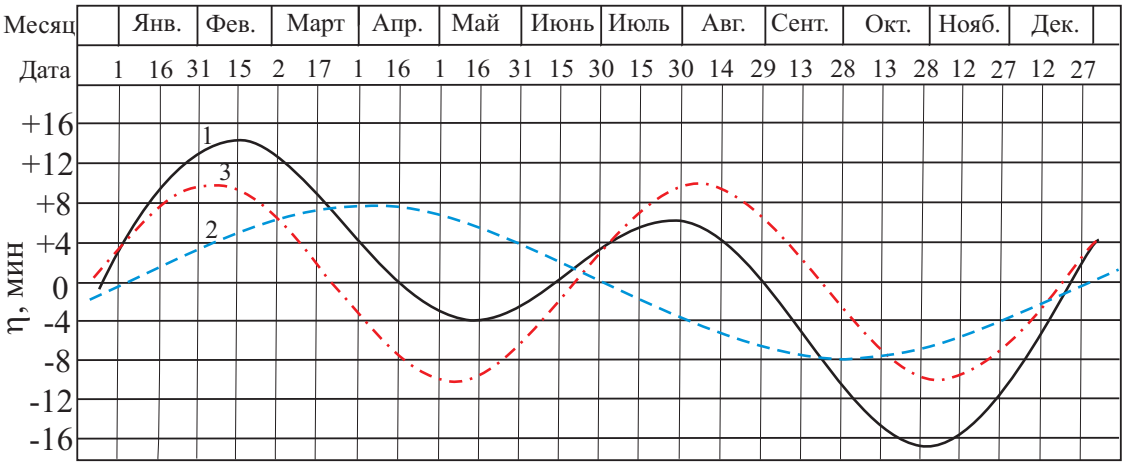


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 – уравнение времени, 2 – уравнение центра, 3 – уравнение от наклона эклиптики.

А.10. Яркие звезды ночного небосвода

Топ-25 ярчайших звезд ночного небосвода

№	Название	α	δ	r, св.л.	m, ^{m}	M, ^{m}	Сп. кл.	Полушарие и № в нем
1	Сириус (α Большого Пса)	$06^h45^m9^s$	$-16°42'58''$	8.6	-1.46	1.4	A1Vm	Южное (01)
2	Канопус (α Киля)	$06^h23^m57^s$	$-52°41'45''$	310	-0.72	-5.53	A9II	Южное (02)
3	Ригил(A)/Толиман(B) (α Центавра AB)	$14^h39^m35^s$	$-60°50'15''$	4.3	-0.27	4.06	G2V + K1V	Южное (03)
4	Арктур (α Волопаса)	$14^h15^m40^s$	$19°10'57''$	36.7	-0.05	-0.3	K1.5IIIp	Северное (01)
5	Вега (α Лиры)	$18^h36^m56^s$	$38°47'01''$	25	0.03^v	0.6	A0Va	Северное (02)
6	Капелла (α Возничего)	$05^h16^m41^s$	$45°59'53''$	42.2	0,08	-0.5	G6III + G2III	Северное (03)
7	Ригель (β Ориона)	$05^h14^m32^s$	$-08°12'06''$	870	0.12^v	-7.84	B8Iae	Южное (04)
8	Процион (α Малого Пса)	$07^h39^m18^s$	$+05°13'30''$	11.4	0.38	2.6	F5IV-V	Северное (04)
9	Ахернар (α Эридана)	$01^h37^m43^s$	$-57°14'12''$	139	0.46	-1.3	B3Vnp	Южное (05)
10	Бетельгейзе (α Ориона)	$05^h55^m10^s$	$07°24'25''$	530	0.50^v	-5.14	M2Iab	Северное (05)
11	Хадар (β Центавра)	$14^h03^m49^s$	$-60°22'23''$	400	0.61^v	-5.4	B1III	Южное (06)
12	Альтаир (α Орла)	$19^h50^m47^s$	$08°52'06''$	16.8	0.77	2.3	A7Vn	Северное (06)
13	Акрукс (α Южного Креста)	$12^h26^m36^s$	$-63°05'57''$	321	0.77	-4.1	B0.5IV + B1Vn	Южное (07)
14	Альдебаран (α Тельца)	$04^h35^m55^s$	$16°30'33''$	65	0.85^v	-0.3	K5III	Северное (07)
15	Антарес (α Скорпиона)	$16^h29^m24^s$	$-26°25'55''$	610	0.96^v	-5.2	M1.5Iab	Южное (08)
16	Спика (α Девы)	$13^h25^m12^s$	$-11°09'41''$	250	0.98^v	-3.2	B1V	Южное (09)
17	Поллукс (β Близнецов)	$7^h45^m19^s$	$28°01'34''$	33.7	1.14	0.7	K0IIIb	Северное (08)
18	Фомальгаут (α Южной Рыбы)	$22^h57^m39^s$	$-29°37'20''$	25	1.16	2.0	A3Va	Южное (10)
19	Мимоза (β Южного Креста)	$12^h47^m43^s$	$-59°41'19''$	353	1.25^v	-4.0	B0.5III	Южное (11)

Топ-25 ярчайших звезд ночного небосвода (продолжение)

20	Денеб (α Лебедя)	$20^h41^m26^s$	$45°16'49''$	1550	1.25	−8.38	A2Ia	Северное (09)
21	Регул (α Льва)	$10^h08^m22^s$	$11°58'02''$	77	1.35	−0.5	B7Vn	Северное (10)
22	Адара (ε Большого Пса)	$06^h58^m38^s$	$-28°58'19''$	400	1.50	−4.8	B2II	Южное (12)
23	Кастор (α Близнецов)	$07^h34^m36^s$	$31°53'18''$	51.5	1.57	0.5	A1V + A2V	Северное (11)
24	Гакрукс (γ Южного Креста)	$12^h31^m10^s$	$-57°06'48''$	88	1.63^v	−1.2	M3.5III	Южное (13)
25	Шаула (λ Скорпиона)	$17^h33^m37^s$	$-37°06'13''$	365	1.63^v	−3.5	B1.5IV	Южное (14)

А.11. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела, болометрические поправки

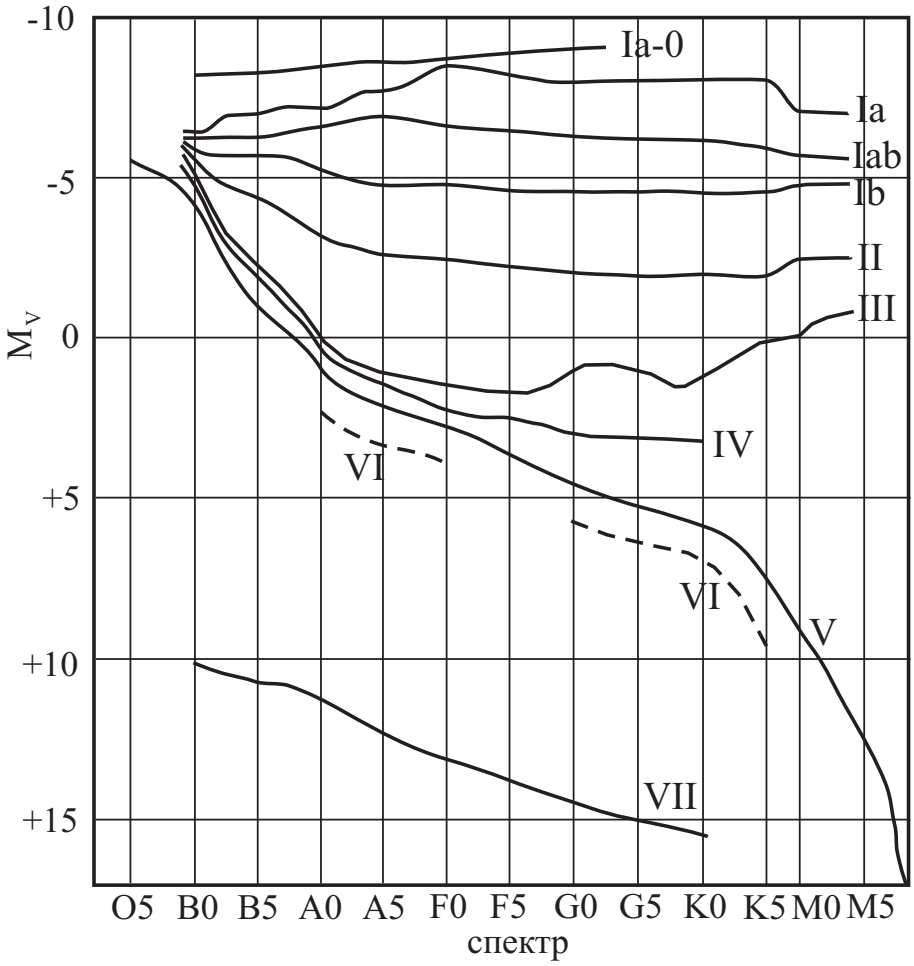


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

Болометрические поправки ΔM_b

Спектр	ΔM_b	Спектр	ΔM_b		
			Гл. последовательность	Гиганты	Сверхгиганты
B0	– 2.70	F5	– 0.04	– 0.08	– 0.12
B5	– 1.58	F8	– 0.05	– 0.17	– 0.28
A0	– 0.72	G0	– 0.06	– 0.25	– 0.42
A5	– 0.31	G2	– 0.07	– 0.31	– 0.52
F0	– 0.09	G5	– 0.10	– 0.39	– 0.65
F2	– 0.04	G8	– 0.10	– 0.47	– 0.80
		K0	– 0.11	– 0.54	– 0.93
		K2	– 0.15	– 0.72	– 1.20
		K3	– 0.31	– 0.89	– 1.35
		K4	– 0.55	– 1.11	– 1.56
		K5	– 0.85	– 1.35	– 1.86
		M0	– 1.43	– 1.55	– 2.2
		M1	– 1.70	– 1.72	– 2.6
		M2	– 2.03	– 1.95	– 3.0
		M3	– 2.35	– 2.26	– 3.6
		M4	– 2.7	– 2.72	– 3.8
		M5	– 3.1	– 3.4	– 4.0

A.12. Статистика распределения звезд по звездным величинам

m	Кол-во звезд	m	Кол-во звезд	m	Кол-во звезд, $\times 10^6$	m	Кол-во звезд, $\times 10^6$
0^m	4	5^m	1602	10^m	0.340	15^m	36.9
1^m	15	6^m	4800	11^m	0.927	16^m	83.7
2^m	48	7^m	14000	12^m	2.46	17^m	182
3^m	171	8^m	42000	13^m	6.29	18^m	374
4^m	513	9^m	121000	14^m	15.5	19^m	733

Примечание: здесь указано количество звезд на всем небосводе, имеющих блеск ярче указанной звездной величины, согласно Star Numbers, 2001.

А.13. Таблица Менделеева

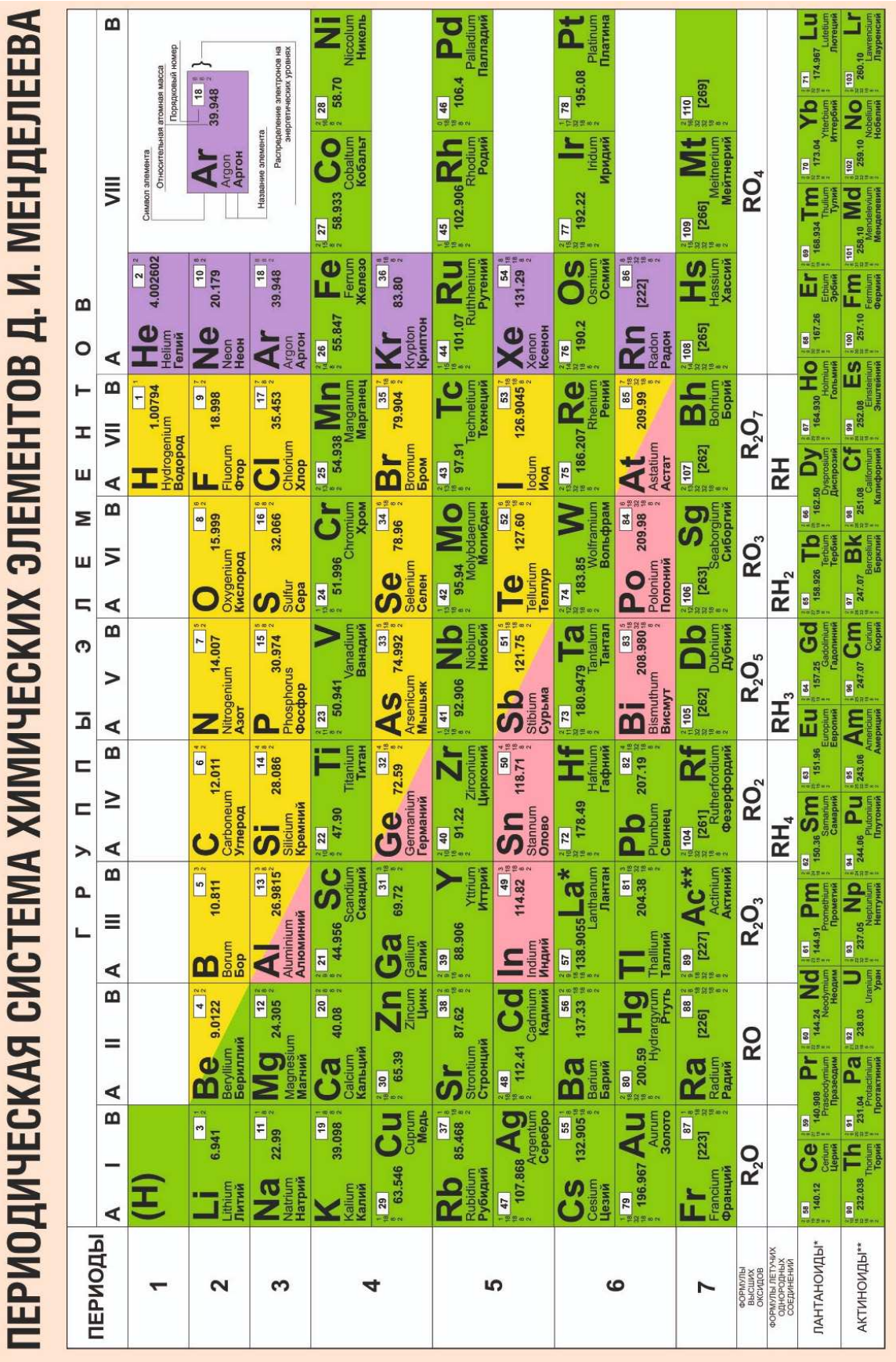


Рис. А.4. Таблица Менделеева.

В.1. Карты звездного неба

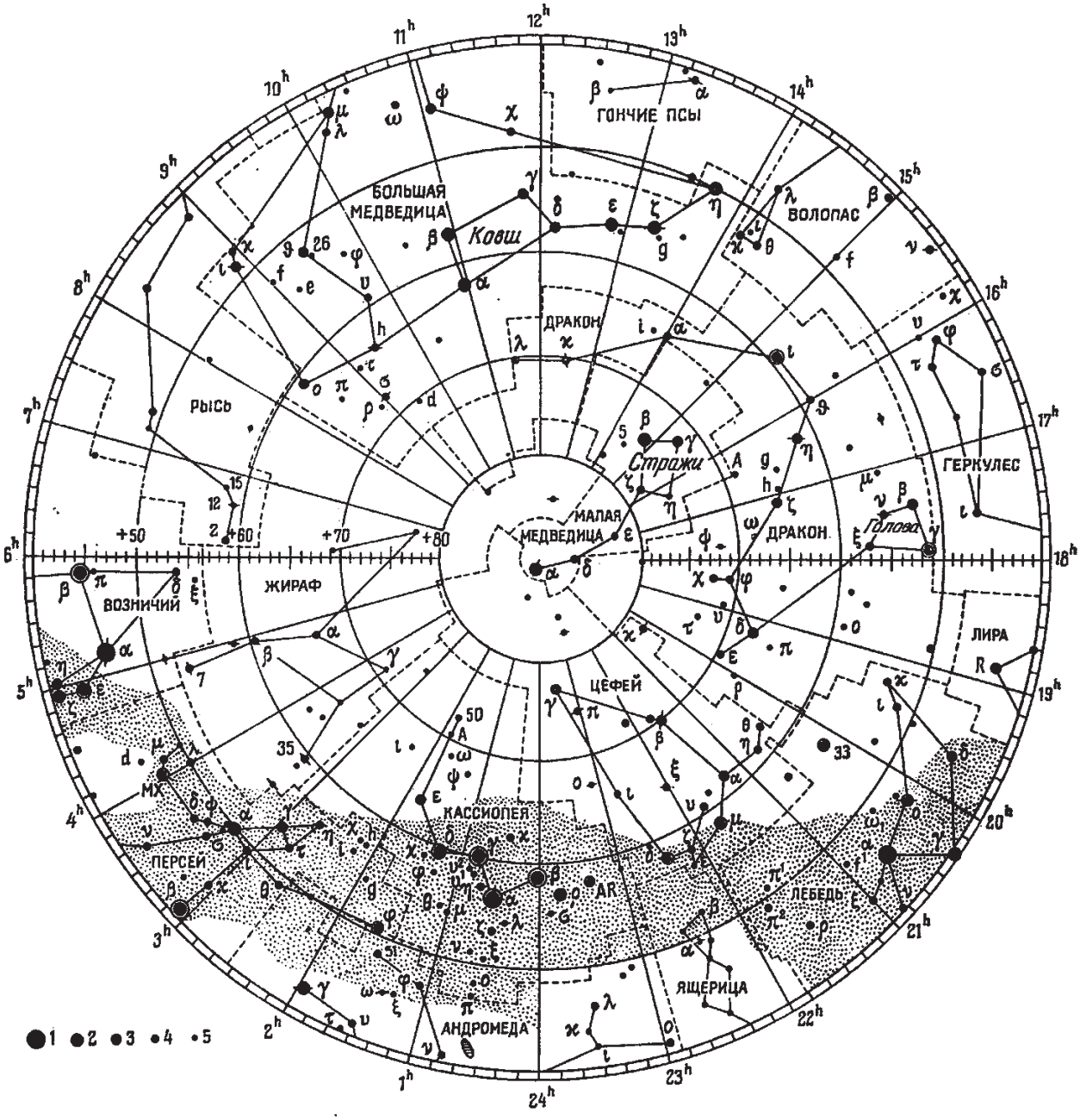


Рис. В.1. Карта северной околополярной области.

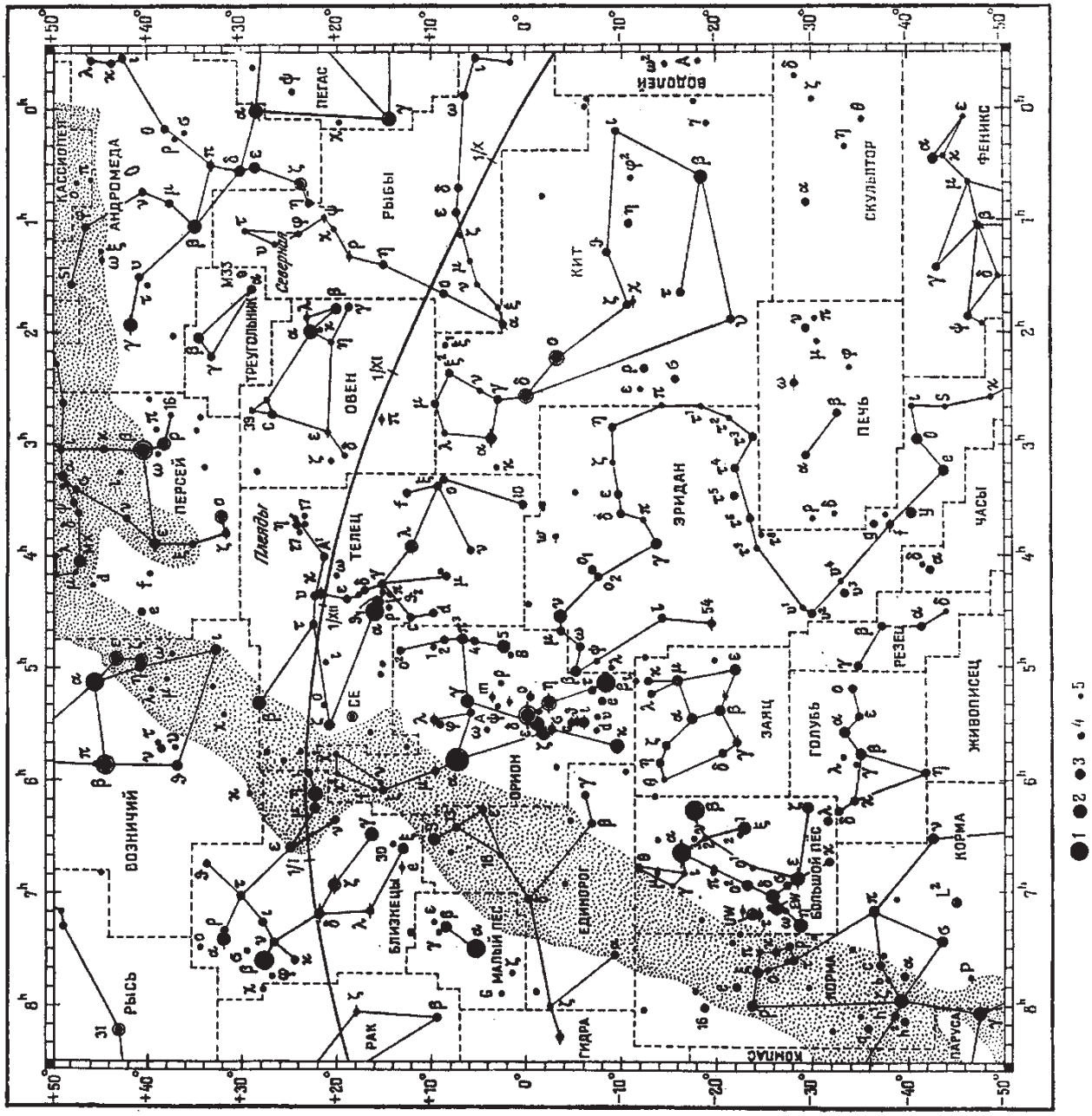


Рис. В.2. Карта осенне-зимнего небосвода.

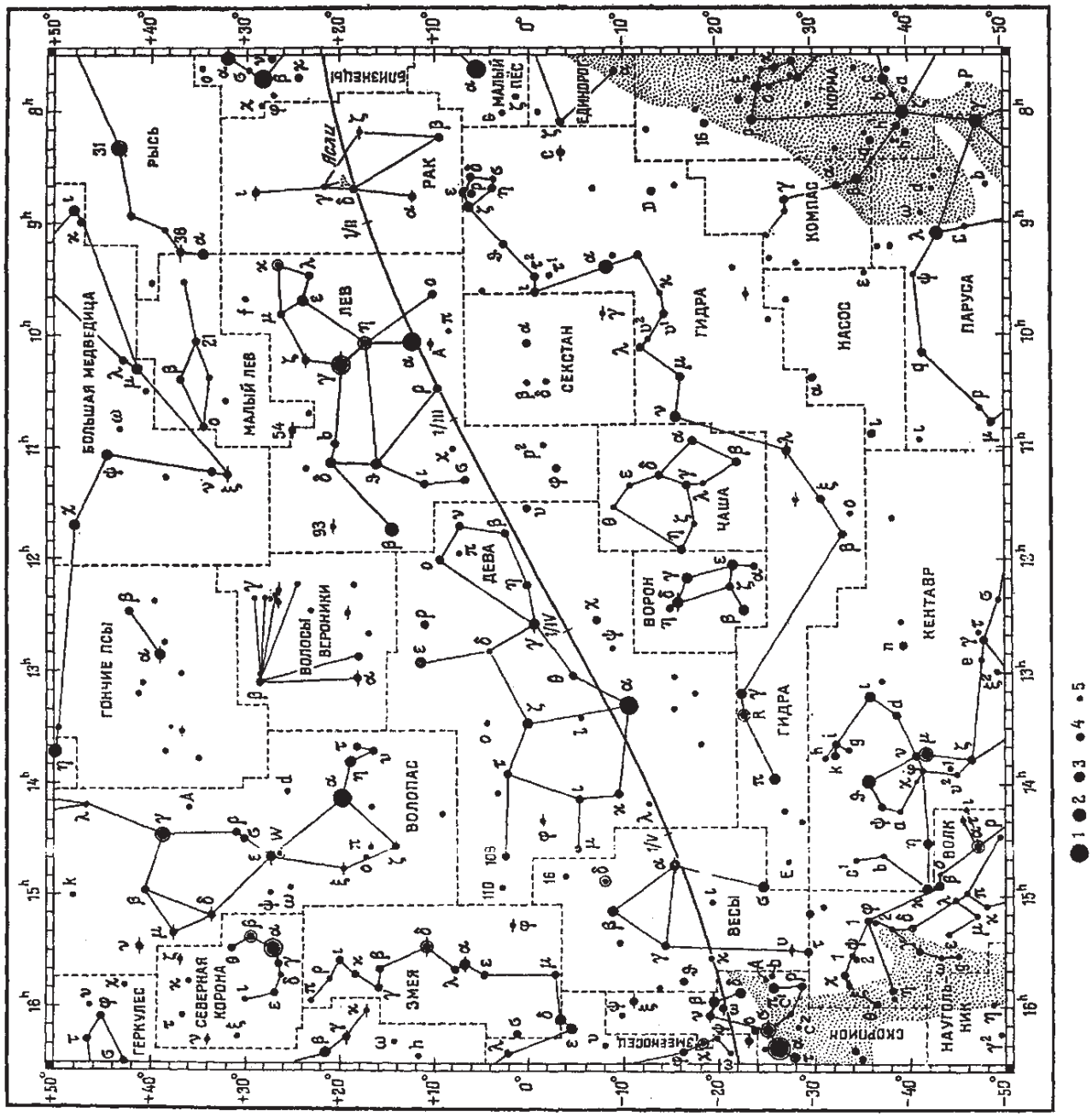


Рис. В.3. Карта зимне-весеннего небосвода.

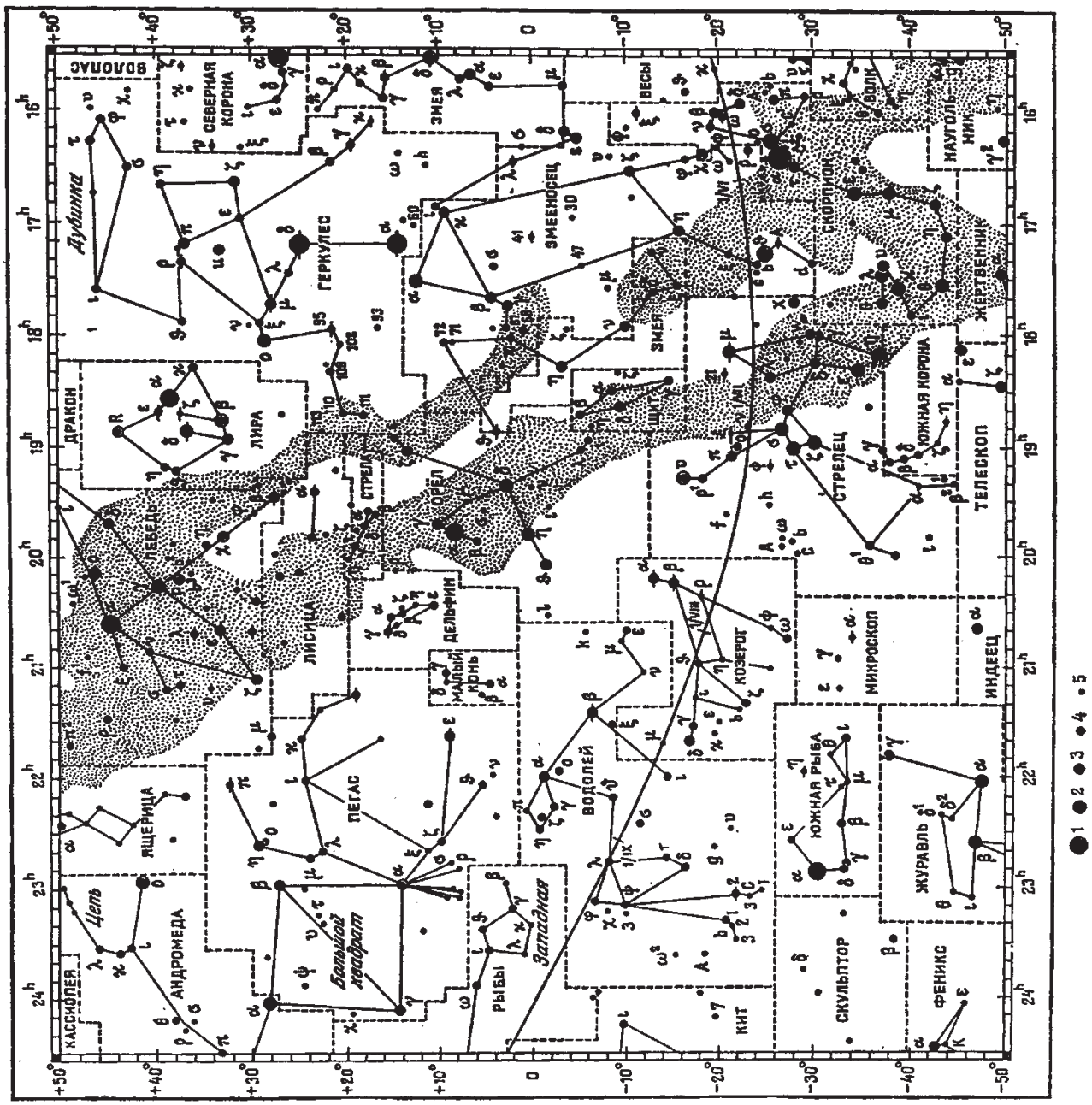


Рис. В.4. Карта летнего-осеннего небосвода.

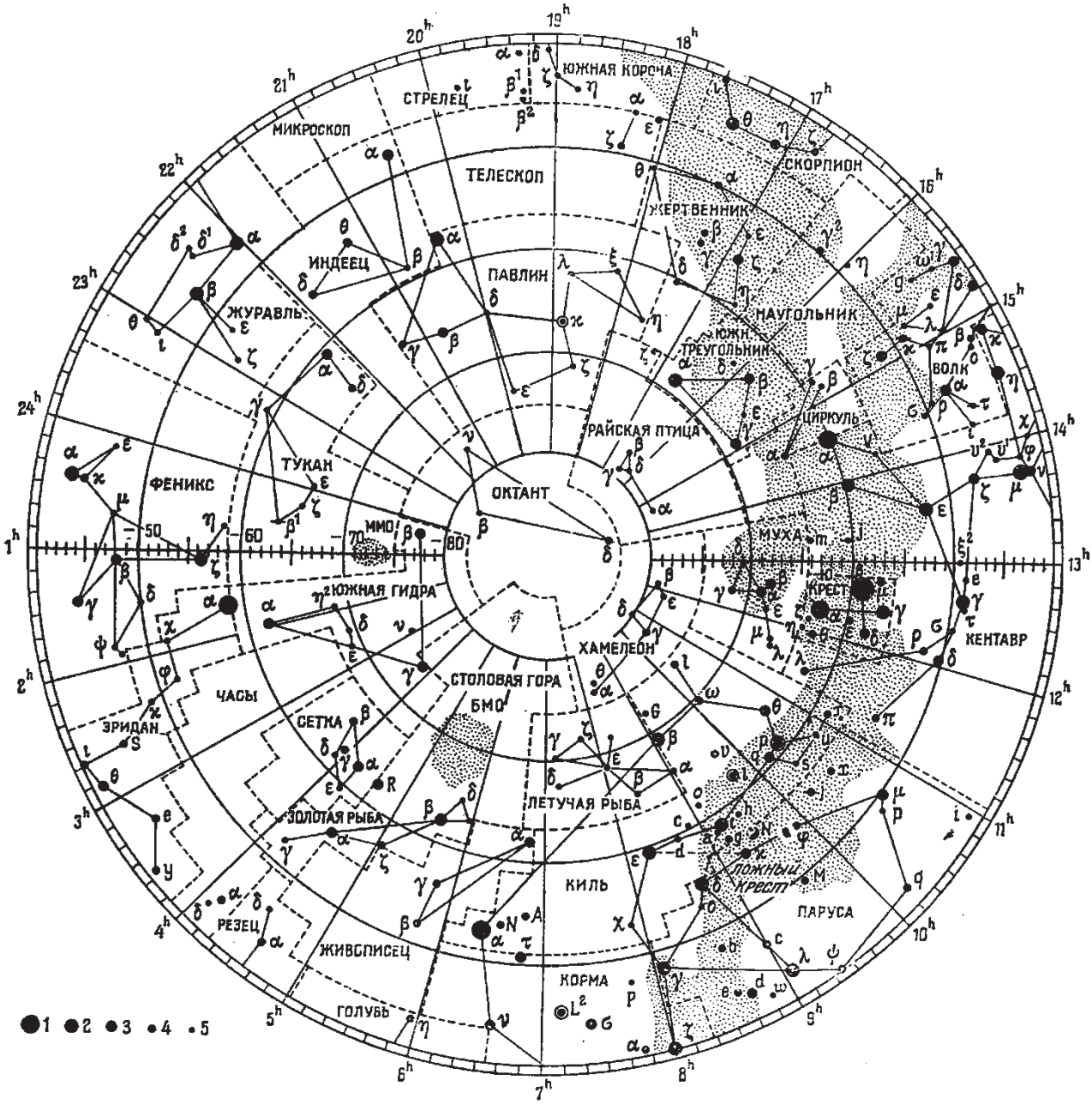


Рис. В.5. Карта южной околополярной области.