САМАРСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ДЛЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ ОТКРЫТОЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ им. Ф.А. БРЕДИХИНА

СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ.

СЕЗОН: 2024-2025, ТУР № 1

Самара, 2024 г.

Дорогие Друзья!

Вашему вниманию в данном релизе представлены 10 оригинальных задач двух уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В). Задачи составлены в соответствии с ***Перечнем*** *вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 7-9 классов к решению задач ее различных этапов.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: **«Условия и решения конкурсных задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025 среди обучающихся 7-9 классов. Тур № 1». – https://codsamara.ru/olimpiady-i-konkursy/olimpiada-imeni-f-a-bredihina/**

Составитель: – ***Филиппов Юрий Петрович***, научный руководитель школы, методист СРЦОД, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева.

Верстка в системе LaTeX – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

Памятка участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025

1. ***Официальный сайт Астрошколы***:
https://codsamara.ru/olimpiady-i-konkursy/olimpiada-imeni-f-a-bredihina/

2. ***Официальная группа в VK***:
vk.com/bredikhinolimp

3. ***Сроки подачи решений задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025 тура № 1 на проверку***:
15.10.2024-30.11.2024!!!

4. ***Электронный ящик ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025:***
samrasolimp@mail.ru

5. ***Руководство зарегистрированного участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025***:

https://codsamara.ru/olimpiady-i-konkursy/olimpiada-imeni-f-a-bredihina/
или
https://vk.com/bredikhinolimp

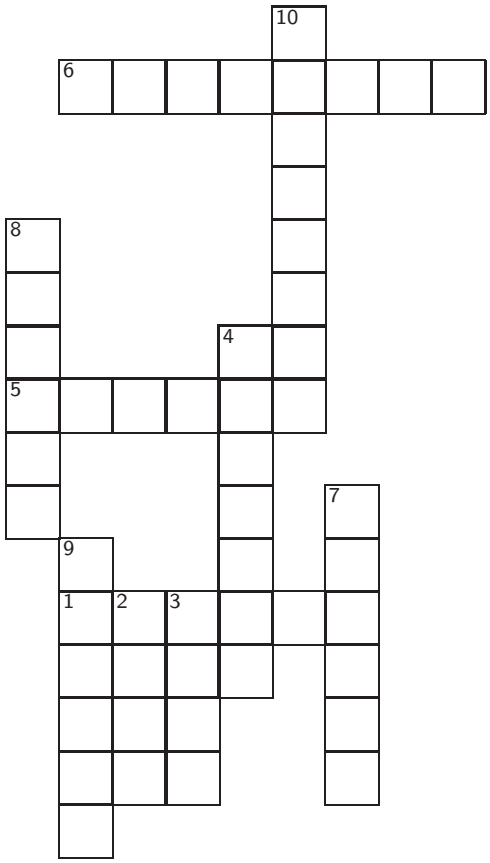
УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

Дорогие Друзья!
Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2025, внимательно ознакомьтесь с «Руководством зарегистрированного участника ОМОА им Ф.А. Бредихина-2025»! Электронный адрес последнего указан в Памятке участника.

Уровень «Новичок» (уровень А)

№ 1. *«Кроссворд-ревью "С миру по нитке"»*

Ответьте на следующие вопросы, заполнив ниже представленный кроссворд. ***Как называется:***



1. Вторая по яркости звезда (по горизонтали) ночного небосвода Самарской области? (1 балл)

2. Созвездие (по вертикали), в котором расположена точка весеннего равноденствия? (1 балл)

3. Известный астеризм (по вертикали) в созвездии Большая Медведица? (1 балл)

4. Географическая координата, которая для г. Самары составляет (с точностью до целых) 50°? (1 балл)

5. Крупнейший спутник планеты Нептун? (1 балл)

6. Сверхскопление галактик, диаметр которого 520 миллионов световых лет, составной частью которого является Местная группа галактик? (1 балл)

7. Какая единица измерения наиболее удобна в астрономии при определении расстояний до галактик? (1 балл)

8. У какой планеты Солнечной системы самое быстрое осевое вращение? (1 балл)

9. Назовите фамилию ученого, который впервые рассчитал дату следующего сближения кометы с Солнцем? (1 балл)

10. В честь какого мореплавателя названа самая яркая галактика земного небосвода? (1 балл)

№	Объект	№	Объект	№	Объект	№	Объект
1	Мельчайшие метеороиды, порождающие явление болида	3	Марс	5	Крупнейшие метеориты, обнаруженные человеком	7	Крупнейшие космические пылинки
2	Самые крупные астероиды	4	Сатурн	6	Млечный Путь	8	Звезда Вега

Таблица 1. Некоторые объекты космоса.

№	Масса	№	Масса	№	Масса	№	Масса
A	10^{-15} кг	C	10^{4} кг	E	$0.1 \cdot \mathfrak{M}_{\oplus}$	G	$2.13 \cdot \mathfrak{M}_{\odot}$
B	10^{-1} кг	D	10^{20} кг	F	$0.3 \cdot \mathfrak{M}_{J}$	H	$1.5 \cdot 10^{12}\,\mathfrak{M}_{\odot}$

Примечание: здесь $\mathfrak{M}_{\oplus}, \mathfrak{M}_{J}, \mathfrak{M}_{\odot}$ – массы Земли, Юпитера и Солнца соответственно.

Таблица 2. К определению приближенных или точных значений масс некоторых космических объектов.

№ 2. ***«Звезды, созвездия и календарные сезоны»***

Вашему вниманию представлены 10 ярких звезд, которые можно наблюдать на небосводе с территории Самарской области в течение года: Сириус (α Большого Пса), Арктур (α Волопаса), Вега (α Лиры), Капелла (α Возничего), Спика (α Девы), Альферац (α Андромеды), Маркаб (α Пегаса), Альтаир (α Орла), Денеб (α Лебедя), Бетельгейзе (α Ориона). Распределите эти звезды по календарным сезонам, в которые эти звезды лучше всего видны (т. е. видны на протяжении всего или большей части темного времени суток и находятся выше всего над горизонтом вблизи полуночи). (1 балл за правильную позицию)

Календарные сезоны			
Зима	Весна	Лето	Осень

№ 3. ***«Некоторые космические объекты и значения их масс»***

1. Вашему вниманию в таблицах 1 и 2 даны некоторые космические объекты и характерные значения их масс. Установите соответствие между данными объектами и характерными значениями их масс. К каждой позиции первой таблицы подберите соответствующую позицию второй. Ответ представьте парами «цифра-буква», т. е. например, (1,H), (7,G) и т. д. (1 балл за каждую правильно определенную пару):

2. Ответьте на следующие вопросы:

2.а. Какое небесное тело (не представлено в табл. 1) может потерять значительную часть своей массы при подходе к Солнцу в результате активной сублимации космических льдов? (1 балл)

2.б. В результате какого астрономического явления белые карлики, нейтронные звезды и черные дыры могут интенсивно увеличивать свою массу? (1 балл)

№ 4. ***«Самарская область и ее население»***

Как известно, в настоящее время население Самарской области составляет 3.132 млн человек. При этом площадь области равна 53565 км^2. *Определите:*

1. Доли (выраженные в процентах), которые составляет площадь области от площади всей Российской федерации (17125191 км^2), площади материка Евразия (54760000 км^2) и площади всей земной суши (149 939 063 км^2). (3 балла)

2. Поверхностную плотность населения области (как количество ее жителей, приходящихся на один квадратный км). (2 балла)

3. Величину площадки (в м^2), приходящуюся на одного жителя области? (2 балла)

4. *Оцените* среднее расстояние (в метрах, до десятых долей) между жителями области (по поверхности Земли), если полагать, что форма каждой такой площадки – квадрат, и каждый житель области расположен в геометрическом центре этого квадрата? Чему равно время (в секундах до целого), которое необходимо затратить на преодоление данного расстояния, при движении с постоянной скоростью $v = 5$ км/ч? (3 балла)

Уровень «Знаток» (уровень В)

№5. «Загадочное темное тело на фоне Солнца»

1. С поверхности какой планеты земной группы можно наблюдать явление, представленное на рис. 1 (на фото светлый круг – видимый диск Солнца)? (2 балла)

2. Как называется это явление? (1 балл)

3. К какому классу объектов Солнечной системы относится "темное" тело, спроецировавшееся на диск Солнца? Следует полагать, что "темное" тело всегда находится в окрестности данной планеты. (2 балла)

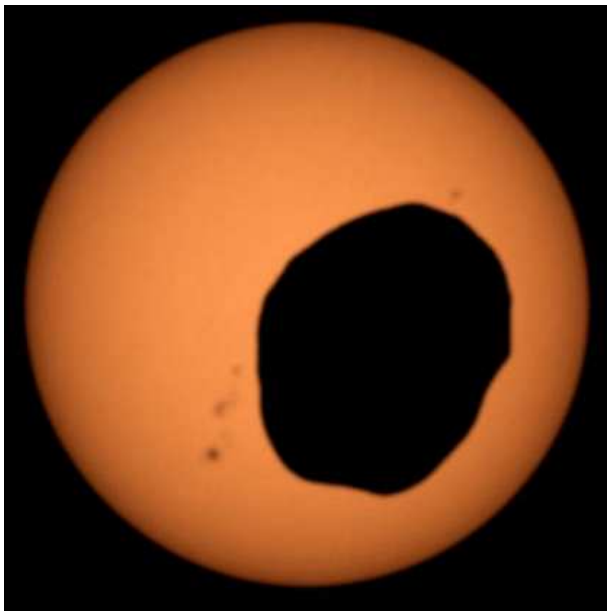


Рис. 1. Темное тело на фоне Солнца.

4. Как именно называется это тело? Ответ на последний вопрос обоснуйте строго математически. (6 баллов)

№6. «Движение "темного" тела»

С использованием данных и результатов решения предыдущей задачи, определите:

1. Максимальную продолжительность явления, зафиксированного на рис. 1, при его наблюдении из подсолнечной точки поверхности планеты. (6 баллов)

2. В какой стороне света восходит данное "темное" тело для гипотетического наблюдателя, расположенного на экваторе этой планеты? (2 балла)

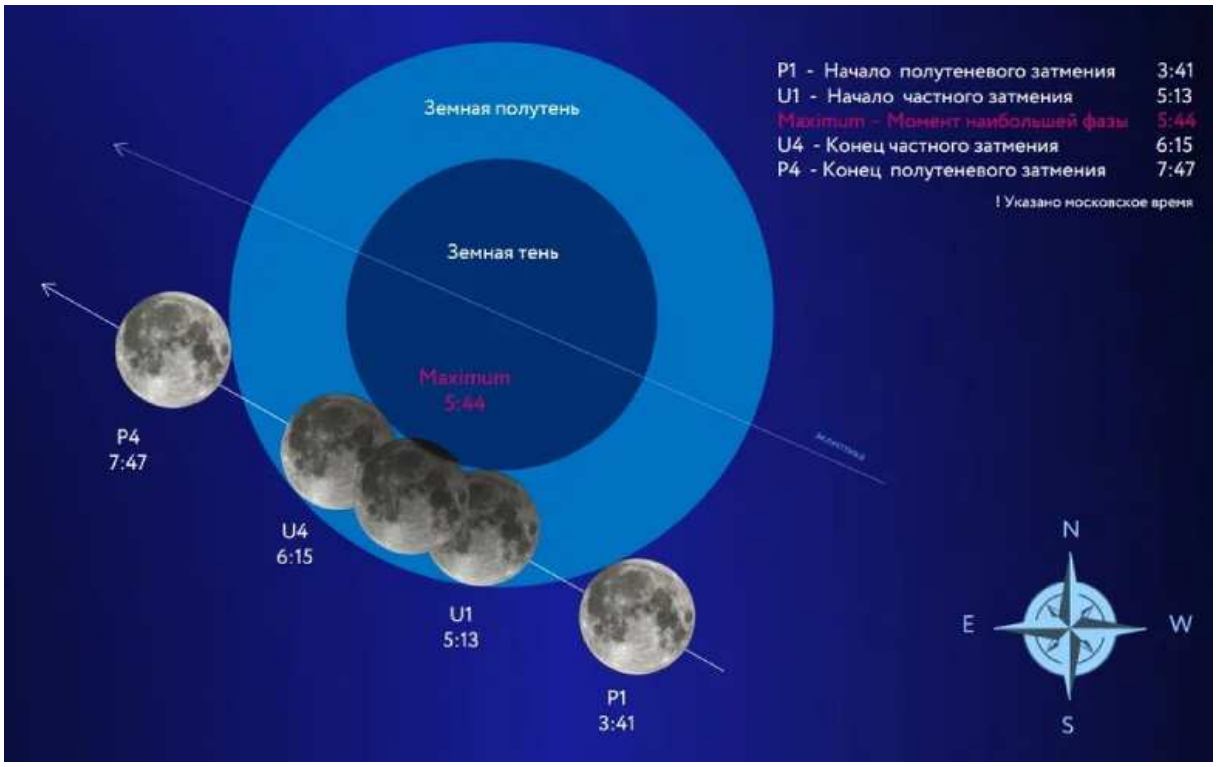


Рис. 2. К определению основных фаз лунного затмения 18.09.2024 года.

3. Какое максимальное количество раз может пройти данное "темное" тело над одной точкой поверхности планеты за ее звездные сутки? (4 балла)

№7. «Суперлуние и лунное затмение сентября 2024 года»

Ночью 18 сентября 2024 года состоялось редкое астрономическое явление: одновременно наблюдалось суперлуние (т. е. полнолуние, в котором Луна находится в перигее своей орбиты, при этом ее видимый угловой диаметр достигает максимального значения для земного наблюдателя) и лунное затмение. С использованием рис. 2 определите:

1. Какой вид затмения наблюдали очевидцы этого феномена? (1 балл)

1. Частное теневое	2. Полное теневое	3. Полное полутеневое
4. Частное полутеневое	5. Невозможно однозначно определить	–

2. Продолжительность (в минутах) фазы частного теневого затмения ($U_1 \to U_4$) и всего затмения ($P_1 \to P_4$)? (2 балла)

3. В каком созвездии располагалась тень Земли во время затмения? (2 балла) Оцените прямое восхождение геометрического центра земной тени? (2 балла) В пояснении к решению этого пункта используйте *лишь* диаграмму видимого годичного движения Солнца по эклиптике (приложение А9, рис. А.1).

4. Вычислите угловой диаметр Луны во время затмения для наблюдателя, расположенного в подлунной точке, учитывая что светило находилось в своем перигее. (3 балла) Лишь с использованием рис. 2, оцените угловые диаметры конусов земной тени (2 балла) и полутени (2 балла) на орбите Луны.

Рис. 3. К определению образа Луны с кольцами, в представлении художника-фантаста.

№8. «Первое серебро над Самарской областью в 2024 году»

В ночь с 17 на 18 июня 2024 года в Самарской области впервые наблюдались серебристые облака 2024 года. Небольшой массив облаков располагался точно под Полярной звездой. Его верхняя видимая граница располагалась на высоте 5 градусов (выше математического горизонта), а нижняя граница касалась видимого горизонта. Оцените:

1. Расстояния (по прямой линии), на которых находились ближняя и дальняя точки этого массива от наблюдателя, расположенного в г. Самаре ($\varphi_S = 53°12'$, $\lambda_S = 50°06'$). (8 баллов)

2. Значения широты (пограничных) точек поверхности Земли, для которых эти облака находились в зените. (2 балла)

3. Линейную протяженность массива облаков вдоль направления "север-юг". (2 балла)

4. Расстояния (по поверхности Земли) от самарского наблюдателя до пограничных точек (отсчитываемые вдоль меридиана наблюдателя). (2 балла)

Согласно данным метеослужбы, линейная высота (от уровня моря) местоположения массива облаков составляла на тот момент 82 км. Высотой местоположения наблюдателя над уровнем моря следует пренебречь.

№9. «Окольцованная Луна»

На рис. 3 представлен образ Луны с кольцами, подобный образу Сатурна, в представлении художника-фантаста. Определите:

1. Могут ли быть в действительности кольца у Луны на таких расстояниях? Свой ответ обоснуйте строго математически. Следует помнить, что спутник (а значит и частицы колец) Луны и его орбита могут лишь полно-

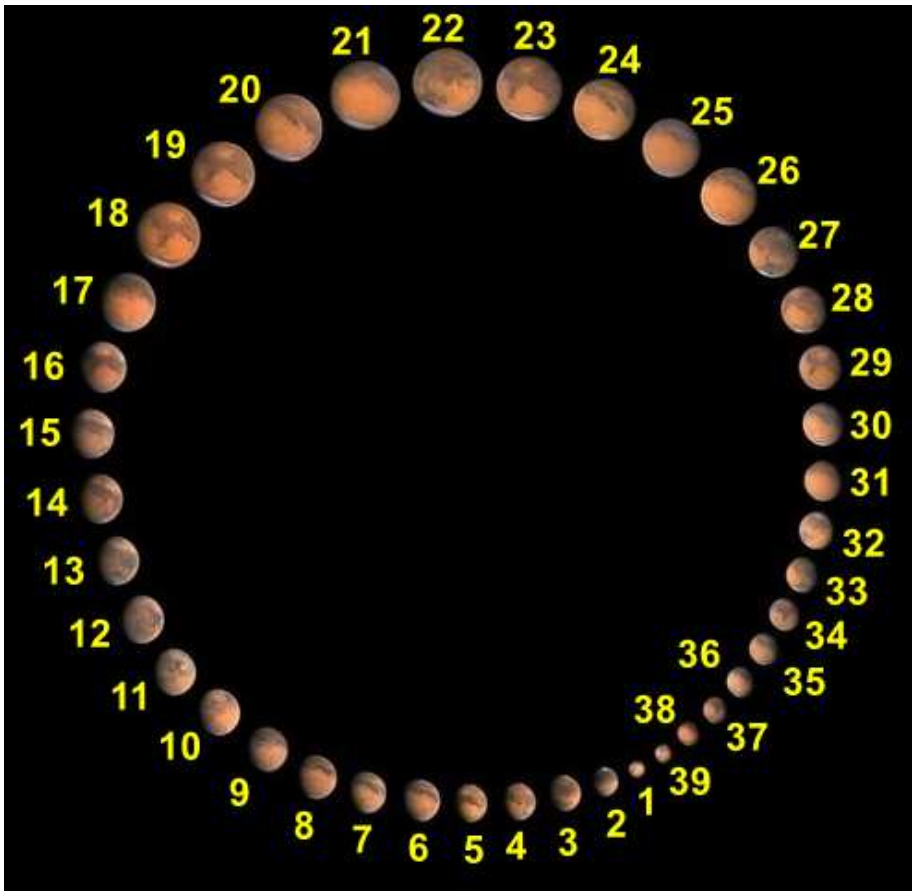


Рис. 4. К определению образов Марса (прямые изображения), полученных между двумя последовательными его соединениями.

стью располагаться внутри ее сферы Хилла, радиус которой относительно центра Луны в системе "Земля-Луна", представляется формулой:

$$\mathfrak{R}_H = a_☾ \sqrt[3]{\frac{\mathfrak{M}_☾}{3(\mathfrak{M}_\oplus + \mathfrak{M}_☾)}}, \qquad (1)$$

где $\mathfrak{M}_\oplus$, $\mathfrak{M}_☾$ – массы Земли и Луны соответственно, $a_☾$ – радиус круговой орбиты Луны. (3 балла)

2. В каких пределах были бы заключены значения радиусов орбит частиц таких колец у Луны и сидерических периодов их обращения (без учета гравитационного влияния Земли)? (4 балла)

3. В каких пределах были бы заключены значения орбитальной скорости частиц таких колец у Луны и их цетростремительного ускорения? (4 балла)

4. Какова максимальная полная продолжительность солнечного затмения такой Луной? Орбиту Луны считать круговой. (3 балла)

№10. «Марсианские "четки"»

На рис. 4 представлены марсианские "четки" – серия фотографий Марса, сделанная астрономом-любителем, расположенным в северном географическом полушарии, между двумя последовательными соединениями планеты с помощью одного оборудования и в одном масштабе прямого изображения. Определите:

1. Каково направление обхода серии кадров, соответствующее хронологической последовательности их получения? Свой ответ поясните. (1 балл)

по часовой стрелке	против часовой стрелки

2. Установите соответствие номера образа Марса одной из его основных конфигураций. (1 балл за верно определенный номер)

Соединение	Западная квадратура	Восточная квадратура	Противостояние

3. Определите среднее значение промежутка времени между моментами получения двух соседних кадров. (3 балла)

4. Лишь с использованием рис. 4, вычислите радиус круговой орбиты Марса и сидерический период его обращения вокруг Солнца, если радиус круговой орбиты Земли равен 1 а. е. (3 балла)

5. Определите зависимость углового диаметра Марса (выраженного в единицах углового диаметра планеты в противостоянии) от времени, прошедшего от момента противостояния планеты до любого ее другого положения на орбите, выраженного в терминах синодического периода планеты. Постройте соответствующий график. Орбиты планет являются круговыми и лежащими в одной плоскости. (4 балла)

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Уровень «Новичок» (уровень А)

№ 1. *«Кроссворд-ревью "С миру по нитке"»*

Правильно заполненный кроссворд должен выглядеть так. Дадим краткие комментарии по ответам на вопросы.

1. Самой яркой звездой небосвода является Сириус (см. приложению А.10, рейтинг 25 самых ярких звезд), у которого небольшое по модулю и отрицательное по значению склонение. В силу последнего факта, Сириус виден с территории Самарской области. Вторая (Канопус) и третья (Ригил & Толиман) звезды рейтинга имеют большие по модулю и отрицательные по значению склонения. Именно поэтому они не могут быть видны с территории Самарской области. Четвертым в том же рейтинге является *Арктур*, принадлежащий северной полусфере небосвода (а значит видимый с территории Самарской области), он же является второй по яркости звездой ночного небосвода Самарской области. (1 балл)

2. ***Точка весеннего равноденствия*** – точка небесной сферы, являющаяся результатом пересечения ее двух больших кругов: эклиптики и экватора, которую проходит Солнце, двигаясь из южной полусферы небосвода в северную. В настоящее время точка весеннего равноденствия находится в созвездии *Рыбы*. (1 балл)

3. Самым известным астеризмом в созвездии Большая Медведица является Большой *Ковш*, состоящий из 7 наиболее ярких звезд этого созвездия. (1 балл)

4. Как известно, географические координаты центральной точки (площади им. В. Куйбышева) города Самары – ($\varphi_S = +53°12'$, $\lambda_S = 50°06'$). Из указанных значений следует, что такой координатой является *долгота*. (1 балл)

5. В настоящее время у Нептуна открыто 14 спутников. Крупнейшим спутником Нептуна среди известных является Тритон. (1 балл)

6. Сверхскопление галактик, диаметр которого 520 миллионов световых лет, составной частью которого является Сверхскопление Девы и Местная группа галактик называется *Ланиакея*. (1 балл)

7. Галактики – это объекты глубокого космоса, удаленные от Земли (а также Солнца и даже Млечного Пути) на большие расстояния. Последние

удобно выражать в самых крупных единицах измерения расстояний – в *парсеках* (а также в кратных ему величинах, т. е. в килопарсеках, мегапарсеках, гигапарсеках). (1 балл)

8. С использованием справочных данных (см. приложение А.7, 7-я колонка в таблице) легко убедиться в том, что минимальным периодом осевого вращения, а значит самым быстрым осевым вращением (т. е., угловой скоростью) обладает *Юпитер*. (1 балл)

9. *Галлей* Э. был первым исследователем космоса в истории астрономии, кто с использованием законов механики Ньютона смог предсказать дату следующего сближения кометы с Солнцем, в последствии названной кометой Галлея. (1 балл)

10. На земном небосводе самой яркой галактикой является Большое Магелланово облако. Эта галактика названа в честь известного мореплавателя *Магеллана* Ф., кто первым описал этот объект небосвода, видимый преимущественно с южных широт земного шара. (1 балл)

№ 2. *«Звезды, созвездия и календарные сезоны»*

1. В условии задачи указаны созвездия, которым принадлежат данные звезды. Следовательно, для ответа на поставленный вопрос необходимо лишь вспомнить *в какое время года условия наблюдений этих созвездий является оптимальными*. Распределение созвездий по календарным сезонам, когда их условия наблюдений являются оптимальными с территории Самарской области представляется следующим образом:

Календарные сезоны			
Зима	Весна	Лето	Осень
Большой Пес, Возничий, Орион	Волопас, Дева	Лира, Орел, Лебедь	Андромеда, Пегас

2. Следовательно, распределение данных звезд по календарным сезонам, в которые эти звезды лучше всего видны, представляется так (1 балл за каждую правильную позицию):

Календарные сезоны			
Зима	Весна	Лето	Осень
Сириус, Капелла, Бетельгейзе	Арктур, Спика	Вега, Альтаир, Денеб	Альферац, Маркаб

Таблица 3. К определению распределения звезд по календарным сезонам, в которые эти звезды лучше всего видны.

№ 3. *«Некоторые космические объекты и значения их масс»*

I. Очевидно испытуемым известны значения масс далеко не для всех объектов, представленных в табл. 1. Поэтому будем решать задачу методом последовательных исключений.

1. Как известно, Марс является планетой земной группы. Согласно справочным данным масса Марса составляет 0.10745 от массы Земли. В итоге

имеем пару – (3,E). (1 балл)

2. Сатурн является представителем группы планет-гигантов. Его масса не должна сильно отличаться от массы Юпитера, однако она меньше последней. Из всех представленных значений в табл. 2 лишь значение F является подходящим. В итоге имеем пару – (4,F). (1 балл) В этом можно также убедиться, пересчитав массу Сатурна в массах Юпитера с использованием справочных данных.

3. Как известно, значения масс для большинства известных звезд (в том числе и для Веги) отличается от массы Солнца лишь в несколько раз, редко – в десятки раз. В табл. 2 есть лишь одно значение массы, близкое к массе Солнца. Значит получаем пару – (8,G). (1 балл)

4. Очевидно, Млечный путь является самой крупной физической системой из представленных в табл. 2. Эта галактика содержит сотни миллиардов звезд, а значит и масса этой системы должна быть сопоставима с таким же количеством масс Солнца. Наиболее близкое значение к указанному представлено под буквой H. Следовательно имеем пару – (6,H). (1 балл)

5. Самые крупные астероиды близки по размерам и массе к карликовым планетам. Последние близки по значениям масс и радиусов к крупнейшим спутникам больших (классических) планет, например, к Луне. Согласно справочным данным, масса Луны составляет $7.348 \cdot 10^{22}$ кг. Ближайшее значение в табл. 1 представлено под буквой D. Таким образом, имеем пару – (2,D). (1 балл)

6. Как известно, крупнейшие метеориты, найденные на поверхности Земли, представляют собой тяжелые камни, имеющие поперечник порядка метра. Поскольку эти камни прошли атмосферу Земли, значит они состоят из плотных и тугоплавких материалов, плотность которых является высокой (существенно больше плотности воды). Значит тела, размеры которых порядка метра, и плотность которых больше плотности воды, должны иметь массу не менее 10^3 кг или тонны. Ближайшее значение в табл. 2 представлено под буквой C. В итоге имеем пару – (5,C). (1 балл)

7. Самые мельчайшие частицы в космосе традиционно называют *космической пылью*, диаметр самых крупных из которых не превосходит 1 мкм или 10^{-6} м. Оценим массу таких частиц из водяного льда: $m = \rho \cdot V \approx 10^3$ кг/м$^3 \cdot (10^{-6})^3 = 10^{-15}$ кг. В итоге получается пара (7,A). (1 балл)

8. Остается пара (1,B). (1 балл)

В итоге получаем следующие пары: (1,B); (2,D); (3,E); (4,F); (5,C); (6,H); (7,A); (8,G).

II. а) В Солнечной системе лишь *кометы* в своих телах содержат значительные количества различных космических льдов и при этом двигаются по сильно вытянутым орбитам, регулярно приближаясь к Солнцу. В резуль-

тате сближения космические льды нагреваются до значений температуры, превышающих значения температур их сублимации, поэтому эти вещества активно сублимируются с поверхностей ядер комет и сдуваются в межпланетное пространство посредством солнечного света и ветра. Это приводит к значительному уменьшению массы ядра и конечности времени жизни самих комет. (1 балл)

б) Белые карлики, нейтронные звезды и черные дыры являются компактными массивными объектами Вселенной, благодаря чему в своих окрестностях они создают сильные гравитационные поля. Эти поля способны оказывать притягивающее действие на вещество и тела в этих окрестностях. Как правило, последние имеют ненулевые скорости относительно данных объектов, что приводит к появлению явления *аккреции* – плавному падению вещества и маломассивных тел на поверхности данных. Это приводит к интенсивному увеличению их массы. (1 балл)

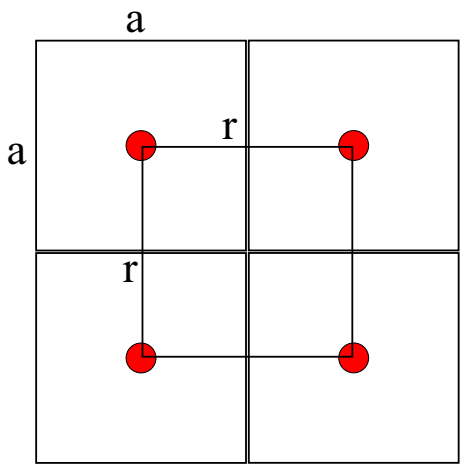


Рис. 5. К определению среднего расстояния между жителями Самарской области.

№ 4. *«Самарская область и ее население»*

1. Оценим указанные доли (1+1+1 балл):

$$\eta_1 = \left(\frac{S_S}{S_{RF}}\right) \cdot 100\% = 0.31\%, \quad \eta_2 = \left(\frac{S_S}{S_{ME}}\right) \cdot 100\% = 0.098\%, \tag{2}$$

$$\eta_3 = \left(\frac{S_S}{S_{LS}}\right) \cdot 100\% = 0.036\%, \tag{3}$$

здесь S_{RF}, S_{ME}, S_{LS} – площадь всей Российской федерации, материка Евразия и всей земной суши соответственно.

2. Определим поверхностную плотность σ населения области (2 балла):

$$\sigma = \frac{N}{S_{\text{SR}}} = \frac{3.132 \cdot 10^6 \text{ чел}}{53565 \text{ км}^2} = 58.5 \text{ чел/км}^2. \tag{4}$$

3. Вычислим величину площадки (в м^2), приходящуюся на одного жителя области (2 балла):

$$S_1 = \frac{S_{\text{SR}}}{N} = \frac{53565 \text{ км}^2}{3.132 \cdot 10^6 \text{ чел}} = 17102 \text{ м}^2/\text{чел}. \tag{5}$$

4.1. Учитывая, что площадка, приходящаяся на одного человека, имеет форму квадрата, сторона которого a (см. рис. 5), тогда последняя величина

связана с S_1 выражением вида: (1 балл)

$$S_1 = a^2, \ \Rightarrow a = \sqrt{S_1} = 130.8 \text{ м}. \tag{6}$$

4.2. Полагая далее, что каждый житель города расположен в геометрическом центре такого квадрата, тогда среднее расстояние r между жителями равно стороне этого квадрата (см. рис. 5). Значит искомая величина $r = a = 130.8$ м. (1 балл)

4.3. Искомый промежуток времени, которое необходимо затратить на преодоление данного расстояния r, при движении с постоянной скоростью $v = 5$ км/ч, есть (1 балл)

$$\Delta t = \frac{r}{v} = 94 \text{ с}. \tag{7}$$

Уровень «Знаток» (уровень В)

№5. «Загадочное темное тело на фоне Солнца»

1,3. Прежде всего, необходимо четко понимать: какое астрономическое явление запечатлено на данной фотографии. Поскольку светлый круглый диск – это Солнце, то на его поверхность спроецировалось *тело неправильной формы*, расположенное между Солнцем и наблюдателем. Неправильной формой обладают в Солнечной системе лишь астероиды, кометы и некоторые небольшие спутники классических планет. Очевидно, угловые размеры темного тела сопоставимы с угловыми размерами Солнца, но все же меньше указанных. Значит темное тело, располагалось относительно близко к планете земной группы, с поверхности которой велась съемка. Кроме того, в условии задачи сказано, что "темное" тело всегда находится в окрестности данной планеты. Значит, это *спутник* планеты земной группы. (2 балла)

Как известно, у Меркурия и Венеры спутников нет. Кроме того, с поверхности Венеры невозможно, в принципе, увидеть Солнце из-за плотной и непрозрачной атмосферы. У Земли имеется лишь один крупный естественный спутник – Луна. Она имеет правильную сферическую форму. Значит данное явление свершилось с участием одного из спутников *Марса* (*Фобоса* или *Деймоса*), с поверхности которого велась съемка. (2 балла)

2. Поскольку темное тело (спутник) лишь частично закрывает более далекое от наблюдателя тело – Солнце, то запечатленное явление – *транзит*, (1 балл) явление проецирования диска небесного тела меньших угловых размеров на диск более далекого тела с большими угловыми размерами. Заметим, что если угловые размеры более близкого тела не меньше угловых размеров более далекого тела, то более близкое тело может полностью закрыть более далекое от наблюдателя и породить явление *затмения*.

4. Далее необходимо определить какой именно спутник (*Фобос* или *Деймос*) запечатлен на фотографии. Для этого определим линейный масштаб

фотографии. Заметим, что угловой диаметр Солнца на среднем расстоянии Марса от Солнца равен (1 балл)

$$D''_{\odot} = \frac{2\mathfrak{R}_{\oplus}}{a_{♂}} \times 3438' = \frac{2 \cdot 695500 \text{ км}}{1.5237 \cdot 149597870 \text{ км}} \times 3438' = 21.0'. \tag{8}$$

Определим с помощью линейки по фотографии линейные размеры Солнца – $d_{\odot} = 115$ мм, и наибольший× наименьший размеры темного тела – $b_{\max} \times b_{\min} = 63 \times 49$ мм. Составим пропорцию для угловых и линейных размеров данных тел (2 балла):

$$\left\{ \begin{array}{c} D''_{\odot} \to d_{\odot}, \\ D''_{\max} \times D''_{\min} \to b_{\max} \times b_{\min} \end{array} \right\}, \Rightarrow \tag{9}$$

$$D''_{\max} \times D''_{\min} = D''_{\odot} \left(\frac{b_{\max} \times b_{\min}}{d_{\odot}} \right) = 11.5' \times 8.9'. \tag{10}$$

Оценим максимальные угловые размеры Фобоса и Деймоса при наблюдении их из подсолнечной точки. С использованием справочных данных имеем (1+1 балл)

$$D''_{\text{Phobos}} = \frac{2\mathfrak{R}_{\text{Phobos}}}{r_{\text{Phobos}} - \mathfrak{R}_{♂}} \times 3438' = \frac{2 \cdot 10 \text{ км}}{(9380 - 3397.2) \text{ км}} \times 3438' = 11.5', \tag{11}$$

$$D''_{\text{Deimos}} = \frac{2\mathfrak{R}_{\text{Deimos}}}{r_{\text{Deimos}} - \mathfrak{R}_{♂}} \times 3438' = \frac{2 \cdot 6 \text{ км}}{(23460 - 3397.2) \text{ км}} \times 3438' = 2.1'. \tag{12}$$

Из сравнения значений (10), (11)-(12) следует, что на картинке запечатлен именно Фобос. (1 балл)

№6. «Движение "темного" тела»

1. Максимальная продолжительность транзита спутника будет достигаться в случае, если он будет ориентирован своим наибольшим измерением вдоль диаметра Солнца, вдоль которого он совершает транзит, и при этом он будет располагаться в картинной плоскости для наблюдателя, расположенного в подсолнечной точке. (1 балл) Для наблюдателя в подсолнечной точке, очевидно, спутник Марса будет наблюдаться в зените. Поскольку орбиты всех спутников Марса лежат в его экваториальной плоскости, значит наблюдатель должен быть расположен на экваторе. Тогда угловую скорость Фобоса относительно наблюдателя можно записать так (1 балл):

$$\omega_{\text{rel}} = \frac{V_P - V_M}{r_P - \mathfrak{R}_M}, \tag{13}$$

здесь V_P – орбитальная скорость Фобоса, V_M – линейная скорость экваториальных точек поверхности Марса, определенная относительно ее центра; r_P – радиус круговой орбиты Фобоса, $\mathfrak{R}_M$ – радиус Марса; при записи последнего

выражения учтено, что направления суточного вращения Марса совпадает с направлением обращения его спутника по орбите. Данные скорости можно представить в виде (1+1 балл):

$$V_P = \frac{2\pi\, r_P}{T_P} = 2.138 \text{ км/с}, \quad V_M = \frac{2\pi\, \mathfrak{R}_M}{T_M} = 0.241 \text{ км/с}, \tag{14}$$

здесь T_M, T_P – сидерические периоды вращения Марса (продолжительность звездных суток Марса) и обращения Фобоса вокруг материнской планеты соответственно. В итоге, $\omega_{\text{rel}} = 3,171 \cdot 10^{-4}$ рад/с $= 1.090'$/сек. (1 балл)

Тогда искомая максимальная продолжительность транзита есть (1 балл)

$$\tau_{\max} = \frac{D''_{\odot} + D''_{\max}}{\omega_{\text{rel}}} = 29.8 \text{ с}. \tag{15}$$

В численном расчете последней величины были использованы результаты решения задачи №5.

2. Согласно справочным данным, сидерический период обращения Фобоса вокруг Марса составляет $T_P = 7.658$ часа, а период осевого вращения Марса – $T_M = 24.623$ часа. Поскольку направления вращательных движений данных тел совпадают, при этом $T_P < T_M$ (1 балл), значит Фобос будет восходить на западе (при расположении сторон света аналогично земному случаю) (1 балл), а заходить за горизонт на востоке для гипотетического наблюдателя, расположенного на экваторе Марса.

3. Вычислим *синодический период* обращения Фобоса относительно поверхности Марса – минимальный промежуток времени, через который повторяется прохождение Фобоса над данной точкой поверхности планеты (2 балла):

$$\frac{1}{S_P} = \frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_M}, \quad \Rightarrow \quad S_P = \frac{T_P \cdot T_M}{T_M - T_P} = 11.115 \text{ час}. \tag{16}$$

Максимальное количество проходов Фобоса над одной и той же точкой экватора Марса за ее одни звездные сутки можно легко определить по формуле (2 балла):

$$N_{\max} = \left[\frac{T_M}{S_P}\right] + 1 = \left[\frac{T_M - T_P}{T_P}\right] + 1 = \left[\frac{T_M}{T_P}\right] = 3, \tag{17}$$

здесь квадратными скобками обозначена операция взятия целой части от дроби; наличие "+1" в последней формуле отвечает ситуации, когда начало отсчета звездных суток Марса, совпадало с первым прохождением Фобоса над указанной точкой.

№7. «Суперлуние и лунное затмение сентября 2024 года»

1. Вид лунного затмения определяется наибольшей степенью погружения тела Луны в конус геометрической тени/полутени Земли. Из рис. 2 видно, что Луна испытала наибольшее погружение в конус геометрической тени Земли

в момент времени 5 часов 44 минуты по московскому времени, при этом лишь часть ее тела находилась в тени. Значит очевидцы данного феномена наблюдали *частное теневое затмение* (1). (1 балл)

2. С использованием указанных на рис. 2 моментов времени начала и окончания соответствующих фаз, определим продолжительности (в минутах) фазы частного теневого затмения ($U_1 \to U_4$) и всего затмения ($P_1 \to P_4$) (1+1 балл):

$$\Delta t_U = t(U_4) - t(U_1) = 6 \text{ час } 15 \text{ мин} - 5 \text{ час } 13 \text{ мин} = 62 \text{ мин},$$
$$\Delta t_P = t(P_4) - t(P_1) = 7 \text{ час } 47 \text{ мин} - 3 \text{ час } 41 \text{ мин} = 246 \text{ мин}.$$

3. С использованием диаграммы видимого годичного движения Солнца по эклиптике (см. рис. А.1, приложение А.9) легко убедиться в том, что Солнце в эти сутки располагалось в созвездии Девы, а тень Земли – в диаметрально противоположной части небосвода – в *созвездии Рыбы* (2 балла). По той же диаграмме можно легко установить, что прямое восхождение Солнца на момент наибольшей фазы затмения имело прямое восхождение $\alpha_\odot \approx 11^{\text{ч}}44^{\text{м}}$. В тот же момент центр геометрической тени Земли совпадал с противосолнечной точкой небосвода (диаметрально противоположной точкой небосвода по отношению к Солнцу) и имело прямое восхождение $\alpha_{Sh} \approx 23^{\text{ч}}44^{\text{м}}$. (2 балла)

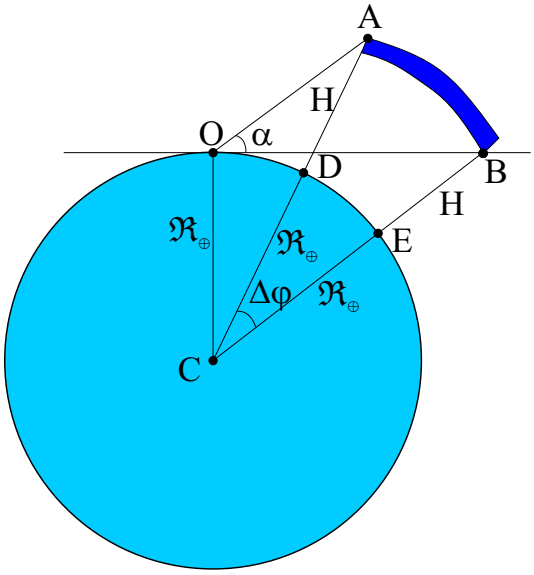


Рис. 6. К определению расстояний и широт точек поверхности Земли.

4. Как известно, ***перигеем*** орбиты небесного тела (движущегося вокруг Земли) называется ближайшая к Земле точка его эллиптической орбиты. Согласно справочным данным, в момент затмения расстояние от центра Земли до центра Луны было $r_{\min} = 356410$ км. (1 балл) Угловой диаметр Луны, при ее наблюдении с подлунной точки в момент затмения был (2 балла)

$$\mathcal{D}''_{☾} = \frac{2\,\mathfrak{R}_{☾}}{r^{(☾)}_{\min} - \mathfrak{R}_\oplus} \times 3438' = 34.1'.$$

Измерим с помощью линейки диаметр видимого диска Луны $d_{☾} = 36$ мм, и тени $d_{\text{sh}} = 97$ мм и полутени $d_{\text{s-sh}} = 170$ мм Земли. Затем, составив пропорции, получаем в итоге (2+2 балла):

$$\mathcal{D}''_{\text{sh}} = \mathcal{D}''_{☾}\left(\frac{d_{\text{sh}}}{d_{☾}}\right) = 91.9', \quad \mathcal{D}''_{\text{sh}} = \mathcal{D}''_{☾}\left(\frac{d_{\text{s-sh}}}{d_{☾}}\right) = 161.0'.$$

№8. «Первое серебро над Самарской областью в 2024 году»

1. Рассмотрим рис. 6, соответствующий условию задачи. Здесь в точке O находится наблюдатель, точка A – ближайшая точка массива серебристых облаков, точка B – наиболее удаленная точка того же массива. (1 балл) Необходимо определить расстояние OA и AB. Для этого рассмотрим треугольник $\triangle OAC$. Воспользуемся для него теоремой синусов, с учетом, что прямая OB совпадает с плоскостью математического горизонта наблюдателя (2 балла):

$$\frac{\sin\angle AOC}{AC}=\frac{\sin\angle OAC}{OC}=\frac{\sin\angle OCA}{OA},\ \Rightarrow\ \frac{\sin(90^\circ+\alpha)}{\mathfrak{R}_\oplus+H}=\frac{\sin\angle OAC}{\mathfrak{R}_\oplus},\ \Rightarrow$$

$$\angle OAC=\arcsin\left[\cos\alpha\frac{\mathfrak{R}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus+H}\right]=79.6^\circ. \tag{18}$$

Учитывая, что в плоском треугольнике сумма углов равна 180°, в результате получаем значения $\angle OCA$ (1 балл):

$$\angle OCA=180^\circ-\angle OAC-(90^\circ+\alpha)=5.4^\circ.$$

Вновь используя теорему синусов, получаем искомое расстояние OA (2 балла):

$$OA=(\mathfrak{R}_\oplus+H)\frac{\sin\angle OCA}{\sin(90^\circ+\alpha)}=610\text{ км}. \tag{19}$$

Треугольник $\triangle OBC$, очевидно, является прямоугольным, для которого можно воспользоваться теоремой Пифагора (2 балла):

$$OB=\sqrt{CB^2-OC^2}=\sqrt{(\mathfrak{R}_\oplus+H)^2-\mathfrak{R}_\oplus^2}=\sqrt{2\mathfrak{R}_\oplus H+H^2}=1025\text{ км}. \tag{20}$$

2. Далее определим значения широты ближайшей точки (точка D) и наиболее удаленной точки (точка E) поверхности Земли, где облака находились в зените. Поскольку массив облаков располагался по отношению к наблюдателю строго на север, то (1+1 балл)

$$\varphi_D=\varphi_S+\angle OCA=+58.6^\circ, \tag{21}$$

$$\varphi_E=\varphi_S+\angle OCB=\varphi_S+\arccos\left[\frac{\mathfrak{R}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus+H}\right]=+62.3^\circ. \tag{22}$$

3. Линейную протяженность массива облаков (представляя его дугой окружности, центр которой, совпадает с центром Земли) можно определить по формуле (2 балла):

$$L=(\mathfrak{R}_\oplus+H)\cdot\Delta\varphi=(\mathfrak{R}_\oplus+H)\frac{(\varphi_E-\varphi_D)}{180^\circ}\pi=417\text{ км}. \tag{23}$$

г) Расстояния (по поверхности Земли) от самарского наблюдателя до пограничных точек (отсчитываемые вдоль меридиана наблюдателя) есть (1+1

балл)

$$\ell_{OD} = \mathfrak{R}_{\oplus} \cdot (\varphi_D - \varphi_S) = \mathfrak{R}_{\oplus} \frac{\angle OCA}{180^\circ} \pi = 600 \text{ км}, \tag{24}$$

$$\ell_{OD} = \mathfrak{R}_{\oplus} \cdot (\varphi_E - \varphi_S) = \mathfrak{R}_{\oplus} \frac{\angle OCB}{180^\circ} \pi = 1012 \text{ км}. \tag{25}$$

№9. «Окольцованная Луна»

1. С использованием линейки по фотографии определим диаметр Луны ($d_☾ = 65$ мм, здесь и далее Ваши значения измеренных величин по фотографии могут отличаться от указанных автором), диаметры внутренней ($d_{\min} = 98$ мм) и внешней ($d_{\min} = 178$ мм) границ колец по фотографии. Далее составим пропорции вида (1 балл):

$$\left\{ \begin{array}{l} d_☾ \to 2 \times \mathfrak{R}_☾, \\ d_{\min} \to 2 \times \mathfrak{R}_{\min}, \end{array} \right\}, \Rightarrow \mathfrak{R}_{\min} = \mathfrak{R}_☾ \left(\frac{d_{\min}}{d_☾} \right) = 2620 \text{ км}, \tag{26}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_☾ \to 2 \times \mathfrak{R}_☾, \\ d_{\max} \to 2 \times \mathfrak{R}_{\max}, \end{array} \right\}, \Rightarrow \mathfrak{R}_{\max} = \mathfrak{R}_☾ \left(\frac{d_{\max}}{d_☾} \right) = 4760 \text{ км}, \tag{27}$$

здесь $\mathfrak{R}_{\min}, \mathfrak{R}_{\max}$ – радиусы внутренней и внешней границ колец Луны, $\mathfrak{R}_☾ = 1738$ км – ее радиус.

Вычисляя радиус сферы Хилла по формуле (1), с использованием справочных данных, в результате получаем $\mathfrak{R}_H = 61274$ км. (1 балл) Поскольку $\mathfrak{R}_{\min}, \mathfrak{R}_{\max} < \mathfrak{R}_H$, значит в действительности у Луны могут быть такие кольца. (1 балл)

2. Согласно (26)-(27), радиусы орбит частиц таких колец заключены в интервале (1 балл):

$$\mathfrak{R}_{\min} \leq \mathfrak{R}_{\text{rings}} \leq \mathfrak{R}_{\max}, \text{ или } 2620 \text{ км} \leq \mathfrak{R}_{\text{rings}} \leq 4760 \text{ км}. \tag{28}$$

Для определения интервала допустимых значений (ИДЗ) для сидерического периода обращения вокруг Луны, рассмотрим движение пылевой частицы кольца по круговой орбите и запишем второй закон Ньютона для нее:

$$\mathfrak{M}_p \cdot \vec{a}_p = \vec{F}_{\text{at}}.$$

Здесь $\vec{a}_p$ — вектор ускорения пылевой частицы, $\vec{F}_{\text{at}}$ — вектор силы притяжения, приложенной к пылевой частице со стороны Луны. В проекциях на координатную ось OX (см. рис. 7) (1 балл):

$$\mathfrak{M}_p \cdot a_p = F_{\text{at}}. \tag{29}$$

С учетом того, что a_p является центростремительным ускорением, определяемым выражением вида:

$$a_p = \frac{v^2}{R},$$

а сила притяжения определяется законом всемирного тяготения:

$$F_{\text{at}} = \frac{G \cdot \mathfrak{M}_{☾} \cdot \mathfrak{M}_p}{R^2},$$

где G – универсальная гравитационная постоянная, уравнение (29) можно переписать в виде:

$$\mathfrak{M}_p \frac{v^2}{R} = \frac{G \cdot \mathfrak{M}_{☾} \cdot \mathfrak{M}_p}{R^2}. \tag{30}$$

Поскольку частица движется равномерно, то

$$v = \frac{2\pi R}{T},$$

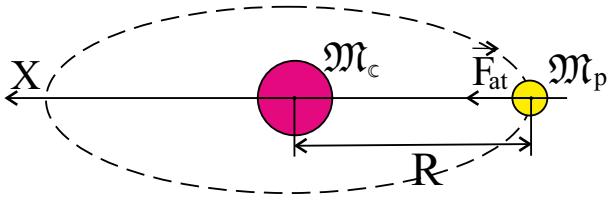


Рис. 7. К определению сидерического периода обращения частицы кольца.

где T — искомый период обращения частицы. Следовательно, соотношения (30) можно представить в виде (1 балл):

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{G \cdot \mathfrak{M}_{☾}}{R} \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot \mathfrak{M}_{☾}}} = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{G \cdot \mathfrak{M}_{☾}}}. \tag{31}$$

С использованием последнего результата и интервала (26), получаем следующий ИДЗ для сидерического периода (1 балл):

$$3.34 \text{ час} \leq T \leq 8.19 \text{ час}. \tag{32}$$

3. Линейная орбитальная скорость и центростремительное ускорение частицы кольца определяются, согласно (30), выражениями вида (1+1 балл):

$$V = \sqrt{\frac{G \cdot \mathfrak{M}_{☾}}{R}}, \quad a_p = \frac{G \cdot \mathfrak{M}_{☾}}{R^2}. \tag{33}$$

Выполняя численные расчеты, получаем следующие ИДЗ для искомых величин (1+1 балл):

$$1.37 \text{ км/с} \leq V \leq 1.01 \text{ км/с}, \quad 0.714 \text{ м/с}^2 \leq a_p \leq 0.216 \text{ м/с}^2. \tag{34}$$

4. Рассмотрим случай центрального солнечного затмения в подсолнечной точке поверхности Земли. Начало затмения соответствует моменту времени, в который самая восточная точка колец Луны коснется самой западной точки диска Солнца. Окончание затмения соответствует моменту, когда самая западная точка колец Луны коснется самой восточной точки диска Солнца. При этом за время затмения центр диска Луны сместиться относительно Солнца на угол, равный $2(\rho''_{\odot} + \rho''_{☾})$, здесь $\rho''_{\odot}, \rho''_{☾}$ – угловые радиусы Солнца и Луны с кольцами. Последние определяются так (1+1 балл):

$$\rho''_{\odot} = \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_{\oplus}} \times 3438' = 16.0', \quad \rho''_{☾} = \frac{\mathfrak{R}_{\max}}{a_{☾} - \mathfrak{R}_{\oplus}} \times 3438' = 43.3'. \tag{35}$$

Продолжительность затмения можно определить как (1 балл):

$$\tau_{\text{ecl}} = \frac{2(\rho''_{\odot} + \rho''_{☾})}{2\pi/S_{☾}} = \frac{S_{☾}}{\pi}(\rho''_{\odot} + \rho''_{☾}) = 3.89 \text{ часа}, \tag{36}$$

здесь $S_{☾}$ – синодический (месяц) период обращения Луны.

№10. «Марсианские "четки"»

1. Для определения направления обхода по рис. 4, соответствующее хронологической последовательности получения этих кадров, достаточно вспомнить, что после соединения верхняя планета "попадает" в западную квадратуру, где для земного наблюдателя северного географического полушария у видимого диска планеты освещена левая сторона, а правая является ущербной. При этом фаза планеты будет минимальной. Описанный образ в наибольшей степени соответствует образу Марса под №(33 ± 1). С учетом, что изображение под №1 соответствует образу Марса в соединении (здесь расстояние от земного наблюдателя до планеты наибольшее, а ее угловой радиус будет наименьший!), значит искомое направление обхода – *против часовой стрелки.* (1 балл)

2. Образы Марса, соответствующие его соединению и западной квадратуре уже указаны в пункте 1. Очевидно, в восточной элонгации, должен быть освещен правый край видимого диска планеты, а левый должен быть ущербным (здесь также достигается минимальное значение фазы планеты). Описанному изображению Марса в наибольшей степени соответствует образ №(13 ± 1). В противостоянии планета подходит к Земле на минимальное геоцентрическое расстояние, а угловой диаметр его видимого диска Марса соответственно принимает максимальное значение. Описанной ситуации отвечает образ Марса с №(21 ± 1). Итоговое распределение номеров образов Красной планеты по ее основным конфигурациям представляется так: (1 балл за каждый правильно названный номер)

Соединение	Западная квадратура	Восточная квадратура	Противостояние
1	33 ± 1	13 ± 1	21 ± 1

3. Очевидно, полученная серия образов была сделана в течение одного синодического периода Марса $S_{♂}$ (1 балл). На рис. 4 представлена серия из 39 образов, между которыми имеется 39 временных интервалов. Среднее значение промежутка времени между моментами получения двух соседних кадров по сути равно среднему арифметическому $N = 39$ временных интервалов (1+1 балл):

$$\bar{\tau} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \Delta\tau_i = \frac{S_{♂}}{N} = 20 \text{ сут.} \tag{37}$$

4. Заметим, что угловой диаметр Марса в конфигурациях соединения и противостояния соответственно можно записать так

$$\mathcal{D}''_{\min} = k\frac{2\mathfrak{R}_{♂}}{a_{♂} + a_{\oplus}}, \quad \mathcal{D}''_{\max} = k\frac{2\mathfrak{R}_{♂}}{a_{♂} - a_{\oplus}}, \tag{38}$$

здесь k – коэффициент перевода в нужную единицу измерения угла; $\mathfrak{R}_{♂}, a_{♂}$ – радиус Марса и радиус его орбиты соответственно; $a_{\oplus} = 1$ а. е. – радиус орбиты Земли. Найдем отношение данных величин (1 балл):

$$\eta = \frac{\mathcal{D}''_{\max}}{\mathcal{D}''_{\min}} = \frac{a_{♂} + a_{\oplus}}{a_{♂} - a_{\oplus}}. \tag{39}$$

С другой стороны, отношение угловых размеров видимого диска Марса можно свести к отношению его линейных размеров на фотографии в этих конфигурациях:

$$\eta = \frac{\mathcal{D}''_{\max}}{\mathcal{D}''_{\min}} = \frac{d_{\max}}{d_{\min}} = 4.57, \tag{40}$$

здесь $d_{\max} = 32$ мм, $d_{\min} = 7$ мм – это диаметры видимого диска Марса образа №21 (в противостоянии) и образа №1 (в соединении). Из (39) и последнего уравнения следует, что (1 балл)

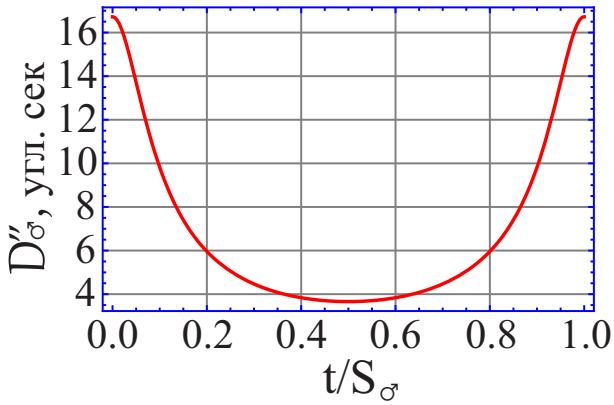


Рис. 8. К определению зависимости углового диаметра Марса, видимого с Земли, от времени наблюдений, прошедшего от момента его противостояния, выраженного в долях его синодического периода.

$$a_{♂} = a_{\oplus}\left(\frac{1+\eta}{\eta - 1}\right) = 1.56 \text{ а. е.}$$

С использованием 3-го классического закона Кеплера, определим период обращения Марса вокруг Солнца: (1 балл)

$$\left(\frac{T_{♂}}{T_{\oplus}}\right)^2 = \left(\frac{a_{♂}}{a_{\oplus}}\right)^3, \quad \Rightarrow \quad T_{♂} = T_{\oplus}\left(\frac{a_{♂}}{a_{\oplus}}\right)^{3/2} = 1.95 \text{ лет.}$$

5. Угловой диаметр Марса в произвольном положении, можно представить в виде (1 балл):

$$\mathcal{D}''_{♂} = k\frac{2\mathfrak{R}_{♂}}{\Delta_{♂}}, \tag{41}$$

здесь $\Delta_{♂}$ – геоцентрическое расстояние Марса. С использованием теоремы косинусов определим последнюю величину (1 балл):

$$\Delta_{♂} = \sqrt{a_{\oplus}^2 + a_{♂}^2 - 2a_{\oplus}\,a_{♂}\cos\psi},$$

здесь ψ – угол между направлениями на Землю и на Марс с позиции гипотетического наблюдателя, расположенного в центре Солнца. Данный угол можно представить в виде:

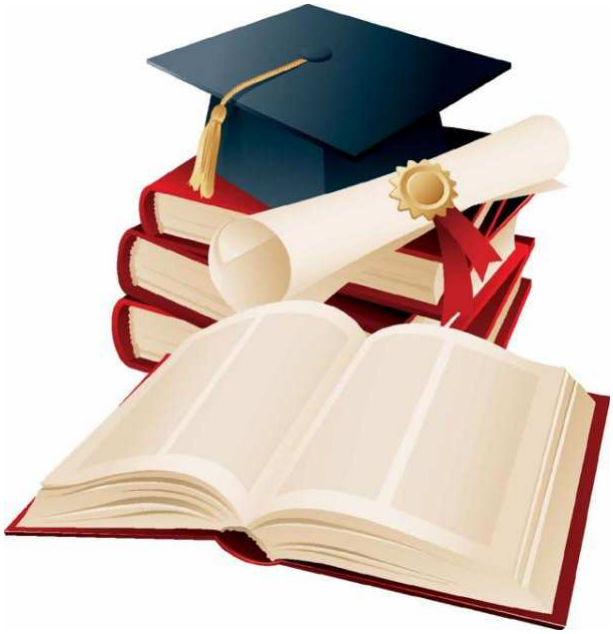
$$\psi = \omega_S\, t = \frac{2\pi}{S_{♂}} t,$$

здесь ω_S – угловая скорость относительного движения Марса, $S_{♂}$ – синодический период Марса. В итоге искомое угловое расстояние можно представить в виде (1 балл):

$$\mathcal{D}''_{♂} = k \frac{2\mathfrak{R}_{♂}}{\sqrt{a_{\oplus}^2 + a_{♂}^2 - 2a_{\oplus}\, a_{♂} \cos \frac{2\pi\, t}{S_{♂}}}}, \tag{42}$$

здесь и далее будем полагать $k = 20265''$/рад. График искомой зависимости представлен на рис. 8. (1 балл)

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- *Гравитационная постоянная* – $G = 6.674 \cdot 10^{-11}$ м^3· кг$^{-1} \cdot c^{-2}$
- *Скорость света в вакууме* – $c = 2.998 \cdot 10^8$ м/с
- *Универсальная газовая постоянная* – $R = 8.31$ кг·м^2· с$^{-2}$·К$^{-1}$· моль$^{-1}$
- *Постоянная Стефана-Больцмана* – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ кг·с$^{-3}$·К$^{-4}$
- *Постоянная Авогадро* – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
- *Масса протона* – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
- *Масса электрона* – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
- *Астрономическая единица* – 1 а.е. $= 1.496 \cdot 10^{11}$ м
- *Парсек* – 1 пк = 206265 а.е. $= 3.086 \cdot 10^{16}$ м
- *Постоянная Хаббла* – $H = 72$ км·с$^{-1}$·Мпк$^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- *Радиус* – $6.955 \cdot 10^5$ км
- *Масса* – $1.989 \cdot 10^{30}$ кг
- *Светимость* – $3.827 \cdot 10^{26}$ Вт
- *Спектральный класс* – G2
- *Видимая звездная величина* – -26.74^m
- *Абсолютная болометрическая звездная величина* – $+4.83^m$
- *Показатель цвета (B-V)* – $+0.67^m$
- *Эффективная температура* – 5778 К
- *Средний горизонтальный параллакс* – $8.794''$
- *Солнечная постоянная (во всем спектре) на расстоянии Земли* – 1361 Вт/м^2
- *Солнечная постоянная (в видимом свете) на расстоянии Земли* – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- *Эксцентриситет орбиты* – 0.017
- *Тропический год* – 365.24219 сут
- *Средняя орбитальная скорость* – 29.8 км/с
- *Период вращения* – 23 часа 56 минут 04 секунды
- *Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0* – $23^\circ\, 26'\, 21.45''$

- *Средний по объему радиус* – 6371.0 км
- *Средний экваториальный радиус* – 6378.14 км
- *Длина земного меридиана* – 20004.276 км
- *Полярный радиус* – 6356.77 км
- *Масса* – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- *Средняя плотность* – 5.52 г·см$^{-3}$
- *Объемный состав атмосферы* – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim$ 1%)

А.4. Данные о Луне

- *Среднее расстояние от Земли* – 384400 км
- *Минимальное расстояние от Земли* – 356410 км
- *Максимальное расстояние от Земли* – 406700 км
- *Эксцентриситет орбиты* – 0.055
- *Наклон плоскости орбиты к эклиптике* – $5°09'$
- *Сидерический (звездный) период обращения* – 27.321662 сут
- *Синодический период обращения* – 29.530589 сут
- *Радиус* – 1738 км
- *Масса* – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- *Средняя плотность* – 3.34 г·см$^{-3}$
- *Визуальное геометрическое альбедо* – 0.12
- *Видимая звездная величина в полнолуние* -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin\alpha \pm x\,\cos\alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos\alpha \mp x\,\sin\alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg}\alpha \pm \frac{x}{\cos^2\alpha};$$

$$(1+x)^n \approx 1 + n\,x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.		градусы		сут
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли	г·см$^{-3}$		градусы		
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут†	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час†	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;
† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см$^{-3}$	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	−12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685†	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

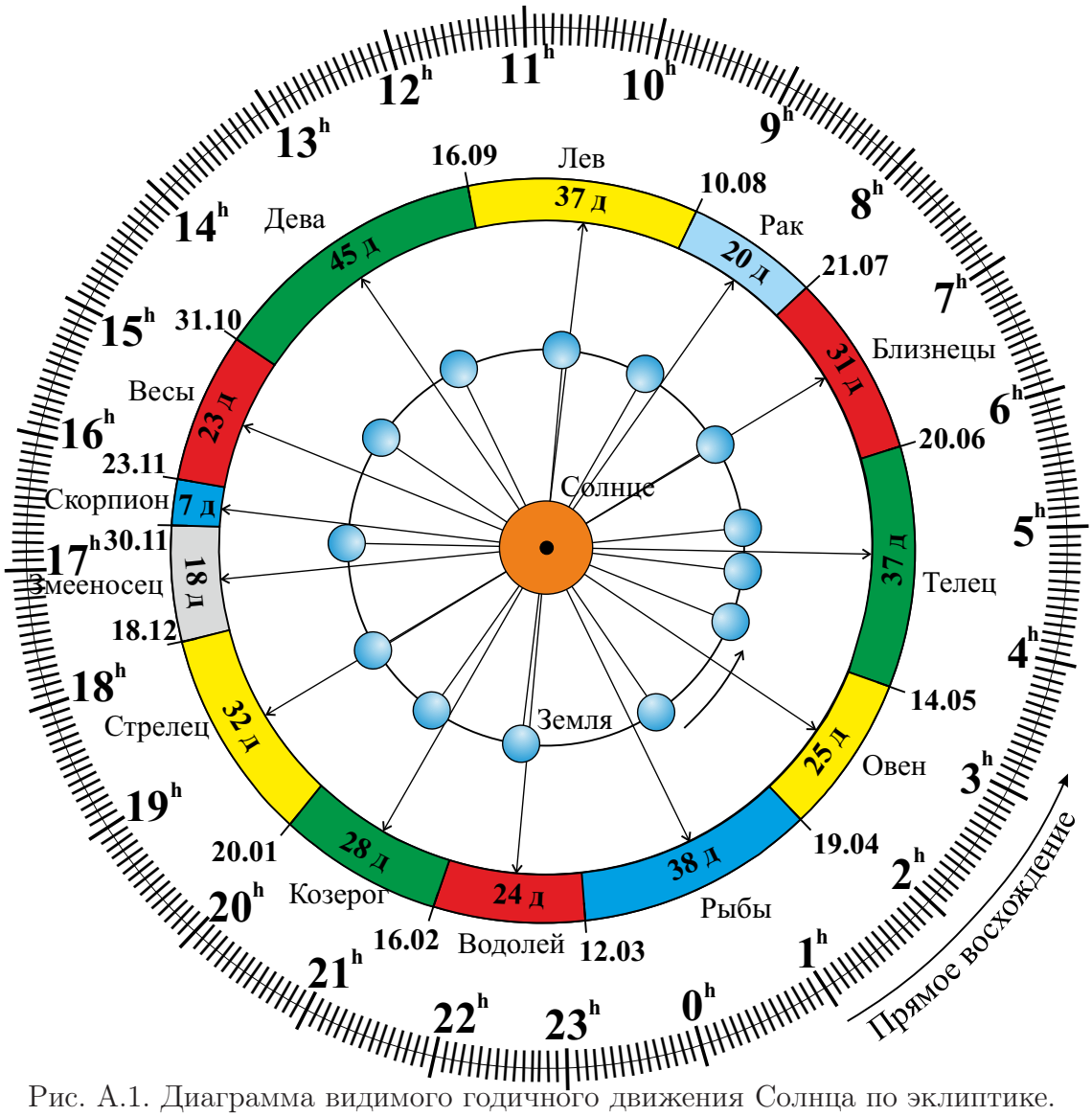


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

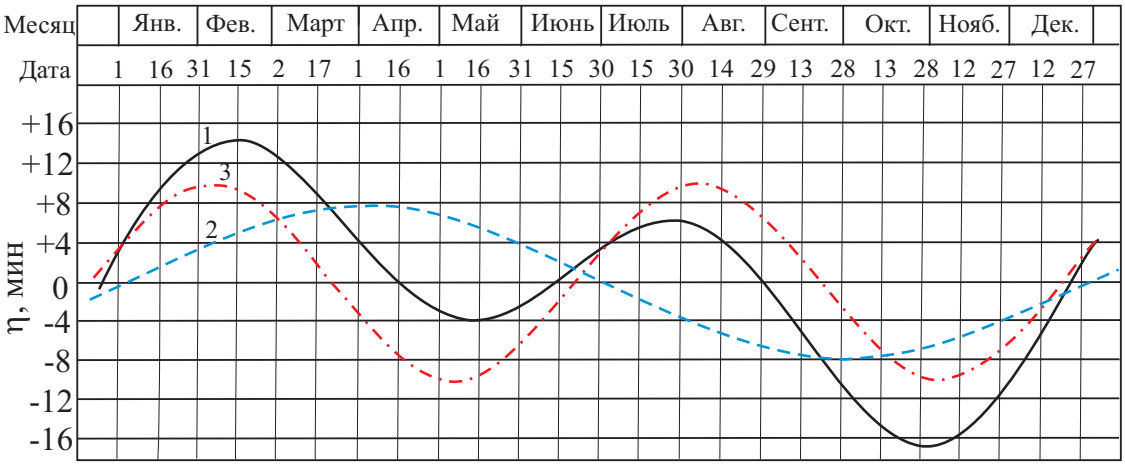


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 – уравнение времени, 2 – уравнение центра, 3 – уравнение от наклона эклиптики.

А.10. Яркие звезды ночного небосвода

Топ-25 ярчайших звезд ночного небосвода

№	Название	α	δ	r, св.л.	m, ^{m}	M, ^{m}	Сп. кл.	Полушарие и № в нем
1	Сириус (α Большого Пса)	$06^h45^m9^s$	$-16°42'58''$	8.6	−1.46	1.4	A1Vm	Южное (01)
2	Канопус (α Киля)	$06^h23^m57^s$	$-52°41'45''$	310	−0.72	−5.53	A9II	Южное (02)
3	Ригил(A)/Толиман(B) (α Центавра AB)	$14^h39^m35^s$	$-60°50'15''$	4.3	−0.27	4.06	G2V + K1V	Южное (03)
4	Арктур (α Волопаса)	$14^h15^m40^s$	$19°10'57''$	36.7	−0.05	−0.3	K1.5IIIp	Северное (01)
5	Вега (α Лиры)	$18^h36^m56^s$	$38°47'01''$	25	0.03^v	0.6	A0Va	Северное (02)
6	Капелла (α Возничего)	$05^h16^m41^s$	$45°59'53''$	42.2	0,08	−0.5	G6III + G2III	Северное (03)
7	Ригель (β Ориона)	$05^h14^m32^s$	$-08°12'06''$	870	0.12^v	−7.84	B8Iae	Южное (04)
8	Процион (α Малого Пса)	$07^h39^m18^s$	$+05°13'30''$	11.4	0.38	2.6	F5IV-V	Северное (04)
9	Ахернар (α Эридана)	$01^h37^m43^s$	$-57°14'12''$	139	0.46	−1.3	B3Vnp	Южное (05)
10	Бетельгейзе (α Ориона)	$05^h55^m10^s$	$07°24'25''$	530	0.50^v	−5.14	M2Iab	Северное (05)
11	Хадар (β Центавра)	$14^h03^m49^s$	$-60°22'23''$	400	0.61^v	−5.4	B1III	Южное (06)
12	Альтаир (α Орла)	$19^h50^m47^s$	$08°52'06''$	16.8	0.77	2.3	A7Vn	Северное (06)
13	Акрукс (α Южного Креста)	$12^h26^m36^s$	$-63°05'57''$	321	0.77	−4.1	B0.5IV + B1Vn	Южное (07)
14	Альдебаран (α Тельца)	$04^h35^m55^s$	$16°30'33''$	65	0.85^v	−0.3	K5III	Северное (07)
15	Антарес (α Скорпиона)	$16^h29^m24^s$	$-26°25'55''$	610	0.96^v	−5.2	M1.5Iab	Южное (08)
16	Спика (α Девы)	$13^h25^m12^s$	$-11°09'41''$	250	0.98^v	−3.2	B1V	Южное (09)
17	Поллукс (β Близнецов)	$7^h45^m19^s$	$28°01'34''$	33.7	1.14	0.7	K0IIIb	Северное (08)
18	Фомальгаут (α Южной Рыбы)	$22^h57^m39^s$	$-29°37'20''$	25	1.16	2.0	A3Va	Южное (10)
19	Мимоза (β Южного Креста)	$12^h47^m43^s$	$-59°41'19''$	353	1.25^v	−4.0	B0.5III	Южное (11)

Топ-25 ярчайших звезд ночного небосвода (продолжение)

20	Денеб (α Лебедя)	$20^h41^m26^s$	$45°16'49''$	1550	1.25	−8.38	A2Ia	Северное (09)
21	Регул (α Льва)	$10^h08^m22^s$	$11°58'02''$	77	1.35	−0.5	B7Vn	Северное (10)
22	Адара (ε Большого Пса)	$06^h58^m38^s$	$-28°58'19''$	400	1.50	−4.8	B2II	Южное (12)
23	Кастор (α Близнецов)	$07^h34^m36^s$	$31°53'18''$	51.5	1.57	0.5	A1V + A2V	Северное (11)
24	Гакрукс (γ Южного Креста)	$12^h31^m10^s$	$-57°06'48''$	88	1.63^v	−1.2	M3.5III	Южное (13)
25	Шаула (λ Скорпиона)	$17^h33^m37^s$	$-37°06'13''$	365	1.63^v	−3.5	B1.5IV	Южное (14)

А.11. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела, болометрические поправки

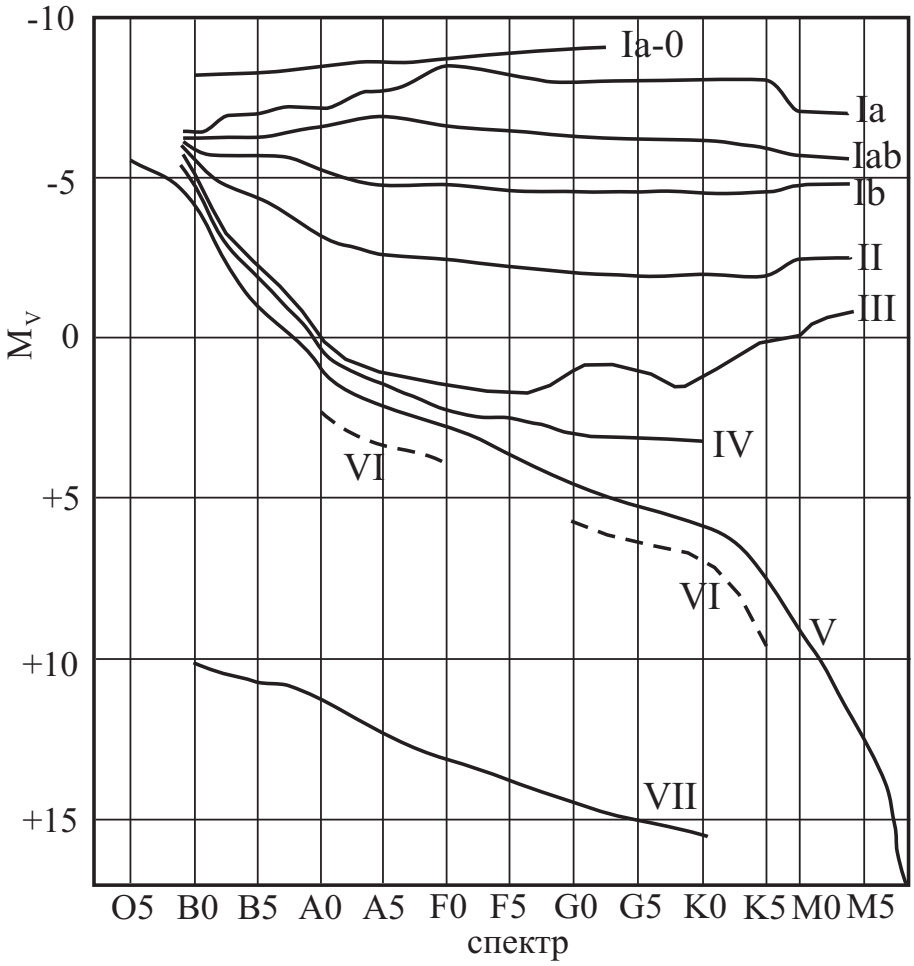


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

Болометрические поправки ΔM_b

Спектр	ΔM_b	Спектр	ΔM_b		
			Гл. последовательность	Гиганты	Сверхгиганты
B0	– 2.70	F5	– 0.04	– 0.08	– 0.12
B5	– 1.58	F8	– 0.05	– 0.17	– 0.28
A0	– 0.72	G0	– 0.06	– 0.25	– 0.42
A5	– 0.31	G2	– 0.07	– 0.31	– 0.52
F0	– 0.09	G5	– 0.10	– 0.39	– 0.65
F2	– 0.04	G8	– 0.10	– 0.47	– 0.80
		K0	– 0.11	– 0.54	– 0.93
		K2	– 0.15	– 0.72	– 1.20
		K3	– 0.31	– 0.89	– 1.35
		K4	– 0.55	– 1.11	– 1.56
		K5	– 0.85	– 1.35	– 1.86
		M0	– 1.43	– 1.55	– 2.2
		M1	– 1.70	– 1.72	– 2.6
		M2	– 2.03	– 1.95	– 3.0
		M3	– 2.35	– 2.26	– 3.6
		M4	– 2.7	– 2.72	– 3.8
		M5	– 3.1	– 3.4	– 4.0

A.12. Статистика распределения звезд по звездным величинам

m	Кол-во звезд	m	Кол-во звезд	m	Кол-во звезд, $\times 10^6$	m	Кол-во звезд, $\times 10^6$
0^m	4	5^m	1602	10^m	0.340	15^m	36.9
1^m	15	6^m	4800	11^m	0.927	16^m	83.7
2^m	48	7^m	14000	12^m	2.46	17^m	182
3^m	171	8^m	42000	13^m	6.29	18^m	374
4^m	513	9^m	121000	14^m	15.5	19^m	733

Примечание: здесь указано количество звезд на всем небосводе, имеющих блеск ярче указанной звездной величины, согласно Star Numbers, 2001.

А.13. Таблица Менделеева

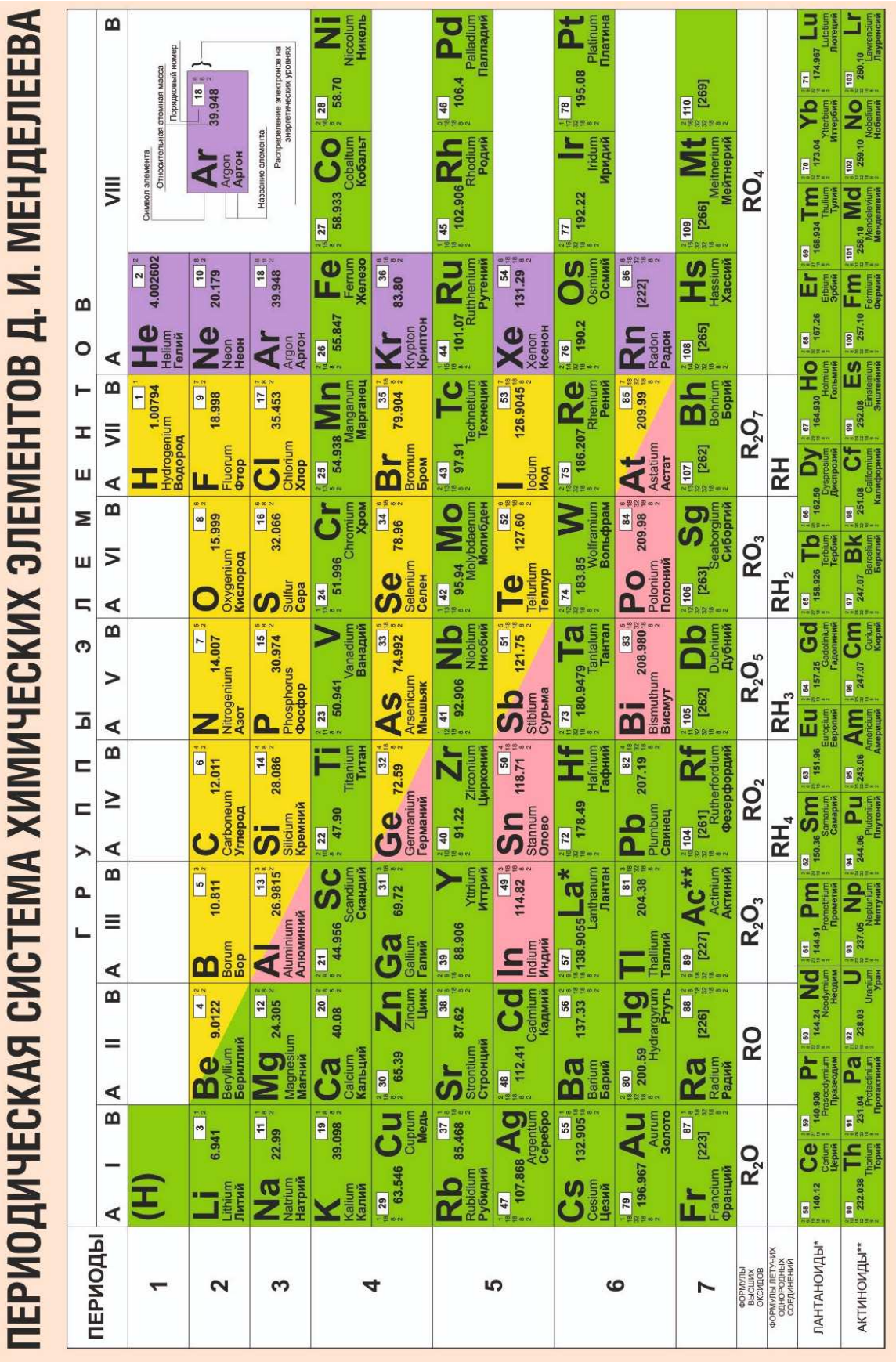


Рис. А.4. Таблица Менделеева.