



Разбор заданий финального (заключительного) тура для 6 класса по Математике

Задание 1 (3 балла)

Найдите значение дроби

$$\frac{С \cdot А \cdot М \cdot А \cdot Р \cdot А}{Т \cdot О \cdot Л \cdot Ь \cdot Я \cdot Т \cdot Т \cdot И}$$

где каждая буква означает цифру.

Решение.

Так как в записи дроби присутствует 10 различных букв, то это означает, что в дробь входят все 10 цифр. На ноль делить нельзя, значит, он входит в качестве множителя в числителе. Числитель равен нулю, а знаменатель нулю не равен, значит, дробь равна нулю.

Ответ: 0.

Критерии оценивания

1 балл, если дан верный ответ без пояснения

3 балла - дан верный ответ с полным обоснованием

Максимально за задание 3 балла

Задание 2 (6 баллов)

Назовем число хорошим, если оно равно произведению всех своих делителей (кроме самого числа).

- а) Сколько существует хороших чисел, не превышающих 50?
- б) Какое наибольшее количество хороших чисел могут идти подряд?

Решение

Ответ: а) 15; б) 3

а) Заметим, что хорошие числа имеют вид: pq или q^3 , где p, q – простые числа. После этого находим числа 6, 8, 10, 14, 15, 21, 22, 26, 27, 33, 34, 35, 38, 39, 46. Их 15 штук.

б) Пример трех чисел есть: 33, 34, 35. Если есть 4 числа подряд, то одно из них делится на 4. Единственное подходящее такое число – 8. Но рядом с числом 8 – нехорошие. Значит, оно не может быть хорошим. В частности, для нашего примера числа 32 и 36 делятся на 4 и не являются хорошими. Получаем максимум 3 хороших числа.

Критерии оценивания

3 балла, если дан верный ответ на вопрос. Максимально за задание 6 баллов

Задание 3 (10 баллов)

Сколько существует четырехзначных чисел, не превышающих 2023, сумма цифр которых равна 7?

Решение

Ответ: 29 чисел.

- 1) Две ненулевые цифры. $7=1+6$ (или $2+5$, $3+4$ быть не может). Все 3 числа на первую цифру 1 подходят: 1600, 1060, 1006. Еще 1 число на первую цифру 2: 2005. Всего $3+1+4$ числа.
- 2) Три ненулевые цифры, причем две из них одинаковые. $7=1+1+5$ (или $2+2+3$ или $3+3+1$). С первой цифрой 1 – 4 числа: 1105, 1150, 1051, 1015. Еще 1033, 1330, 1303. С первой цифрой 2 только одно число – 2023. Всего $4+3+1=8$ чисел.
- 3) Три ненулевые различные цифры. $7=4+2+1$. Первой цифрой не может быть 4. С первой цифрой 2 подходит только 2014. С первой цифрой 1 подходят все $3!=6$ чисел. Всего $1+6=7$ чисел.
- 4) Четыре ненулевые цифры, причем среди них есть одинаковые

- $7=4+1+1+1$. 4 первой цифра не может быть. Если 1 первая цифра, то 3 варианта: 1114, 1141, 1411.
 - С первой цифрой 2 ничего не подходит, так как $2122 > 2023$. С первой цифрой 1 одно число 1222. Всего 4 числа.
- 5) Четыре ненулевые цифры, причем есть две одинаковые. $7=3+2+1+1$.
Первой цифрой может быть только 1-3!=6 чисел.

Суммируя, получаем: $4+8+7+4+6=29$ чисел

Критерии оценивания: За верный вариант логики решения – 2 балла.

Максимально за задание 10 баллов.

ИТОГО 19 БАЛЛОВ