

САМАРСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ДЛЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ
ОТКРЫТОЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ
ПО АСТРОНОМИИ им. Ф.А. БРЕДИХИНА
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ.
СЕЗОН: 2023-2024, ТУР № 1



Самара, 2023 г.

Дорогие Друзья!

Вашему вниманию в данном релизе представлены 10 оригинальных задач двух уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В). Задачи составлены в соответствии с *Перечнем вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 7-9 классов к решению задач ее различных этапов.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: «Условия и решения конкурсных задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2024 среди обучающихся 7-9 классов. Тур № 1». – <https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

Составитель: – *Филиппов Юрий Петрович*, научный руководитель школы, методист СРЦОД, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева.

Верстка в системе *ВТ_EX* – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

Памятка участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2024

1. Официальный сайт Астрошколы:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

2. Официальная группа в VK:

vk.com/bredikhinolimp

3. Сроки подачи решений задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2024 тура № 1 на проверку:

15.10.2023-30.11.2023!!!

4. Электронный ящик ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2024:

samrasolimp@mail.ru

5. Руководство зарегистрированного участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2024:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/maindocs>

ИЛИ

<https://vk.com/bredikhinolimp>

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2024, **внимательно** ознакомьтесь с «Руководством зарегистрированного участника ОМОА им Ф.А. Бредихина-2024»! Электронный адрес последнего указан в **Памятке участника.**

Уровень «Новичок» (уровень А)

№1. «Созвездия и их достопримечательности»

Ответьте на ниже представленные вопросы, выбрав верный из представленных вариантов ответа. В каком созвездии располагается

1. Астеризм "Большой Ковш"? (1 балл)

а) Малая Медведица	б) Большая Медведица	в) Цефей
г) Кассиопея	д) Дракон	е) Рысь

2. Самое яркое шаровое скопление северной полушферы небосвода (M13)? (1 балл)

а) Дельфин	б) Лисичка	в) Стрела
г) Щит	д) Кассиопея	е) Геркулес

3. Северный полюс эклиптики? (1 балл)

а) Змееносец	б) Геркулес	в) Волопас
г) Дева	д) Дракон	е) Змея

4. Самая яркая галактика северной полушферы небосвода, M31? (1 балл)

а) Пегас	б) Треугольник	в) Андромеда
г) Малый конь	д) Персей	е) Кит

5. Центр галактики Млечный Путь? (1 балл)

а) Скорпион	б) Стрелец	в) Ворон
г) Козерог	д) Южная рыба	е) Скульптор

6. Рассеянное звездное скопление, представленное на рис. 1.а)? (1 балл)

а) Телец	б) Кит	в) Близнецы
г) Заяц	д) Печь	е) Голубь

Как называется самая яркая звезда этого скопления? (2 балла)

7. Яркая эмиссионная туманность, представленная на рис. 1.б)? (1 балл)

а) Большой пес	б) Малый пес	в) Орион
г) Единорог	д) Возничий	е) Рак

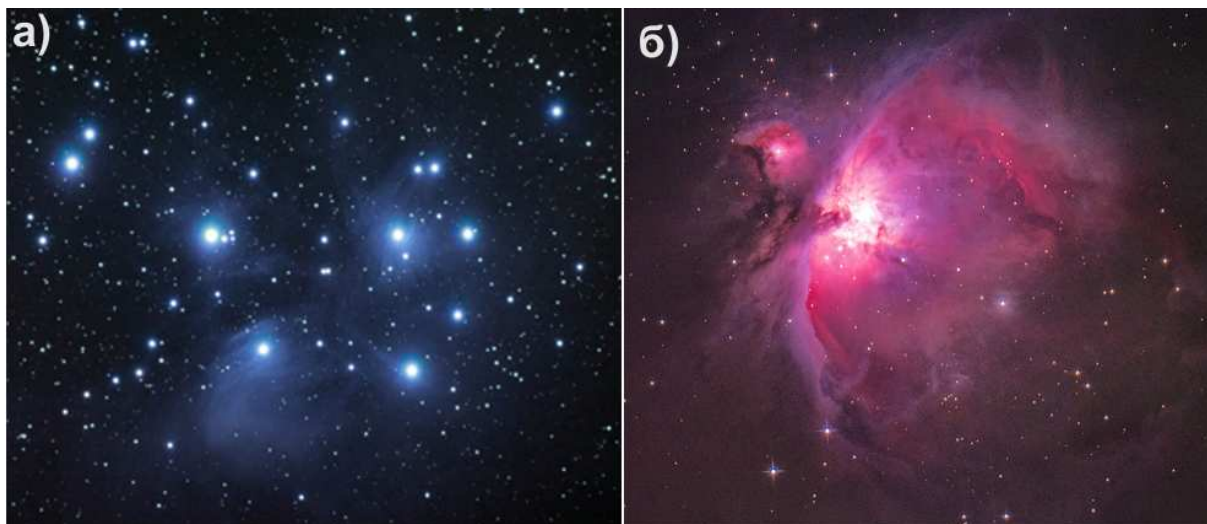


Рис. 1. Фотографии некоторых объектов глубокого космоса.

Как называется рассеянное звездное скопление, расположенное внутри данной туманности? (2 балла)

8. Какое из данных ниже созвездий представляет собой два несвязанных между собой участка небосвода, разделенные другим созвездием? (1 балл)

а) Змееносец	б) Геркулес	в) Волопас
г) Дева	д) Северная Корона	е) Змея

№2. «Луна в различных фазах»

На рис. 2 представлены девять фотографий Луны в различных фазах, полученных в средних широтах северного географического полушария.

1. Образ Луны с каким номером соответствует фазе полнолуния? (1 балл)

2. Какой вид приобретает Луна (указать номер соответствующего образа) спустя 7.4 суток после начала синодического месяца? (1 балл)

3. В какой фазе Луна, как правило, видна с полуночи и до восхода Солнца, в восточной стороне небосвода? (1 балл)

4. В какой фазе (укажите номера рисунков) наиболее выгодно производить съемку Луны, с целью запечатлеть ее пепельный свет? (0.5 балла за кадр)

5. Расположите номера рисунков в порядке появления данных фаз Луны в течение ее синодического месяца. (0.5 балла за правильную позицию в последовательности)

№3. «Полярная звезда и прецессия земной оси»

1. Чему равен приблизительно период прецессии земной оси (с точностью до сотен лет) и угол раствора (с точностью до 0.5 градуса) ее конуса? (2 балла)

2. Чему равно полярное расстояние (с точностью до угловой минуты) Полярной звезды сегодня? Чему равно максимальное значение для полярного расстояния данной звезды (с точностью до градуса) в течение периода прецессии? Когда это было в последний раз (с точностью до сотен лет)? Соб-

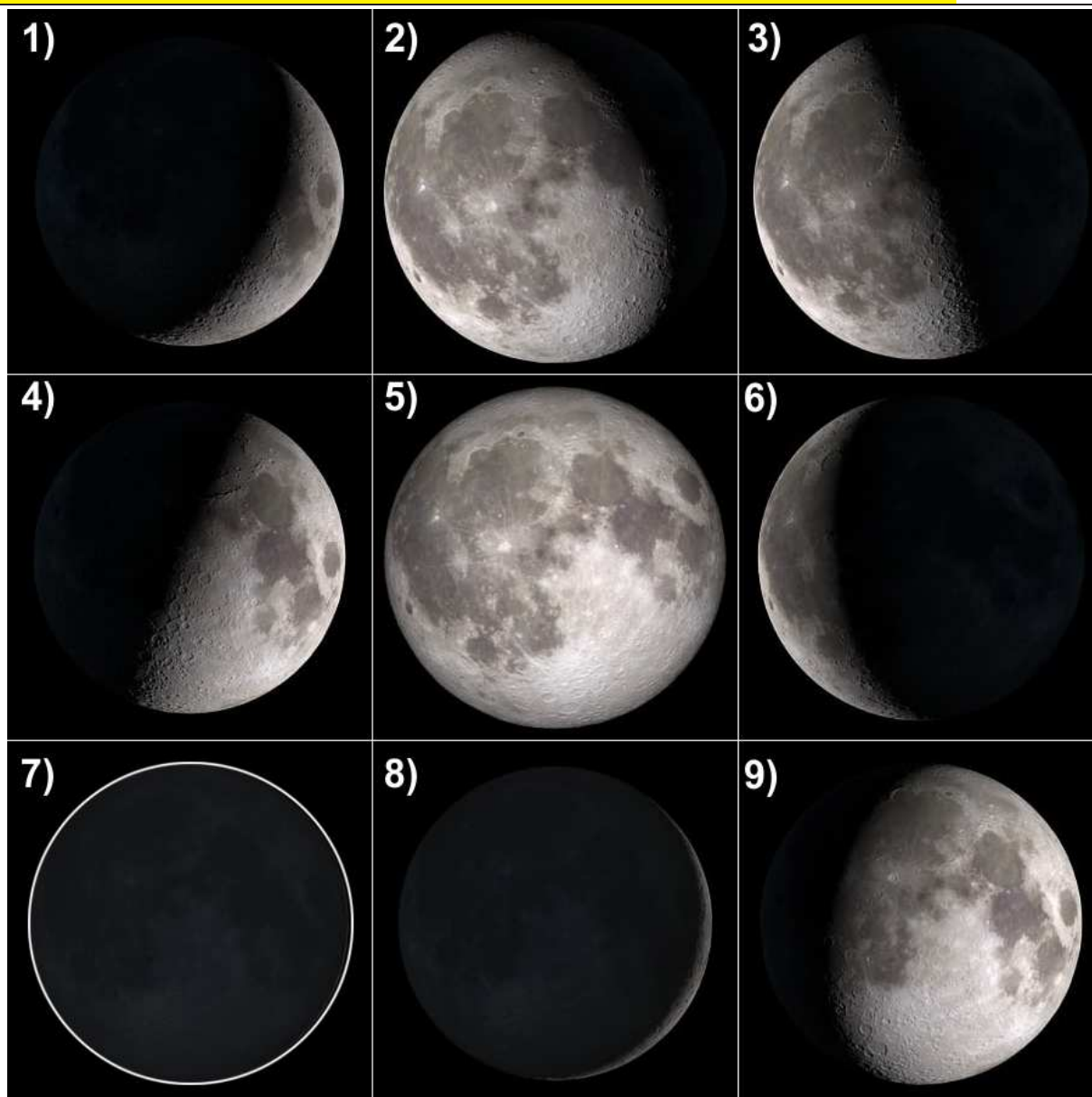


Рис. 2. Луна в различных фазах.

ственным движением Полярной звезды пренебречь. (3 балла)

3. Являлась ли заходящим светилом за горизонт Полярная звезда в тот момент в г. Самаре? (2 балла)

4. Чему была равна высота Полярной звезды в верхней и нижней кульминациях в тот момент на территории г. Самары (широта – $53^{\circ}12'$)? (2 балла)

№4. «Избранные свойства некоторых спутников»

Вашему вниманию в табл. 1 представлены данные для масс и радиусов трех небесных тел (Земли (1), Луны (2) и Каллисто (3) – спутника Юпитера), изображенных в масштабе на рис. 3. С использованием лишь этих данных и линейки, определите:

1. Линейные радиусы Луны и Каллисто (1 балл за одно значение).
2. Среднюю массовую плотность для Луны и Каллисто (2 балла за одно значение).
3. Ускорение свободного падения у поверхностей Луны и Каллисто (2 балла).

Планета/ Спутник	Земля (1)	Луна (2)	Каллисто (3)
Масса, кг	$5.97 \cdot 10^{24}$	$7.35 \cdot 10^{22}$	$1.075 \cdot 10^{23}$
Радиус, км	6371	?	?
Плотность, кг/м ³	?	?	?
Ускорение св. падения, м/с ²	?	?	?

Таблица 1. Матрица исходных данных для Земли, Луны и Каллисто.



Рис. 3. Коллаж фотографий Земли (1), Луны (2) и Каллисто (3).

ла за одно значение).

Уровень «Знаток» (уровень В)

№5. «Малая планета и ее свойства»

Некоторая малая планета, обращающаяся вокруг Солнца, оказывается в восточной квадратуре для земного наблюдателя каждые 500 суток. Определите:

1. Сидерический период обращения малой планеты вокруг Солнца. (2 балла)
2. Между орбитами каких классических планет располагается орбита малой планеты? (3 балла)
3. Чему равно минимальное расстояние между данной планетой и Землей? В какой конфигурации малая планета оказывается на таком расстоянии от Земли? Орбиты данных тел следует считать круговыми, лежащими в одной плоскости. (2 балла)
4. Чему равна угловая скорость видимого попятного движения малой планеты в момент ее противостояния? (4 балла)

№6. «Фотосъемка ночного небосвода Земли»

Школьник, путешествуя по миру вместе с родителями, решил с помощью зеркальной фотокамеры (размеры прямоугольной матрицы которой – 36×24 мм) выполнить ночную фотосъемку всего небосвода Земли. Вместе с камерой он использовал съемный объектив с фокусным расстоянием 300 мм. Определите:

1. Угловые размеры поля зрения оптической системы «фотокамера-объектив» (в минутах дуги). (5 баллов)
2. Телесный угол, соответствующий полю зрения фотоаппарата (в кв. град). (3 балла)
3. Минимально возможное количество кадров, которые следует сделать школьнику для достижения цели,
 - а) допускаемое с точки зрения теории (2 балла),
 - б) необходимое на практике. (2 балла)

№7. «Некоторые особенности примечательной формы рельефа»

На рис. 4 представлена форма рельефа (потухший вулкан) поверхности некоторой классической планеты. С использованием лишь данного рисунка, линейки и справочных данных, определите:

1. В каком полушарии планеты (северном или южном) располагается данная форма рельефа? Следует полагать, что сетка планетоцентрических координат определяется аналогично географической. (1 балл)
2. Поверхности какой классической планеты принадлежит данная форма рельефа? Свой ответ обоснуйте строго математически. (3 балла)

Оцените:

3. Наибольшую протяженность данного вулкана в направлении: **а)** с севера на юг и **б)** с запада на восток, если его граница располагается на уровне 0 метров (зеленая граница) над средним уровнем поверхности планеты. (3 балла)
4. Площадь поверхности, занимаемой этим вулканом (в км²), полагая, что его граница располагается на уровне 0 метров (зеленая граница) над средним уровнем поверхности планеты. (3 балла)
5. Долю, которую составляет площадь, занимаемая данным вулканом, от площади поверхности всей планеты? (2 балла)
6. Высоту вулкана, если она соответствует предельному механическому напряжению горных пород, слагающих его. Следует полагать, что на Земле этому же предельному напряжению соответствует высота Эвереста (8848 м), а горные породы Эвереста и данного вулкана одни и те же. (2 балла)

№8. «Эволюция образа Юпитера»

На рис. 5 представлен коллаж фотографий Юпитера в различных фазах, полученных с июля по декабрь 2022 года. Полагая, что орбиты Земли и Юпи-

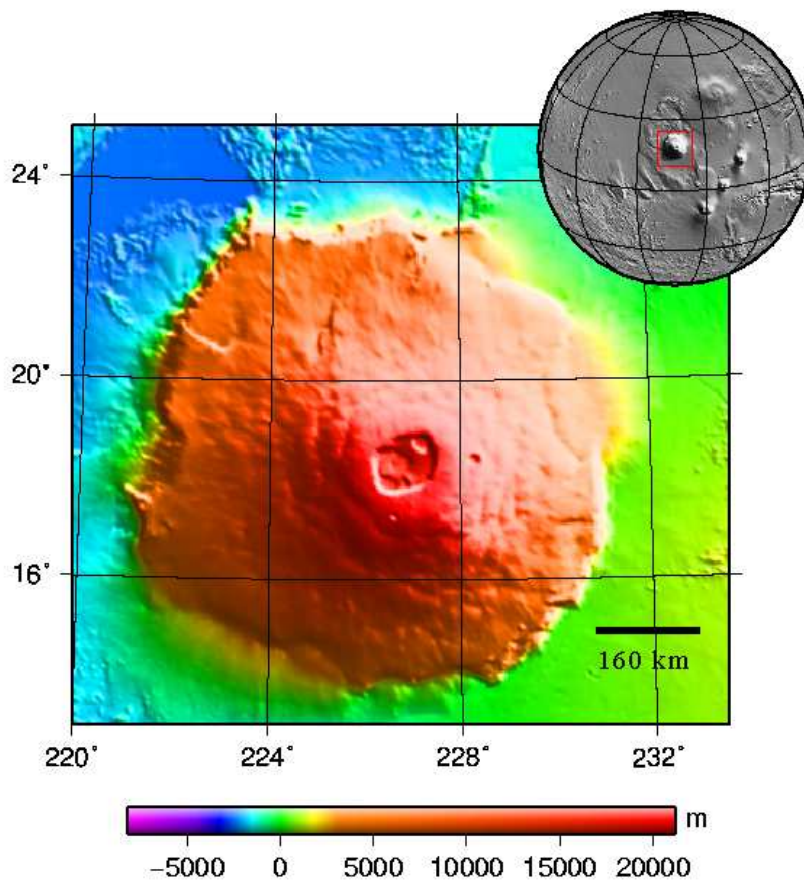


Рис. 4. Форма рельефа поверхности классической планеты.



Рис. 5. Фазы Юпитера (с указанием наибольшего углового диаметра) с июля по декабрь 2022 года.

тера являются круговыми, определите:

1. Образ Юпитера от какого числа был наиболее близок к конфигурации

противостояния? Свой ответ поясните. (1 балл)

2. В какое время суток и в какой стороне небосвода можно было наблюдать Юпитер в восточной квадратуре? (2 балла)

Оцените:

3. Даты пребывания Юпитера в западной и восточной квадратурах? (5 баллов)

4. Значения углового диаметра планеты в квадратурах. (3 балла)

5. Изменение видимой звездной величины Юпитера в промежутке времени, заключенном между его противостоянием и восточной квадратурой. (3 балла)

№9. «Резонансы в системе галилеевых спутников»

Четыре крупнейших спутника Юпитера называются *галилеевыми*. При этом три ближайших спутника к материнской планете (Ио, Европа и Ганимед) находятся в орбитальном резонансе 4:2:1. Последнее означает, что на 4 периода обращения Ио приходится два периода Европы и один период Ганимеда. Кроме того, периоды обращения Каллисто и Европы относятся как 47 : 10. Полагая, что орбиты всех галилеевых спутников являются круговыми и лежащими в одной плоскости, а сидерический период обращения Ио составляет 1.770 сут, определите:

1. Промежуток времени между двумя последовательными моментами времени, когда все галилеевы спутники выстраиваются вдоль одной прямой, проходящей через центр Юпитера, с одной стороны от последней. (8 баллов)

2. Максимально возможный угол элонгации (относительно центральной планеты), который можно здесь наблюдать. Для какой пары галилеевых спутников он достигается? (6 баллов)

№10. «Абсолютная звездная величина болида»

На рис. 6 представлена фотография ночного пейзажа. В частности, здесь зафиксировано падение болида вблизи горизонта. Оценка его видимого блеска в этот момент идентична видимому блеску Венеры в наибольшей элонгации (-4.5^m).

1. Полагая, что возгорание болида произошло на верхней границе атмосферы Земли, расположенной на высоте 100 км, оцените расстояние до метеороида, породившего явление болида в момент съемки. (3 балла)

2. Чему был бы равен видимый блеск болида, если бы земная атмосфера была бы абсолютно прозрачной для видимого света? Следует полагать, что земная атмосфера представляет собой однородную газовую оболочку в форме сферического слоя толщиной 100 км, поглощение света в которой подчиняется закону Бугера-Ламберта. При этом прирост видимого блеска звезды, расположенной в зените для земного наблюдателя, обусловленный лишь



Рис. 6. Полярное сияние и болид над Беларусью (автор – Михаил Оконишников).

бугеровским поглощением света, составляет $\Delta m = 0.3^m$. (4 балла)

Определите:

3. Светимость (в Вт) болида в момент съемки. (4 балла)

4. Абсолютную звездную величину болида, т.е. видимую звездную величину болида, которую бы он имел, пребывая в зените для земного наблюдателя, на высоте 100 км. (4 балла)

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



Уровень «Новичок» (уровень А)

№1. «Созвездия и их достопримечательности»

1. Самый известный астеризм земного небосвода Большой Ковш расположен в созвездии Большая Медведица (б). (1 балл)
2. Самое яркое шаровое скопление северной полушеры небосвода М13 принадлежит созвездию Геркулеса (е). (1 балл)
3. Северный полюс эклиптики принадлежит созвездию Дракона (д). (1 балл)
4. Самая яркая галактика северной полушеры небосвода (М31) принадлежит созвездию Андромеды (в). (1 балл)
5. Центр галактики Млечный путь расположен в созвездии Стрельца (б). (1 балл)
6. На рис. 1.а) представлено рассеянное звездное скопление Плеяды, расположенное в созвездии Тельца (а). (1 балл) Самой яркой звездой скопления является Альциона. (2 балла)
7. На рис. 1.б) представлена яркая эмиссионная туманность – Большая туманность Ориона (в). (1 балл) Внутри данной туманности расположено рассеянное звездное скопление Трапеция Ориона (ADS 4186). (2 балла)
8. Созвездие Змеи (е) представляет собой два несвязанных между собой участка небосвода, разделенные созвездием Змееносца. (1 балл)

№2. «Луна в различных фазах»

1. Образ Луны с номером 5 соответствует фазе полнолуния. (1 балл)
2. Как известно, синодический месяц Луны равен 29.5 суток; 7.4 суток составляет 1/4 от данного месяца. Луна спустя 1/4 лунного месяца после новолуния находится в фазе первой четверти. Данной фазе соответствует образ под номером 4. (1 балл)
3. С полуночи и до восхода Солнца Луна видна лишь в третьей (последней) четверти. Этой фазе отвечает образ под номером 3. (1 балл)
4. Фотосъемку Луны с целью запечатления ее пепельного света выгодно проводить в фазах молодого или старого месяцев. Данным фазам соответствуют образы под номером 1, 6, 8. (1.5 балла)
5. Порядок появления данных фаз Луны следующий (4.5 балла):

$$7 \rightarrow 8 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 9 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6.$$

№3. «Полярная звезда и прецессия земной оси»

1. Период прецессии земной оси составляет $T_p = 25800$ лет (1 балл), при этом угол раствора ее конуса составляет $2\varepsilon = 47^\circ$. (1 балл)
2. Сегодняшнее полярное расстояние для Полярной звезды составляет $44'$. (1 балл) Максимальное полярное расстояние будет достигаться, когда ось

мира удалится от Полярной звезды на угол $2\varepsilon = 47^\circ$. (1 балл) Последний раз такое событие было приблизительно $T_p/2 = 12900$ лет тому назад. (1 балл)

3. Итак, полярное расстояние звезды в тот момент составляло $p_* = 2\varepsilon = 47^\circ$. Чтобы данная звезда была заходящей в городе Самаре необходимо, чтобы ее полярное расстояние было больше широты этого города. Но широта города составляет $53^\circ 12'$. Значит, данное условие не выполняется и Полярная звезда была как и сегодня незаходящей за горизонт в г. Самаре. (2 балла)

4. Поскольку полярное расстояние Полярной звезды в тот момент было больше угла $90^\circ - \varphi$, то ее верхняя кульминация происходила к югу от зенита города Самары. Значит ее высота в верхней кульминации определится формулой (1 балл):

$$h_{\max} = 90^\circ - \varphi + \delta = 90^\circ - \varphi + (90^\circ - p) = 180^\circ - \varphi - p = 80^\circ.$$

А в нижней кульминации (1 балл):

$$h_{\min} = \varphi + \delta - 90^\circ = \varphi + (90^\circ - p) - 90^\circ = \varphi - p = 6^\circ.$$

№4. «Избранные свойства некоторых спутников»

1. Измерим с помощью линейки на рисунке видимые диаметры Земли, Луны и Каллисто соответственно: $R_\oplus = 217$ мм, $R_\zeta = 56$ мм, $R_K = 80$ мм. Поскольку данные небесные тела изображены на рис. 3 в масштабе, то отношения их линейных действительных размеров должно быть равно отношению их видимых размеров на рисунке (из соображений подобия). Значит (1+1 балл)

$$\frac{\mathfrak{R}_\oplus}{\mathfrak{R}_\zeta} = \frac{R_\oplus}{R_\zeta} = x = 3.875, \Rightarrow \mathfrak{R}_\zeta = \frac{\mathfrak{R}_\oplus}{x} = 1644 \text{ км.}$$

$$\frac{\mathfrak{R}_\oplus}{\mathfrak{R}_K} = \frac{R_\oplus}{R_K} = y = 2.713, \Rightarrow \mathfrak{R}_K = \frac{\mathfrak{R}_\oplus}{y} = 2350 \text{ км.}$$

2. Согласно определению, *средней массовой плотностью* небесного тела называется отношение массы тела к его объему. С учетом того факта, что все рассматриваемые тела имеют шарообразную форму, можем записать итоговое выражение для плотности небесного тела:

$$\rho = \frac{\mathfrak{M}}{\frac{4}{3}\pi \mathfrak{R}^3} = \frac{3}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{R}^3}.$$

Запишем данное соотношение для каждого небесного тела и разделим второе и третье уравнения на первое, в результате получаем

$$\rho_\oplus = \frac{3}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus^3} = 5510 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_\zeta = \frac{3}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}_\zeta}{\mathfrak{R}_\zeta^3}, \quad \rho_K = \frac{3}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}_K}{\mathfrak{R}_K^3}, \Rightarrow$$

Планета/ Спутник	Земля (1)	Луна (2)	Каллисто (3)
Масса, кг	$5.97 \cdot 10^{24}$	$7.35 \cdot 10^{22}$	$1.075 \cdot 10^{23}$
Радиус, км	6371	1644	2350
Плотность, кг/м ³	5510	3950	1980
Ускорение св. падения, м/с ²	9.81	1.81	1.30

Таблица 2. Матрица исходных и полученных данных для Земли, Луны и Каллисто.
(2+2 балла)

$$\frac{\rho_{\zeta}}{\rho_{\oplus}} = \left(\frac{m_{\zeta}}{m_{\oplus}} \right) \left(\frac{R_{\oplus}}{R_{\zeta}} \right)^3, \Rightarrow \rho_{\zeta} = \rho_{\oplus} \left(\frac{m_{\zeta}}{m_{\oplus}} \right) x^3 = 3950 \text{ кг/м}^3.$$

$$\frac{\rho_K}{\rho_{\oplus}} = \left(\frac{m_K}{m_{\oplus}} \right) \left(\frac{R_{\oplus}}{R_K} \right)^3, \Rightarrow \rho_K = \rho_{\oplus} \left(\frac{m_K}{m_{\oplus}} \right) y^3 = 1980 \text{ кг/м}^3.$$

Замечание: полученные значения средней массовой плотности для Каллисто и Луны несколько завышены относительно современных точных значений искомым величин, что обусловлено погрешностью измерений, а также не соблюдением точного масштаба представления образов небесных тел при составлении коллажа его автором.

3. Из школьного курса физики известно, что ускорение у поверхности шарообразного тела определяется по формуле:

$$g = \frac{G m}{R^2}.$$

Запишем данное соотношение для каждого небесного тела и разделим второе и третье уравнения на первое, в результате получаем (2+2 балла)

$$g_{\oplus} = \frac{G m_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} = 9.81 \text{ м/с}^2, \quad g_{\zeta} = \frac{G m_{\zeta}}{R_{\zeta}^2}, \quad g_K = \frac{G m_K}{R_K^2}, \Rightarrow$$

$$\frac{g_{\zeta}}{g_{\oplus}} = \left(\frac{m_{\zeta}}{m_{\oplus}} \right) \left(\frac{R_{\oplus}}{R_{\zeta}} \right)^2, \Rightarrow g_{\zeta} = g_{\oplus} \left(\frac{m_{\zeta}}{m_{\oplus}} \right) x^2 = 1.81 \text{ м/с}^2.$$

$$\frac{g_K}{g_{\oplus}} = \left(\frac{m_K}{m_{\oplus}} \right) \left(\frac{R_{\oplus}}{R_K} \right)^2, \Rightarrow g_K = g_{\oplus} \left(\frac{m_K}{m_{\oplus}} \right) y^2 = 1.30 \text{ м/с}^2.$$

Результаты всех измерений и расчетов представлены в табл. 2.

Уровень «Знаток» (уровень В)

№5. «Малая планета и ее свойства»

1. Прежде всего заметим, что в квадратуре могут пребывать лишь внешние тела, при этом синодический период малой планеты больше сидерического периода (звездного года) Земли, значит малая планета движется вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля. Значит можно воспользоваться уравнением синодического движения в виде (2 балла):

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_p}, \Rightarrow T_p = \frac{S T_{\oplus}}{S - T_{\oplus}} = 1355 \text{ сут.}$$

2. Далее, с использованием третьего закона Кеплера, вычислим радиус круговой орбиты (большую полуось) малой планеты:

$$\left(\frac{T_p}{T_\oplus}\right)^2 = \left(\frac{a_p}{a_\oplus}\right)^3, \Rightarrow a_p = a_\oplus \left(\frac{T_p}{T_\oplus}\right)^{2/3} = 2.40 \text{ а.е.}$$

Используя справочные данные для орбит больших планет, легко установить, что орбита малой планеты лежит между орбитами Марса и Юпитера. (3 балла)

3. Очевидно, минимальное расстояние между малой планетой и Землей будет достигаться в конфигурации противостояния. (1 балл) При этом его величина будет определяться выражением (1 балл):

$$\Delta_{\min} = a_p - a_\oplus = 1.4 \text{ а.е.}$$

4. Поскольку орбиты Земли и малой планеты круговые, то в момент противостояния, их орбитальные скорости должны быть параллельны и сонаправлены между собой. Значит относительная скорость астероида будет (2 балла)

$$V_{\text{rel}} = V_\oplus - V_a = \sqrt{\frac{G M_\odot}{a_\oplus}} - \sqrt{\frac{G M_\odot}{a_p}}.$$

В момент противостояния участок траектории, по которому движется малая планета относительно Земли, можно рассматривать как дугу окружности, тогда угловую скорость относительного движения можно записать так (2 балла)

$$\omega_{\text{rel}} = \frac{V_{\text{rel}}}{\Delta_{\min}} = \frac{1}{\Delta_{\min}} \left(\sqrt{\frac{G M_\odot}{a_\oplus}} - \sqrt{\frac{G M_\odot}{a_p}} \right) = 5.04 \cdot 10^{-8} \text{ рад/с} = 0.25^\circ/\text{сут.}$$

№6. «Фотосъемка ночного небосвода Земли»

1. Рассмотрим оптическую схему "объектив-фотокамера" (см. рис. 7). Здесь [1] – объект фотообзора, определяющий максимальную угловую высоту h , которую еще может запечатлеть матрица [3]; [2] – объектив, в фокусе которого расположена матрица (в случае наблюдения небесного тела). Очевидно, что максимальная угловая высота $h = 2\alpha$, причем из $\triangle OAC$ следует, что (2 балла)

$$\text{tg } \alpha = \frac{AB/2}{f} = \frac{b}{2f}, \Rightarrow \alpha = \text{arctg} \left[\frac{b}{2f} \right], \quad (1)$$

здесь и далее $a = 36$ мм, $b = 24$ мм – линейные размеры матрицы камеры; $f = 300$ мм – фокусное расстояние объектива. В итоге угловая высота и ширина кадра есть (2 балла)

$$h = 2 \text{arctg} \left[\frac{b}{2f} \right] = 4.58^\circ = 275', \quad \ell = 2 \text{arctg} \left[\frac{a}{2f} \right] = 6.87^\circ = 412'. \quad (2)$$

Иногда в качестве характерного углового размера поля зрения камеры используют угловой размер диагонали кадра:

$$d = 2 \operatorname{arctg} \left[\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2f} \right] = 8.25^\circ = 495'. \quad (3)$$

Т.о., угловые размеры поля зрения данного девайса есть $\ell \times h = 412' \times 275'$.
(1 балл)

2. Для определения телесного угла рассмотрим рис. 8. Здесь $ABCD$ – прямоугольник, определяющий границы поля зрения камеры на расстоянии $OF = r$ от последней. Телесный угол Ω поля зрения камеры можно (приближенно) определить так (1 балл)

$$\Omega \approx \frac{S_{ABCD}}{r^2}, \quad (4)$$

здесь S_{ABCD} – площадь данного прямоугольника, которую можно записать так

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = EG \cdot JK = \left(2r \cdot \operatorname{tg} \frac{h}{2} \right) \left(2r \cdot \operatorname{tg} \frac{\ell}{2} \right) = 4r^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{h}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\ell}{2},$$

здесь учтено, что

$$EG = 2EF = 2r \operatorname{tg} \frac{h}{2}, \quad JK = 2JF = 2r \operatorname{tg} \frac{\ell}{2}.$$

Из выражения (4) и последнего результата следует, что (1 балл)

$$\Omega_c = 4 \operatorname{tg} \left(\frac{h}{2} \right) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\ell}{2} \right) \approx 4 \sin \left(\frac{h}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\ell}{2} \right). \quad (5)$$

Последний результат является приближенным и, справедлив в случае малых значений углов $\frac{h}{2}$ и $\frac{\ell}{2}$. Точная формула для данного телесного угла должна быть записана так (вывод последней очень сложен и приводится лишь для полноты картины задачи)

$$\Omega = 4 \operatorname{arcsin} \left[\sin \left(\frac{h}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\ell}{2} \right) \right]. \quad (6)$$

Однако, в силу малости углов $\frac{h}{2}$ и $\frac{\ell}{2}$, выражения (5) и (6) дают одинаковые значения $\Omega_c = 9.60 \cdot 10^{-3}$ срад = 31.5 кв. град. (1 балл)

3. Минимально возможное количество кадров, которые необходимо сделать для фотосъемки всего небосвода Земли, с точки зрения теории, можно

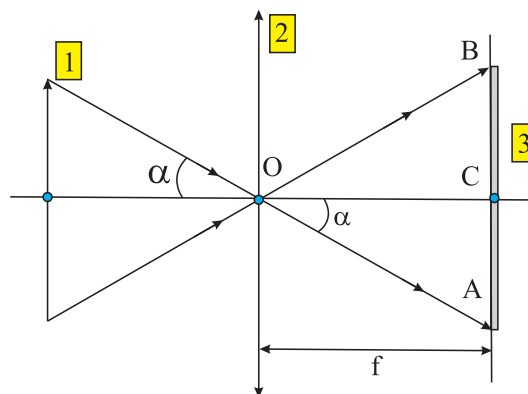


Рис. 7. К определению оптической схемы "объектив-фотокамера".

определить как отношение телесного угла, соответствующего всему небосводу, к телесному углу поля зрения одиночного кадра данной фотокамеры:

$$N_{\min}^{(T)} = \left[\frac{\Omega_{\text{Sphere}}}{\Omega_c} \right] + 1 = 1310 \text{ кадров,} \quad (7)$$

здесь $\Omega_{\text{Sphere}} = 41253$ кв. град. – телесный угол, соответствующий всему небосводу. Здесь и далее квадратными скобками указана операция взятия целой части от дроби (2 балла).

4. На практике придется сделать большее количество кадров чем $N_{\min}^{(T)}$, поскольку поле зрения фотоаппарата определялся плоским прямоугольником, а небесная сфера является сферической поверхностью. Выполнить съемку всего небосвода без пересечения полей соседних кадров в действительности невозможно. Минимальное количество кадров, которое необходимо сделать на практике, чтобы сфотографировать весь ночной небосвод, можно определить отношением телесного угла, соответствующего прямоугольной площадке высотой 180° (соответствует протяженности круга склонения от северного до южного полюса мира) и шириной 360° (соответствует протяженности небесного экватора) к телесному углу поля зрения фотоаппарата, т.е. (2 балла)

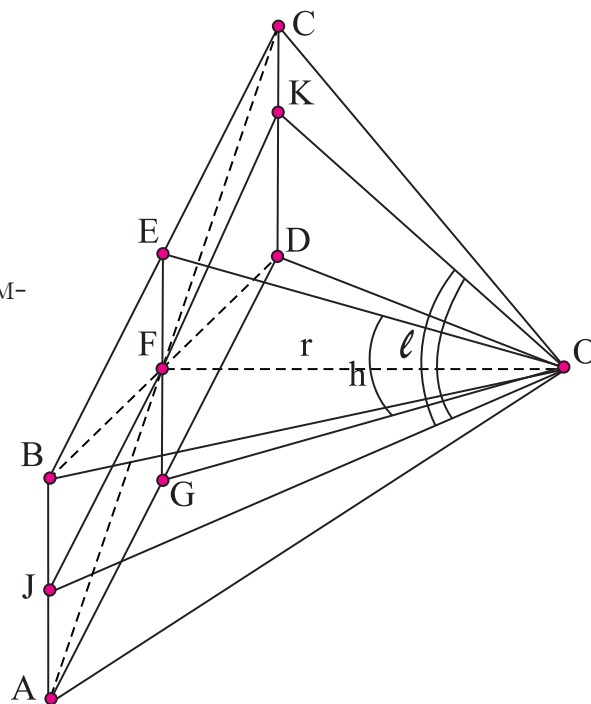


Рис. 8. К определению телесного угла Ω .

$$N_{\min}^{(P)} = \left[\frac{180^\circ \times 360^\circ}{\Omega_c} \right] + 1 = 2058 \text{ кадров.} \quad (8)$$

№7. «Некоторые особенности примечательной формы рельефа»

1. Поскольку широта местоположения вулкана – положительная величина, то очевидно, вулкан находится в северном полушарии планеты. (1 балл)

2. Определим с помощью линейки расстояние между двумя соседними параллелями с широтой в 16 и 20 градусов ($\ell = 40$ мм), измеряемое вдоль меридиана планеты. С использованием масштаба фотографии определим расстояние между данными точками по поверхности планеты (1 балл):

$$L = \mu_\ell \ell = (160 \text{ км}/20 \text{ мм}) \cdot 40 \text{ мм} = 320 \text{ км.}$$

Далее составим пропорцию: 360° планетного меридиана соответствуют его длине $2\pi R_p$, а 4° соответствуют дуге L . Откуда следует явное выражение

для радиуса планеты:

$$\mathfrak{R}_p = \frac{360^\circ}{4^\circ} \frac{L}{2\pi} = 4584 \text{ км.}$$

Последний результат наиболее близок по значению к радиусу Марса (3397 км). Значит данный вулкан – достопримечательность Марса. Очевидно, это вулкан Олимп. (2 балла)

3. С использованием линейки легко убедиться в том, что наибольшая протяженность вулкана с востока на запад (определяя ее по зеленой границе) составляет $\ell_1 = 100$ мм, а с севера на юг – $\ell_2 = 98$ мм (1 балл). С использованием масштаба фотографии получаем следующие значения, выраженные в километрах (2 балла):

$$L_1 = \mu_\ell \ell_1 = (160 \text{ км}/20 \text{ мм}) \cdot 100 \text{ мм} = 800 \text{ км,}$$

$$L_2 = \mu_\ell \ell_2 = (160 \text{ км}/20 \text{ мм}) \cdot 98 \text{ мм} = 784 \text{ км.}$$

4. Для оценки площади поверхности Марса, занимаемой этим вулканом заметим, что его видимая граница (по зеленой линии) близка по форме к окружности. Следовательно занимаемую вулканом площадь поверхности планеты можно аппроксимировать кругом, диаметр которого (D) необходимо определить по рис. 9. В результате диаметр основания вулкана будет (1 балл)

$$D = \mu_\ell \cdot D = (160 \text{ км}/24 \text{ мм}) \cdot 115 \text{ мм} = 767 \text{ км.}$$

Следовательно искомая площадь основания будет (2 балла)

$$S = \pi \frac{D^2}{4} = 462000 \text{ км}^2.$$

5. Долю, которую составляет площадь, занимаемая данным вулканом, от площади поверхности всей планеты можно определить как (2 балла)

$$\eta = \frac{S}{S_{\text{Марс}}} = \pi \frac{D^2}{4} : (4\pi \mathfrak{R}_{\text{Марс}}^2) = \frac{1}{16} \left(\frac{D}{\mathfrak{R}_{\text{Марс}}} \right)^2 = 3.2 \cdot 10^{-3} \text{ или } 0.32\%,$$

здесь $S_{\text{Марс}} = 4\pi \mathfrak{R}_{\text{Марс}}^2$ – площадь поверхности Марса, $\mathfrak{R}_{\text{Марс}}$ – радиус Марса.

6. Поскольку горные породы Эвереста и Олимпа одни и те же, то их предельные механические напряжения должны быть одинаковыми. Если данные предельные значения механических напряжений достигаются для Эвереста и Олимпа, то оценивая последние величины формулой гидростатического давления, можно записать

$$\rho g_{\oplus} h_{\oplus} = \rho g_{\text{Марс}} h_{\text{Марс}}, \Rightarrow h_{\text{Марс}} = h_{\oplus} \frac{g_{\oplus}}{g_{\text{Марс}}} = h_{\oplus} \left(\frac{m_{\oplus}}{m_{\text{Марс}}} \right) \left(\frac{\mathfrak{R}_{\text{Марс}}}{\mathfrak{R}_{\oplus}} \right)^2 = 23.4 \text{ км.}$$

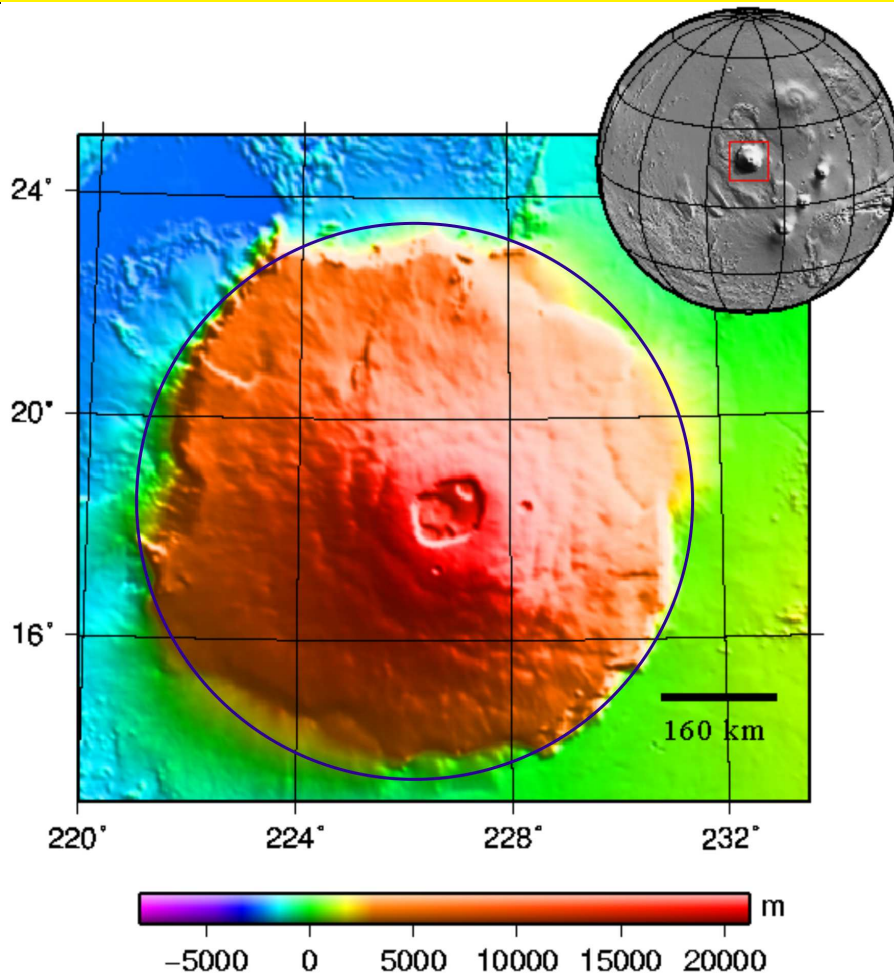


Рис. 9. К определению площади поверхности Марса, занимаемой Олимпом.

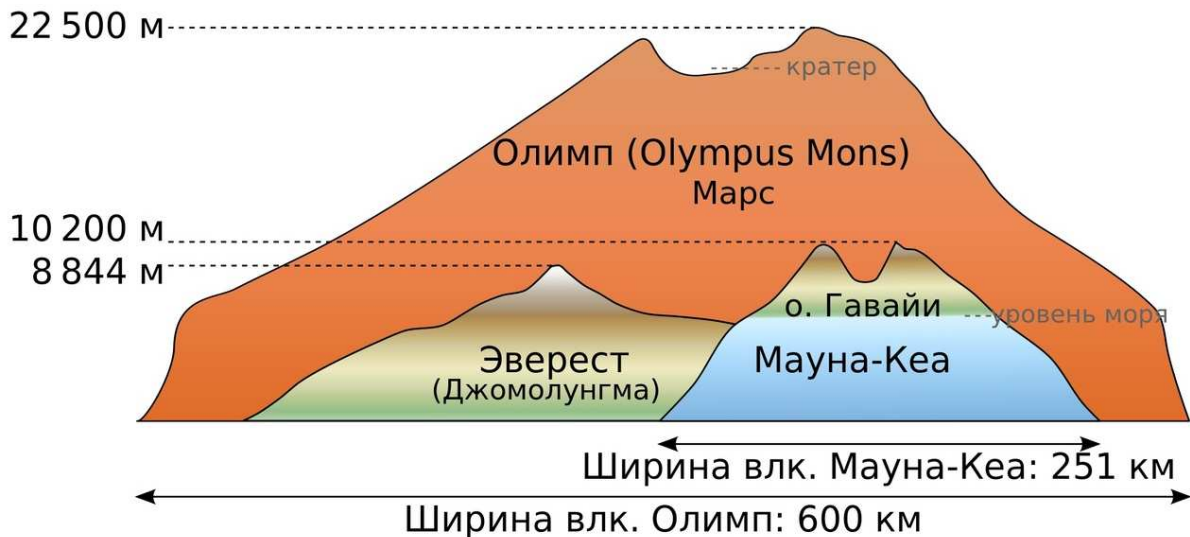


Рис. 10. К сравнению высот и размеров оснований земных гор и марсианского вулкана.

Последний оценочный результат весьма близок к современному точному значению высоты вулкана Олимп (22.5 км, см рис. 10). При записи последнего выражения мы использовали финальную формулу задачи №4 настоящего релиза. (2 балла)

№8. «Эволюция образа Юпитера»

1. Согласно рис. 11, в момент противостояния верхней планеты (Юпитера), расстояние от Земли до нее становится минимальным, а ее угловой диаметр

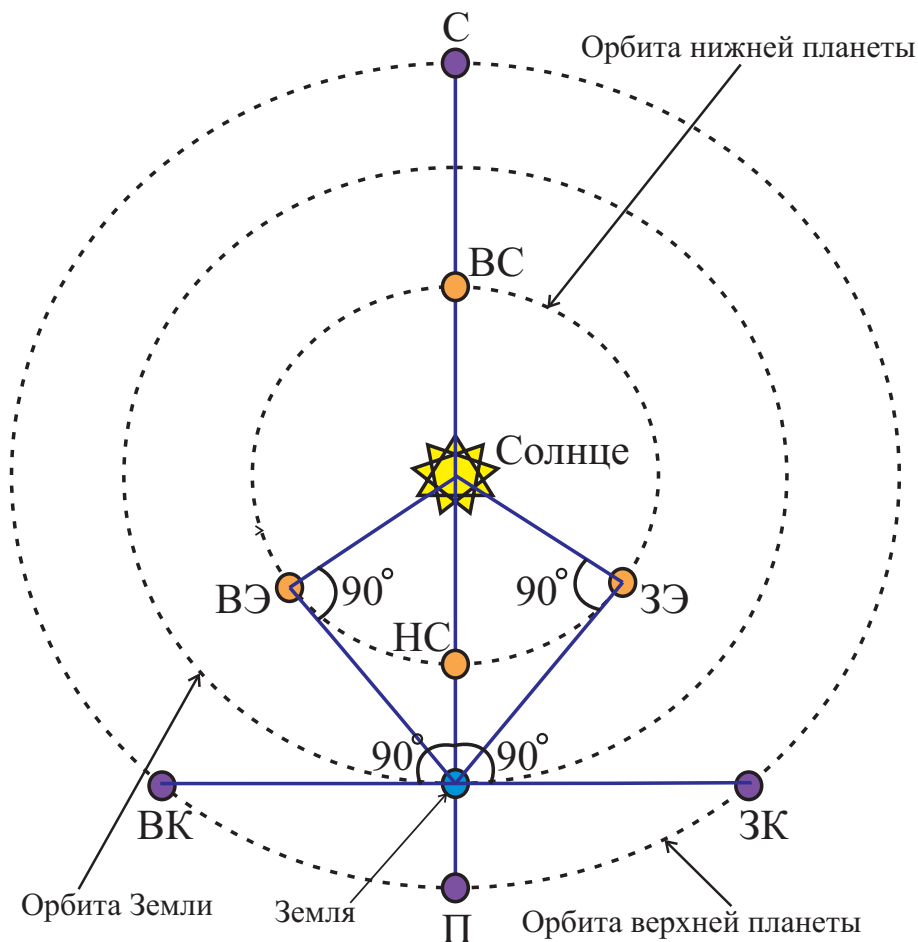


Рис. 11. К определению основных конфигураций нижних и верхних планет с точки зрения земного наблюдателя. Здесь в случае нижней планеты: ВС – верхнее соединение, НС – нижнее соединение, ВЭ – наибольшая восточная элонгация, ЗЭ – наибольшая западная элонгация; в случае верхней планеты: С – соединение, П – противостояние, ВК – восточная квадратура, ЗК – западная квадратура.

и видимая яркость достигают максимальных значений (в приближении круговых орбит). Поскольку на рис. 5 все образы получены в одном масштабе, значит образ, полученный наиболее близко к моменту его противостояния, соответствует дате 19 сентября. (1 балл)

2. С использованием рис. 11 легко убедиться в том, что Юпитер в восточной квадратуре можно наблюдать после заката и до полуночи, в западной стороне небосвода. (2 балла)

3. Согласно справочным данным, синодический период Юпитера составляет $S_J = 398.9$ сут. На рис. 11 рассмотрим треугольник, в вершинах которого находится Солнце (S), Земля (E) и Юпитер (J), расположенный в западной квадратуре. Заметим также, что данный треугольник прямоугольный, при этом угол при Солнце $\angle JSE = \alpha$ можно определить как (1 балл)

$$\sin \alpha = \frac{EJ}{SJ} = \frac{\sqrt{a_J^2 - a_{\oplus}^2}}{a_J}, \Rightarrow \alpha = \arcsin \left[\frac{\sqrt{a_J^2 - a_{\oplus}^2}}{a_J} \right] = 78.9^\circ,$$

здесь a_J , a_{\oplus} – радиусы (большие полуоси) орбит Юпитера и Земли соответственно.

Размерность \mathcal{D}	Значение k	Размерность k
радиан (рад)	1	–
градус ($^\circ$)	$180/\pi$	градус/рад
угл. минута	3438	угл. мин/рад
угл. секунда	206265	угл. сек/рад

Таблица 3. Значения и размерность переводного коэффициента k в зависимости от необходимой размерности углового диаметра \mathcal{D} небесного тела.

За промежуток времени S Земля обгоняет Юпитер на один оборот (на 360°). Чтобы Юпитер перешел из западной квадратуры в противостояние для земного наблюдателя, Земле необходимо пройти угол α относительно Юпитера, для этого ей необходимо будет время τ . Составим пропорцию вида (2 балла):

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau \rightarrow \alpha \\ S \rightarrow 360^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \tau = S \frac{\alpha}{360^\circ} = 87.4 \text{ сут.}$$

Конфигурация западной квадратуры опережает конфигурацию противостояния на время τ , а конфигурация восточной квадратуры отстает на тоже время от противостояния. Значит необходимо отступить по датам на 87 суток назад и вперед относительно 19 сентября, что соответствует дате 23 июня и 15 декабря (1+1 балл).

4. Как известно, **угловым диаметром** шарообразного небесного тела называется скалярная геометрическая величина, равная отношению удвоенного радиуса (\mathfrak{R}) небесного тела к расстоянию (Δ) до этого тела, т.е. (1 балл)

$$\mathcal{D}'' = k \left(\frac{2\mathfrak{R}}{\Delta} \right),$$

здесь k – переводной коэффициент, значение и размерность которого определяется в табл. 3. В случае Юпитера в квадратуре имеем (2 балла)

$$\mathcal{D}_J'' = k \frac{2\mathfrak{R}_J}{\sqrt{a_J^2 - a_\oplus^2}} = 38.6''.$$

5. Изменение звездной величины Юпитера от момента противостояния до момента его восточной квадратуры можно вычислить с помощью формулы Погсона (1 балл):

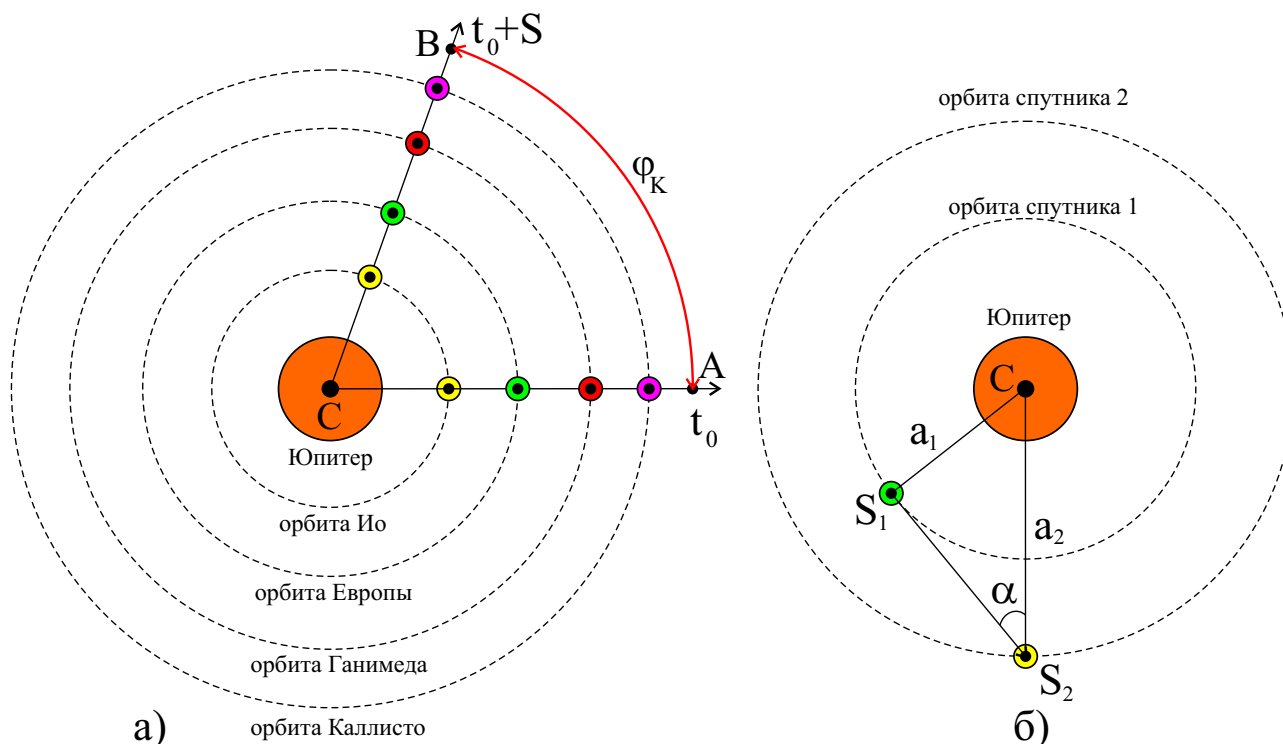
$$m_{\text{ВК}} - m_{\text{П}} = \Delta m = -2.5 \lg \left(\frac{E_{\text{ВК}}}{E_{\text{П}}} \right).$$

Далее воспользуемся законом обратных квадратов для освещенности, создаваемой планетой у поверхности Земли (1 балл):

$$E \sim \frac{1}{r^2}, \Rightarrow \frac{E_{\text{ВК}}}{E_{\text{П}}} = \frac{(a_J - a_\oplus)^2}{a_J^2 - a_\oplus^2} = \frac{a_J - a_\oplus}{a_J + a_\oplus}.$$

В итоге имеем (1 балл)

$$\Delta m = 2.5 \lg \left(\frac{a_J + a_\oplus}{a_J - a_\oplus} \right) = 0.42^m.$$

Рис. 12. К определению промежутка времени S .

№9. «Резонансы в системе галилеевых спутников»

1. Согласно условию задачи, сидерические периоды обращения данных спутников находятся в следующих соотношениях (1 балл):

$$4T_I = 2T_E = T_G, \quad 47T_E = 10T_K, \quad (9)$$

здесь T_I, T_E, T_G, T_K – сидерические периоды обращения Ио, Европы, Ганимеда и Калисто соответственно. Установим численные соотношения между периодами всех спутников. Для этого умножим первое уравнение системы (9) на 47, а второе уравнение – на 2. В итоге получаем (2 балла)

$$188T_I = 94T_E = 47T_G = 20T_K, \Rightarrow T_K = \frac{47}{5}T_I, \quad T_G = 4T_I, \quad T_E = 2T_I. \quad (10)$$

Таким образом, сидерические периоды обращения Европы, Ганимеда и Калисто представлены в терминах сидерического периода обращения Ио. Более того, из кратного равенства очевидно, что через 188 сидерических периодов обращения Ио, все остальные спутники совершат целое число оборотов, и следовательно все они вновь станут на прежнюю прямую! Возникает вопрос: является ли $188T_I$ искомой величиной? Не существует ли меньшего промежутка времени, через который эти спутники вновь станут на одну прямую, проходящую через центр Юпитера?

2. Для получения ответа на последний вопрос рассмотрим следующую кинематическую модель. С использованием третьего закона Кеплера, легко убедиться в том, что радиусы орбит данных спутников находятся в соотно-

шении (1 балл):

$$a_E = a_I \left(\frac{T_E}{T_I} \right)^{2/3} = 2^{2/3} a_I, \quad a_G = a_I \left(\frac{T_G}{T_I} \right)^{2/3} = 4^{2/3} a_I = 2\sqrt[3]{2} a_I,$$

$$a_K = a_I \left(\frac{T_K}{T_I} \right)^{2/3} = \left(\frac{47}{5} \right)^{2/3} a_I,$$

здесь a_I, a_E, a_G, a_K – радиусы круговых орбит Ио, Европы, Ганимеда и Каллисто соответственно.

Предположим, что в начальный момент времени t_0 все спутники выстроились вдоль некоторой прямой CA (см. рис. 12.а), проходящей через центр (С) Юпитера. Пусть за искомый промежуток времени S Каллисто, обладающий наибольшим сидерическим периодом обращения, повернется относительно центра планеты на угол φ_K (и окажется на прямой CB), который можно записать в виде (1 балл):

$$\varphi_K = \frac{360^\circ}{T_K} S.$$

Чтобы Ио, Европа, Ганимед оказались на той же прямой, с учетом того факта, что их периоды обращения меньше периода обращения Каллисто, необходимо, чтобы эти спутники за то же время совершили на целое число оборотов больше, чем самый далекий спутник (относительно материнской планеты). Тогда для разностей полярных углов спутников можно записать следующие соотношения (1 балл):

$$\varphi_G - \varphi_K = 360^\circ n, \Rightarrow \frac{360^\circ}{T_G} S - \frac{360^\circ}{T_K} S = 360^\circ n \Rightarrow S = n \frac{T_K T_G}{T_K - T_G},$$

$$\varphi_E - \varphi_K = 360^\circ k, \Rightarrow \frac{360^\circ}{T_E} S - \frac{360^\circ}{T_K} S = 360^\circ k \Rightarrow S = k \frac{T_K T_E}{T_K - T_E},$$

$$\varphi_I - \varphi_K = 360^\circ \ell, \Rightarrow \frac{360^\circ}{T_I} S - \frac{360^\circ}{T_K} S = 360^\circ \ell \Rightarrow S = \ell \frac{T_K T_I}{T_K - T_I},$$

здесь n, k, ℓ – целые числа, подлежащие определению. Из последних результатов можно записать следующие два уравнения (1 балл):

$$\frac{\ell}{n} = \frac{T_G (T_K - T_I)}{T_I (T_K - T_G)} = 4 \frac{(47/5 - 1) T_I}{(47/5 - 4) T_I} = \frac{168}{27}, \quad (11)$$

$$\frac{k}{n} = \frac{T_G (T_K - T_E)}{T_E (T_K - T_G)} = 4 \frac{(47/5 - 2) T_I}{(47/5 - 4) T_I} = \frac{74}{27}, \Rightarrow \quad (12)$$

$$\text{т.о., имеем } \ell : k : n = 168 : 74 : 27. \quad (13)$$

По условию задачи S должен быть минимально возможным, что достигается, очевидно, при минимально возможных n, k, ℓ . Поскольку для данных чисел

должно выполняться соотношение (13), которое не может быть редуцировано к меньшим числам, то в качестве минимальных значений искомых чисел необходимо принять 168, 74 и 27 соответственно. Тогда (1 балл)

$$S = 168 \frac{(47/5)T_I^2}{((47/5) - 1)T_I} = 168 \frac{47}{42} T_I = 188 T_I = 332.76 \text{ сут.}$$

Замечание. В действительности такой феномен повторяется гораздо реже, поскольку орбиты спутников являются эллиптическими, а наше решение было построено в приближении круговых орбит, лежащих в одной плоскости. Кроме того, для точного попадания центров спутников на одну прямую, используемые их периоды обращения должны быть определены с большим количеством знаков, что приводит к гораздо большим целым числам, а значит и к большему промежутку времени S .

3. Рассмотрим далее систему двух произвольных галилеевых спутников 1 и 2 (см. рис. 12.б). Предположим, что спутник 1 находится в наибольшей восточной элонгации для наблюдателя, находящегося на спутнике 2. Тогда угол наибольшей элонгации спутника 1 можно определить из прямоугольного треугольника $\triangle CS_1S_2$ (2 балла):

$$\sin \alpha = \frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{2/3}, \Rightarrow \alpha = \arcsin \left[\left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{2/3} \right]. \quad (14)$$

При записи последнего выражения был использован третий закон Кеплера. Из (14) следует, что угол наибольшей элонгации максимален в том случае, когда отношение T_1/T_2 также максимально. Очевидно данное отношение следует ожидать максимальным лишь для соседних спутников. Вычислим эти отношения (3 балла):

$$\frac{T_I}{T_E} = \frac{1}{2}, \quad \frac{T_E}{T_G} = \frac{1}{2}, \quad \frac{T_G}{T_K} = \frac{20}{47}.$$

Очевидно, данное отношение достигает максимального значения (1/2) сразу в случае двух пар спутников: «Ио-Европа» и «Европа-Ганимед». Соответствующий угол элонгации составляет $\alpha = 39.0^\circ$. (1 балл)

№10. «Абсолютная звездная величина болида»

1. Для получения корректной оценки расстояния до метеороида, породившего явление болида в момент съемки, заметим, что явление болида наблюдалось в момент съемки фактически на горизонте. Следовательно, возгорание метеороида произошло в одной из точек A_1 или A_2 (см. рис. 13), например, для определенности A_1 (1 балл). Здесь в точке O находился автор фотографии (наблюдатель). Рассмотрим прямоугольный треугольник COA_1 . Воспользуемся для него теоремой Пифагора (2 балла):

$$CA_1^2 = CO^2 + OA_1^2, \Rightarrow (\mathfrak{R}_\oplus + H)^2 = \mathfrak{R}_\oplus^2 + r^2, \Rightarrow r = \sqrt{2H \mathfrak{R}_\oplus + H^2} = 1133 \text{ км.}$$

2. Закон Бугера-Ламберта можно записать так (1 балл)

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_0 \cdot e^{-\kappa \cdot \ell}, \text{ или } \mathcal{I} = \mathcal{I}_0 \cdot 10^{-k \cdot \ell},$$

здесь \mathcal{I}_0 – начальная интенсивность света, распространяющегося в среде, \mathcal{I} – интенсивность света, преодолевшего путь ℓ в данной среде, κ – бугеровский коэффициент поглощения; $k = \kappa \lg e$ ($e = 2.71828\dots$).

Далее воспользуемся формулой Погсона для интенсивностей (1 балл):

$$\Delta m = m - m_0 = -2.5 \lg \frac{\mathcal{I}}{\mathcal{I}_0}, \Rightarrow \Delta m = -2.5 \lg (10^{-k \cdot \ell}) = 2.5 k \cdot \ell,$$

здесь m – видимая звездная величина, фиксируемая наблюдателем при прохождении расстояния ℓ светового луча в среде, m_0 – видимая звездная величина, соответствующая интенсивности \mathcal{I}_0 . Из последнего выражения очевидно, что изменение звездной величины, обусловленное поглощением и рассеянием света в среде, прямо пропорционально расстоянию ℓ . Далее запишем выражения для изменений звездных величин, обусловленных прохождением света по пути $A_0O = H = 100$ км ($\Delta m_0 = 0.3^m$) и $A_1O = r$ (Δm) (1 балл):

$$\Delta m_0 = 2.5 k \cdot H, \quad \Delta m = 2.5 k \cdot r, \Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta m_0} = \frac{r}{H}, \Rightarrow \Delta m = \Delta m_0 \left(\frac{r}{H} \right) = 3.4^m.$$

Т.о., в результате рассеяния и поглощения света в атмосфере Земли, болид представлялся наблюдателю на 3.4^m звездных величин более тусклым объектом, нежели он представлялся ему, если бы земная атмосфера была бы абсолютно прозрачной для видимого света. Значит видимый блеск болида, если бы земная атмосфера была бы абсолютно прозрачной для видимого света, составлял бы величину $m_v^{(0)} = m_v - \Delta m = -7.9^m$. (1 балл)

3. Для определения оптической светимости (L_b) болида – полного потока энергии, переносимой электромагнитными волнами видимого диапазона, вновь воспользуемся формулой Погсона и законом обратных квадратов. В качестве объекта сравнения будем использовать Солнце (2 балла):

$$m_v^{(0)} - m_v^{(\odot)} = -2.5 \lg \left(\frac{E_v^{(0)}}{f_{\odot}^{(v)}} \right), \text{ где } E_v^{(0)} = \frac{L_b}{4\pi r^2}, \Rightarrow$$

$$L_b = 4\pi r^2 f_{\odot}^{(v)} 10^{-0.4(m_v^{(0)} - m_v^{(\odot)})} = 6.39 \cdot 10^8 \text{ Вт},$$

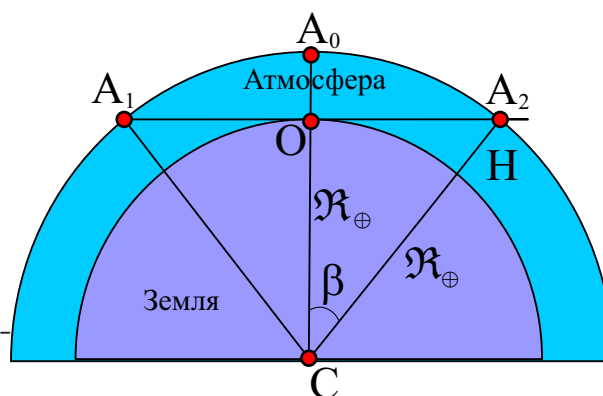


Рис. 13. К определению расстояния от наблюдателя до метеороида, породившего явление болида в момент съемки.

здесь $m_v^{(\odot)} = -26.74^m$ – видимая (визуальная) звездная величина Солнца, $f_{\odot}^{(v)} = 600 \text{ Вт/м}^2$ – визуальная солнечная постоянная. (2 балла)

4. С использованием формулы Погсона и закона обратных квадратов, вычислим предварительно абсолютную звездную величину болида M_0 для земной атмосферы без поглощения (2 балла):

$$M_0 - m_v^{(0)} = -2.5 \lg \left(\frac{E_0}{E_v^{(0)}} \right), \quad \text{где } E_v^{(0)} \sim \frac{1}{r^2}, \quad E_0 \sim \frac{1}{H^2} \Rightarrow$$

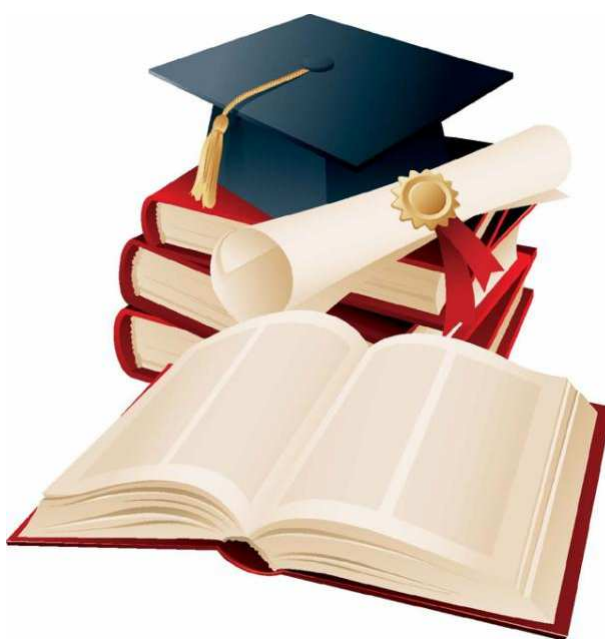
$$M_0 = m_v^{(0)} - 5 \lg \left(\frac{r}{H} \right) = -13.2^m.$$

Тогда абсолютная звездная величина болида, с учетом поглощения атмосферы, будет (2 балла)

$$M = M_0 + \Delta m_0 = -12.9^m.$$

Последнее значение близко к значению (-12.7^m) видимой звездной величины Луны в полнолуние, расположенной вблизи зенита.

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре) на расстоянии Земли – 1361 Вт/м^2
- Солнечная постоянная (в видимом свете) на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81.3$ массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \text{tg } x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\text{tg}(x \pm \alpha) \approx \text{tg } \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

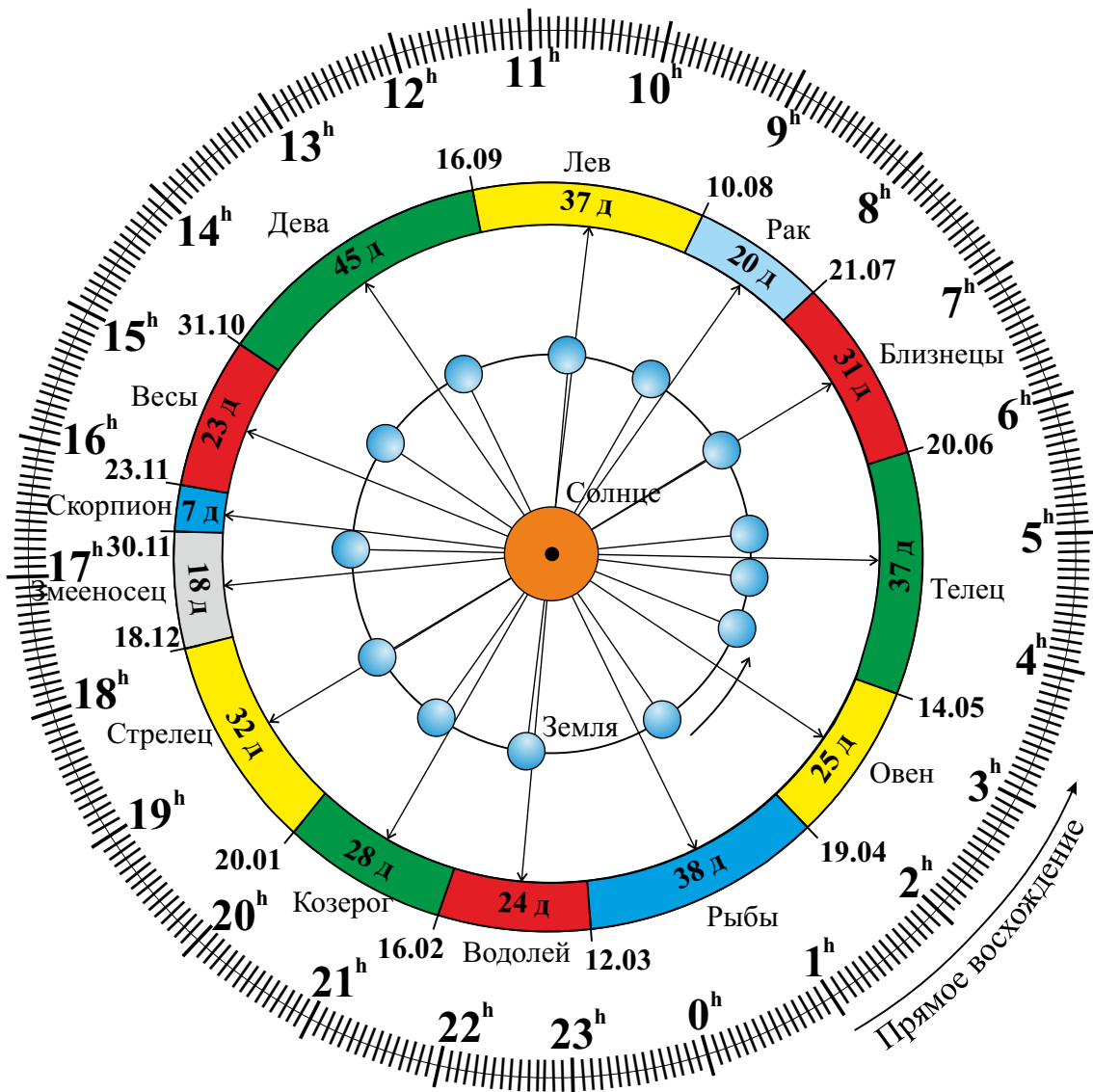


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

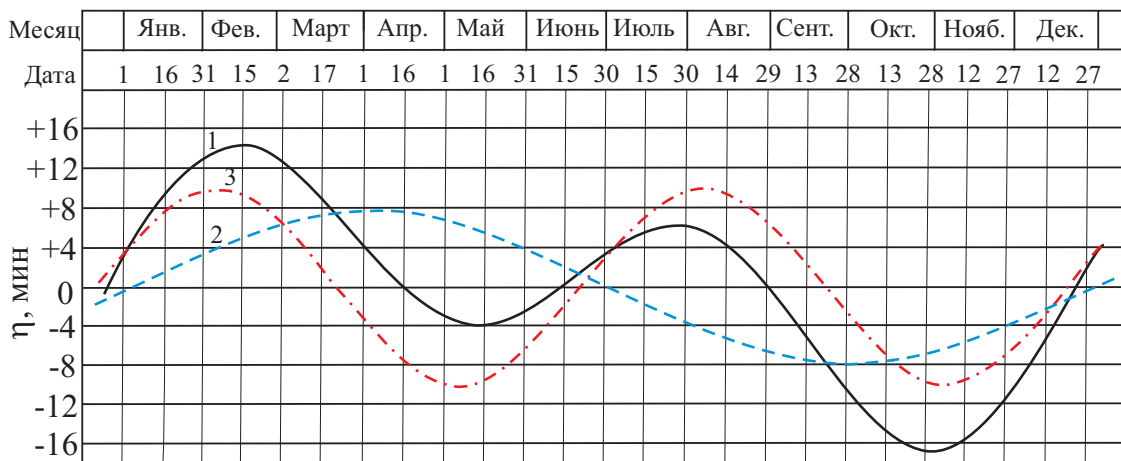


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 – уравнение времени, 2 – уравнение центра, 3 – уравнение от наклона эклиптики.

А.10. Яркие звезды ночного небосвода

Топ-25 ярчайших звезд ночного небосвода

№	Название	α	δ	r , св.л.	m , ^m	M , ^m	Сп. кл.	Полушарие и № в нем
1	Сириус (α Большого Пса)	06 ^h 45 ^m 9 ^s	-16°42'58"	8.6	-1.46	1.4	A1Vm	Южное (01)
2	Канопус (α Киля)	06 ^h 23 ^m 57 ^s	-52°41'45"	310	-0.72	-5.53	A9II	Южное (02)
3	Ригил(A)/Толлиман(B) (α Центавра АВ)	14 ^h 39 ^m 35 ^s	-60°50'15"	4.3	-0.27	4.06	G2V + K1V	Южное (03)
4	Арктур (α Волосаса)	14 ^h 15 ^m 40 ^s	19°10'57"	36.7	-0.05	-0.3	K1.5IIIp	Северное (01)
5	Вега (α Лир)	18 ^h 36 ^m 56 ^s	38°47'01"	25	0.03 ^v	0.6	A0Va	Северное (02)
6	Капелла (α Возничего)	05 ^h 16 ^m 41 ^s	45°59'53"	42.2	0,08	-0.5	G6III + G2III	Северное (03)
7	Ригель (β Ориона)	05 ^h 14 ^m 32 ^s	-08°12'06"	870	0.12 ^v	-7.84	B8Iae	Южное (04)
8	Процион (α Малого Пса)	07 ^h 39 ^m 18 ^s	+05°13'30"	11.4	0.38	2.6	F5IV-V	Северное (04)
9	Ахернар (α Эридана)	01 ^h 37 ^m 43 ^s	-57°14'12"	139	0.46	-1.3	B3Vnp	Южное (05)
10	Бетельгейзе (α Ориона)	05 ^h 55 ^m 10 ^s	07°24'25"	530	0.50 ^v	-5.14	M2Iab	Северное (05)
11	Хадар (β Центавра)	14 ^h 03 ^m 49 ^s	-60°22'23"	400	0.61 ^v	-5.4	B1III	Южное (06)
12	Альтаир (α Орла)	19 ^h 50 ^m 47 ^s	08°52'06"	16.8	0.77	2.3	A7Vn	Северное (06)
13	Акрукс (α Южного Креста)	12 ^h 26 ^m 36 ^s	-63°05'57"	321	0.77	-4.1	B0.5IV + B1Vn	Южное (07)
14	Альдебаран (α Тельца)	04 ^h 35 ^m 55 ^s	16°30'33"	65	0.85 ^v	-0.3	K5III	Северное (07)
15	Антарес (α Скорпиона)	16 ^h 29 ^m 24 ^s	-26°25'55"	610	0.96 ^v	-5.2	M1.5Iab	Южное (08)
16	Спика (α Девы)	13 ^h 25 ^m 12 ^s	-11°09'41"	250	0.98 ^v	-3.2	B1V	Южное (09)
17	Поллукс (β Близнецов)	7 ^h 45 ^m 19 ^s	28°01'34"	33.7	1.14	0.7	K0IIIb	Северное (08)
18	Фомальгаут (α Южной Рыбы)	22 ^h 57 ^m 39 ^s	-29°37'20"	25	1.16	2.0	A3Va	Южное (10)
19	Мимоза (β Южного Креста)	12 ^h 47 ^m 43 ^s	-59°41'19"	353	1.25 ^v	-4.0	B0.5III	Южное (11)

Топ-25 ярчайших звезд ночного небосвода (продолжение)

20	Денеб (α Лебедя)	20 ^h 41 ^m 26 ^s	45°16'49"	1550	1.25	-8.38	A2Ia	Северное (09)
21	Регул (α Льва)	10 ^h 08 ^m 22 ^s	11°58'02"	77	1.35	-0.5	B7Vn	Северное (10)
22	Адара (ϵ Большого Пса)	06 ^h 58 ^m 38 ^s	-28°58'19"	400	1.50	-4.8	B2II	Южное (12)
23	Кастор (α Близнецов)	07 ^h 34 ^m 36 ^s	31°53'18"	51.5	1.57	0.5	A1V + A2V	Северное (11)
24	Гакрукс (γ Южного Креста)	12 ^h 31 ^m 10 ^s	-57°06'48"	88	1.63 ^v	-1.2	M3.5III	Южное (13)
25	Шаула (λ Скорпиона)	17 ^h 33 ^m 37 ^s	-37°06'13"	365	1.63 ^v	-3.5	B1.5IV	Южное (14)

А.11. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела, болометрические поправки

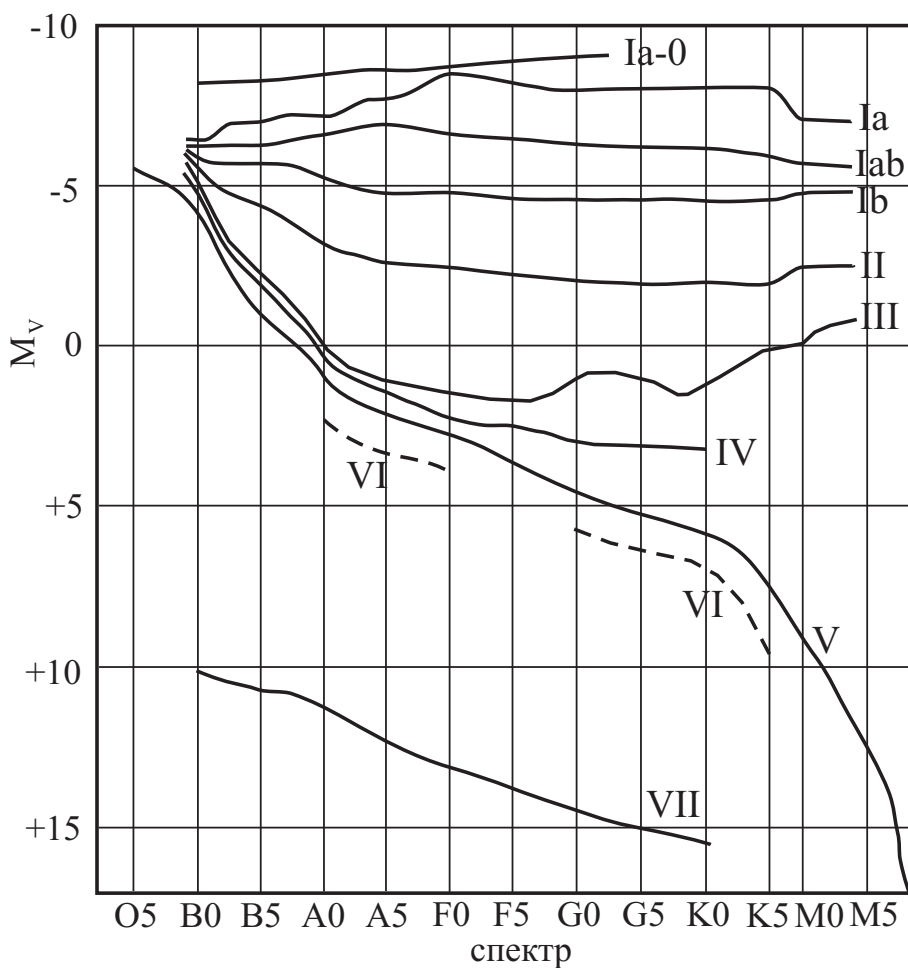


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

Болометрические поправки ΔM_b

Спектр	ΔM_b	Спектр	ΔM_b		
			Гл. последовательность	Гиганты	Сверхгиганты
B0	- 2.70	F5	- 0.04	- 0.08	- 0.12
B5	- 1.58	F8	- 0.05	- 0.17	- 0.28
A0	- 0.72	G0	- 0.06	- 0.25	- 0.42
A5	- 0.31	G2	- 0.07	- 0.31	- 0.52
F0	- 0.09	G5	- 0.10	- 0.39	- 0.65
F2	- 0.04	G8	- 0.10	- 0.47	- 0.80
		K0	- 0.11	- 0.54	- 0.93
		K2	- 0.15	- 0.72	- 1.20
		K3	- 0.31	- 0.89	- 1.35
		K4	- 0.55	- 1.11	- 1.56
		K5	- 0.85	- 1.35	- 1.86
		M0	- 1.43	- 1.55	- 2.2
		M1	- 1.70	- 1.72	- 2.6
		M2	- 2.03	- 1.95	- 3.0
		M3	- 2.35	- 2.26	- 3.6
		M4	- 2.7	- 2.72	- 3.8
		M5	- 3.1	- 3.4	- 4.0

А.12. Статистика распределения звезд по звездным величинам

m	Кол-во звезд	m	Кол-во звезд	m	Кол-во звезд, $\times 10^6$	m	Кол-во звезд, $\times 10^6$
0^m	4	5^m	1602	10^m	0.340	15^m	36.9
1^m	15	6^m	4800	11^m	0.927	16^m	83.7
2^m	48	7^m	14000	12^m	2.46	17^m	182
3^m	171	8^m	42000	13^m	6.29	18^m	374
4^m	513	9^m	121000	14^m	15.5	19^m	733

Примечание: здесь указано количество звезд на всем небосводе, имеющих блеск ярче указанной звездной величины, согласно Star Numbers, 2001.

А.13. Таблица Менделеева

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ПЕРИОДЫ	A	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	A	B
1	(H)									He	
2	Li	Be		B	C	N	O	F	Ne		
3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar			
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	
6	Cs	Ba	La*	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	
7	Fr	Ra	Ac**	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt		
	FORMYЛЫ ЛЕТУЧИХ ОКСИДОВ	RO	RO ₂	RO ₃	RH ₄	RO ₂	RH ₃	RO ₃	RH ₂	RO ₇	
	FORMYЛЫ ЛЕТУЧИХ ОДНОРОДНЫХ СОЕДИНЕНИЙ	R ₂ O	RO	RO ₂	RH ₄	RO ₂	RH ₃	RO ₃	RH ₂	RO ₇	
ЛАНТАНОИДЫ*	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Dy	Ho	Er	Lu
АКТИНОИДЫ**	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Lr

Символ элемента: **Ar**

Относительная атомная масса: **39.948**

Периодический номер: **18**

Название элемента: **Аргон**

Распределение электронов на энергетических уровнях: **2, 8, 8**

Рис. А.4. Таблица Менделеева.