

**Решения задач**  
**Открытой межрегиональной олимпиады**  
**по астрономии имени Ф.А. Бредихина**  
**7-8 класс**

**№ 1. «Мозаика небесных тел и явлений земного небосвода»**

**Условие.** На рис. 1 представлены фотографии 8 объектов небосвода Земли. Ответьте на следующие вопросы<sup>1</sup>.

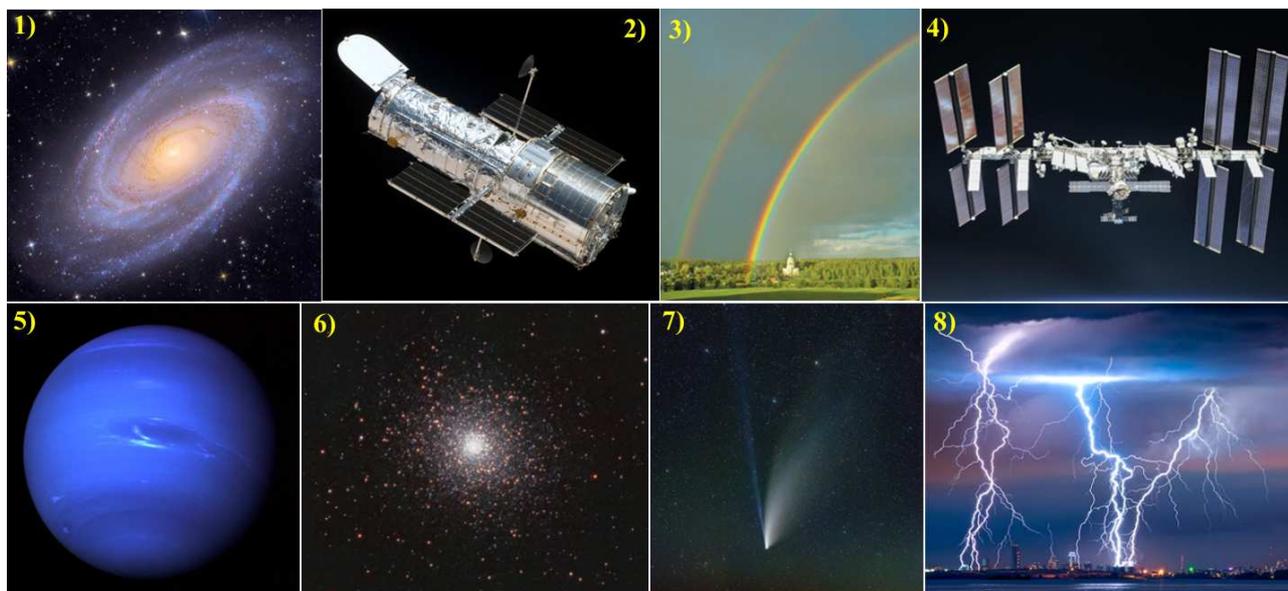


Рис. 1. Мозаика объектов и явлений земного небосвода.

**I.** Установите соответствие между номером образа и названием соответствующего объекта. Свои ответы (номер образа, представленного на рис. 1, определенный арабской цифрой) укажите в ячейке под соответствующим названием этого объекта в табл. 1. (0.5 балла за каждую правильно определенную позицию)

Молния	Радуга	Международная космическая станция	Телескоп им. Э. Хаббла
Нептун	Комета C/2020 F3 (NEOWISE)	Шаровое скопление M5	Галактика M81 (Бодде)

Таблица 1. Объекты и явления земного небосвода и их названия.

**II.** Сопоставьте каждому рассматриваемому объекту его тип (небесное тело или явление). Свои ответы (номер образа, представленного на рис. 1, определенный арабской цифрой) укажите (если их несколько, то перечислить через запятую) в ячейке под соответствующим названием типа объекта в табл. 2. (0.5 балла за каждую правильно определенную позицию)

Небесное тело (система связанных небесных тел)	Небесное явление

Таблица 2. Определение небесных тел/явлений.

<sup>1</sup>С целью экономии времени на оформление решений задач, **настоятельно рекомендуется** заполнять указанные таблицы и расставлять подписи на рисунках непосредственно в условиях задач, вырезать их и наклеить на свой бланк ответов.

III. Определите, к какому классу небесных тел/явлений (классификация по области пространства, в которой находится небесное тело или происходит небесное явление) следует отнести рассматриваемые объекты. Свои ответы (номер образа, представленного на рис. 1, определенный арабской цифрой) укажите (если их несколько, то перечислить через запятую) в ячейке под соответствующим названием класса небесных тел/явлений в табл. 8. (0.5 балла за каждую правильно определенную позицию)

Тела/явления, принадлежащие			
земной атмосфере	околоземному космическому пространству	Солнечной системе	глубокому космосу

Таблица 3. Определение представителей 4-х классов небесных тел/явлений.

IV. Определите какие из представленных объектов можно наблюдать (хотя бы иногда) невооруженным глазом на небосводе мегаполиса, а какие – только в телескоп. Свои ответы (номер образа, представленного на рис. 1, определенный арабской цифрой) укажите (если их несколько, то перечислить через запятую) в ячейке под соответствующей возможностью наблюдений в табл. 9. (0.5 балла за каждую правильно определенную позицию)

Можно наблюдать	
невооруженным глазом (хотя бы иногда)	только в телескоп

Таблица 4. Определение характера видимости небесного тела/явления.

V. Определите какие из представленных объектов имеют естественное происхождение, а какие – искусственное? Свои ответы (номер образа, представленного на рис. 1, определенный арабской цифрой) укажите (если их несколько, то перечислить через запятую) в ячейке под соответствующим типом происхождения в табл. 10. (0.5 балла за каждую правильно определенную позицию)

Происхождение	
естественное (созданы природой)	искусственное (созданы человеком)

Таблица 5. Определение типа происхождения небесного тела/явления.

### Решение.

I. Правильный ответ на первый вопрос задачи представляется следующей заполненной таблицей.

Молния	Радуга	Международная космическая станция	Телескоп им. Э. Хаббла
8	3	4	2
Нептун	Комета C/2020 F3 (NEOWISE)	Шаровое скопление М5	Галактика М81 (Боме)
5	7	6	1

Таблица 6. Объекты и явления земного небосвода и их названия.

II. Правильный ответ на второй вопрос задачи представляется следующей заполненной таблицей.

Небесное тело (система связанных небесных тел)	Небесное явление
1, 2, 4, 5, 6, 7	3, 8

Таблица 7. Определение небесных тел/явлений.

III. Правильный ответ на третий вопрос задачи представляется следующей заполненной таблицей.

Тела/явления, принадлежащие			
земной атмосфере	околоземному космическому пространству	Солнечной системе	глубокому космосу
3, 8	2, 4	5, 7	1, 6

Таблица 8. Определение представителей 4-х классов небесных тел/явлений.

IV. Правильный ответ на четвертый вопрос задачи представляется следующей заполненной таблицей.

Можно наблюдать	
невооруженным глазом (хотя бы иногда)	только в телескоп
2, 3, 4, 7, 8	1, 5, 6

Таблица 9. Определение характера видимости небесного тела/явления.

**Комментарий:** Галактика Бюге, шаровое скопление М5 и планеты Нептун являются тусклыми объектами земного небосвода, видимые звездные величины которых равны  $+7.0^m$ ,  $+5.6^m$  и  $+7.8^m$  соответственно, что близко или даже превышает проникающую силу человеческого глаза  $m_v = +6^m$ . Условия наблюдений ухудшаются на городском небе, где господствует засветка от искусственных источников освещения, поэтому данные объекты фактически уже невозможно рассмотреть невооруженным глазом.

V. Правильный ответ на пятый вопрос задачи представляется следующей заполненной таблицей.

Происхождение	
естественное (созданы природой)	искусственное (созданы человеком)
1, 3, 5, 6, 7, 8	2, 4

Таблица 10. Определение типа происхождения небесного тела/явления.

#### Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
За каждую правильно определенную позицию	0.5(40)

#### № 2. «Загадочное созвездие и таинственная звезда»

**Условие.** На рис. 2 представлена фотография (ее нижняя кромка совпадает с горизонтом), полученная в какой-то точке поверхности Земли. Определите:

1. Какое созвездие представлено на центральной части фотографии (частично скрытое земной растительностью), вблизи горизонта? (3 балла)

2. Как называется самая яркая звезда (отмечена на фотографии цифрой «1»), представленная на фотографии? Свой ответ поясните. (3 балла)

3. На восходе или на закате данного созвездия была получена эта фотография? Свой ответ поясните. (3 балла)

4. В какую сторону света (север, запад, юг, восток) был ориентирован объектив камеры, в момент получения данного кадра? Свой ответ поясните. (3 балла)

5. Из какого географического полушария была получена данная фотография? Свой ответ поясните. (3 балла)

6. Оцените широту места съемки, если известны экваториальные координаты звезд 2-4 (см. табл. 11), отмеченных на фотографии. (5 баллов)



Рис. 2. К определению кадра, содержащего созвездие и яркую звезду (подлежат определению).

Склонения звезд 2 ÷ 4		
$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$
$-0^{\circ}17'$	$-1^{\circ}11'$	$-1^{\circ}56'$
Прямые восхождения звезд 2 ÷ 4		
$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$
$5^{\text{h}}33^{\text{m}}$	$5^{\text{h}}37^{\text{m}}$	$5^{\text{h}}42^{\text{m}}$

Таблица 11. Значения экваториальных координат звезд 2 ÷ 4, представленных на рис. 2.

**Решение. 1.** Очевидно, искомым созвездием является *созвездие Ориона*. Его легко распознать по астеризму «Пояс Ориона», состоящему из трех звезд 2 ÷ 4, и астеризму «Меч Ориона», состоящему из ряда близко расположенных звезд (к востоку от «Пояса Ориона»). (3 балла)

**2.** Самый яркой звездой на фотографии, очевидно, является *Сириус* ( $\alpha$  Большого Пса). Как известно, Сириус по яркости существенно превосходит свое звездное окружение, что отчетливо видно на фотографии. Кроме того, он расположен к востоку от Ориона для жителя северного географического полушария, что также подтверждается его положением на фотографии. (3 балла)

**3.** Поскольку Сириус расположен выше над горизонтом, чем Орион, и он расположен к восто-

ку от Ориона, а суточное вращение небесной сферы происходит с востока на запад, то, очевидно, это *закат Ориона*. (3 балла)

4. Поскольку на фотографии запечатлен закат, то независимо от географического полушария в котором выполнялась съемка, объектив камеры в этот момент должен был быть ориентирован *на запад*. (3 балла)

5. Заметим, что согласно данным задачи, звезда «2» (Минтака) фактически расположена на небесном экваторе. Если мысленно ее соединить прямой линией с Сириусом, то это прямая будет составлять с отвесной линией малый угол (согласно рис. 2). Как известно, Сириус располагается в южной полусфере небосвода, при этом его склонение существенно отрицательное. Такая ориентация этой прямой возможно только при наблюдении с южных широт. На это также указывает и ориентация прямой, проходящей через три звезды «Пояса Ориона». На это же указывает и завал к горизонту «верхней части» астеризма «Сноп» данного созвездия (для жителя северного географического полушария), представленной яркими звездами Бетельгейзе (она еще видна среди веток верхней части кроны деревьев) и Беллатрикс (скрыта растительностью Земли). (3 балла)

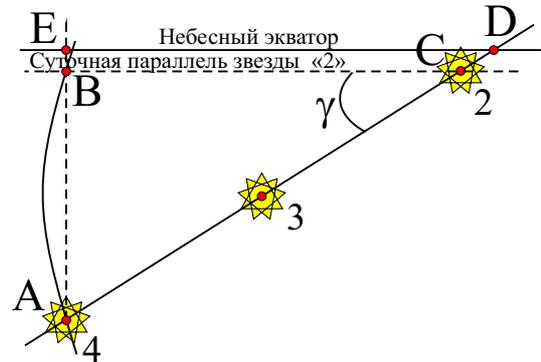


Рис. 3. К определению угла  $\gamma$ .

6. Для оценки широты местности рассмотрим вспомогательный рис. 3. Здесь отрезок  $ED$  – дуга небесного экватора,  $BC$  – дуга суточной параллели звезды «2», отрезок  $AB$  – дуга круга склонения звезды «4», отрезок  $AC$  – это дуга большого круга, соединяющего звезды 2 ÷ 4. Определим угол гамма. Для этого рассмотрим прямоугольный треугольник  $\triangle ABC$ . Очевидно катет  $BC$  равен разности прямых восхождений звезд «2» и «4», а катет  $AB$  равен разности склонений тех же звезд, то есть

$$BC = \alpha_4 - \alpha_2 = 9^m = 135', \quad AB = \delta_2 - \delta_4 = 99'.$$

Тогда тангенс искомого угла представляется в виде (2 балла):

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{AB}{BC} = \frac{99}{135}, \quad \Rightarrow \quad \gamma = \operatorname{arctg} \left( \frac{99}{135} \right) = 36.3^\circ. \quad (1)$$

Более грубую оценку данного угла можно получить, аппроксимируя сторону  $AB$  дугой окружности и применяя формулу для длины окружности в виде:

$$l = AB = R \cdot \gamma, \quad \text{где } R \approx \frac{1}{2}(BC + AC), \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{2 AB}{BC + AC} = 0.655 \text{ рад} = 37.5^\circ.$$

Далее на данной фотографии через звезды 2 ÷ 4 проведем прямую  $AC$  от нее отложим с помощью транспортира прямую  $B$  (см. рис. 4). Поскольку, согласно рис. 3 данная прямая параллельна экватору  $DE$ , то продолжая эту прямую в сторону видимого горизонта, находим точку ее пересечения с последним. С помощью транспортира определяем угол  $\psi = 55^\circ$ , который составляет суточная параллель звезды «2» (а значит и небесный экватор) с горизонтом. (2 балла) С другой стороны, как известно, угол между экватором и горизонтом равен  $\psi = 90^\circ - |\varphi|$ . Откуда следует выражение для широты места съемки (1 балл):

$$\varphi = -(90^\circ - \psi) = -35^\circ. \quad (2)$$

#### Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Правильно названо искомое созвездие с указанием характерных примет в идентификации/ без обоснования	3/ 1
Правильно названа самая яркая звезда фотографии с обоснованием/ без обоснования	3/ 1
Правильное указание на закат с обоснованием/ без обоснования	3/ 1

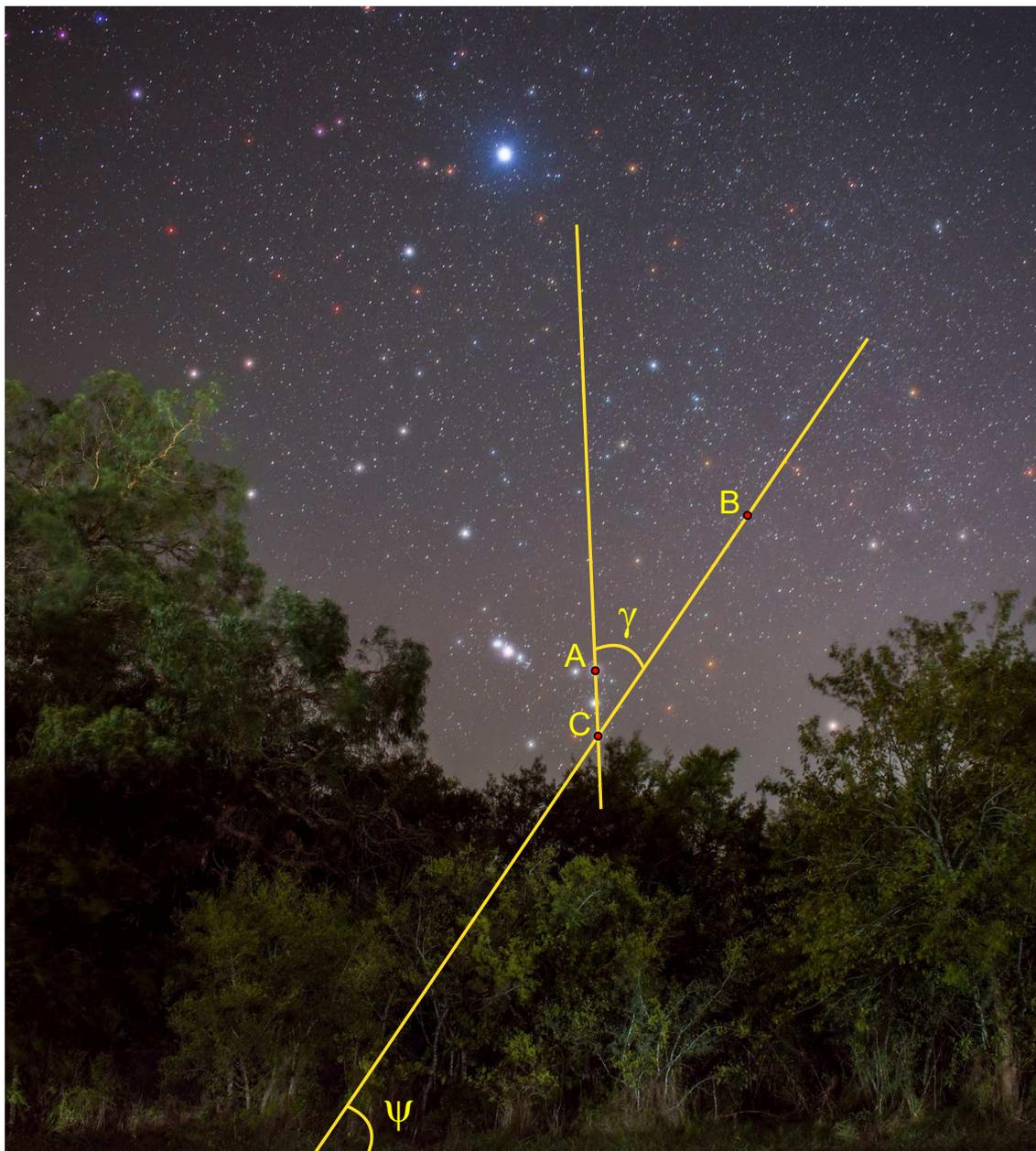


Рис. 4. К определению широты места наблюдения.

**Рекомендации для жюри (продолжение).**

Выполненная часть решения задачи	Балл
Правильно названа сторона света (запад) с обоснованием / без обоснования	3/ 1
Правильно указано географическое полушарие, из которого было выполнена съемка с обоснованием / без обоснования	3/ 1
Выполнено корректное определение широты места съемки в пределах ворот $[-30^\circ, -40^\circ]$ / $[-25^\circ, -45^\circ]$	5/ 2

**№ 3. «Свойства эллипса и орбита Земли»**

**Условие.** Эллипсом называется плоская замкнутая кривая второго порядка, удовлетворяющая следующему свойству: сумма расстояний от двух фиксированных точек плоскости (называемых фокусами эллипса, точки  $F_1, F_2$  на рис. 5) до любой точки этой кривой есть величина постоянная, т.е.,  $|\vec{r}_1| + |\vec{r}_2| = C$ , где  $C$  – некоторая константа. Для определения размеров и формы эллипса используются линейные параметры:  $a$  – большая полуось эллипса ( $a = AP/2$ ),  $b$  – малая полуось эллипса ( $b = BC/2$ ),  $c$  – его фокальное расстояние ( $c = F_1F_2/2$ ).

1. Определите значение константы  $C$  в терминах большой полуоси  $a$ . (2 балла)
2. Докажите, что аналитическая связь между параметрами  $a, b$  и  $c$  представляется в виде (3

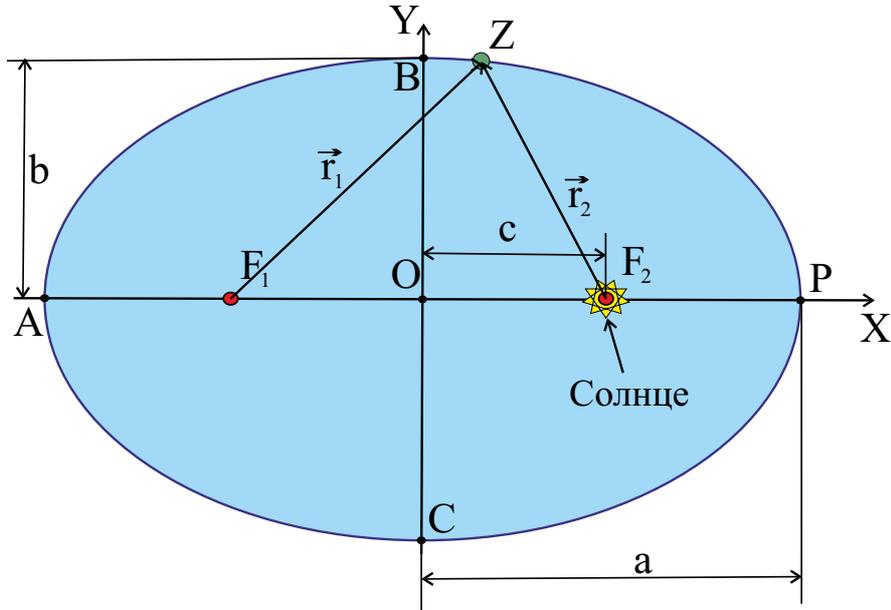


Рис. 5. К определению эллипса, его геометрических параметров и орбиты Земли.

$a_{\oplus}$ , а.е.	$\varepsilon_{\oplus}$	$b_{\oplus}$ , а.е.	$c_{\oplus}$ , а.е.	$q_{\oplus}$ , а.е.	$Q_{\oplus}$ , а.е.	$\kappa_{\oplus}$
1.000	0.0167					

Таблица 12. Основные параметры эллиптической орбит Земли.

балла):

$$a^2 = b^2 + c^2. \tag{3}$$

3. Для определения степени сплюснутости эллипса традиционно используют два альтернативных параметра: эксцентриситет ( $\varepsilon$ ) и сжатие эллипса ( $\kappa$ ), определяемые выражениями вида:

$$\varepsilon = \frac{c}{a}, \quad \kappa = \frac{a - b}{a}. \tag{4}$$

Докажите, что между данными параметрами существует следующая аналитическая связь (3 балла):

$$(1 - \kappa)^2 = 1 - \varepsilon^2. \tag{5}$$

4. С использованием справочных данных, докажите, что для всех классических планет (за исключением Меркурия) справедлива следующая связь между сжатием и эксцентриситетом орбиты (3 балла):

$$2\kappa = \varepsilon^2. \tag{6}$$

5. Согласно *первому закону Кеплера*, орбита каждой классической планеты есть эллипс, в одном из фокусов которого (точка  $F_2$  на рис. 5) находится Солнце. Ближайшая точка орбиты планеты к Солнцу (P) называется перигелием, а наиболее далекая – афелием (A). Определите расстояния от Солнца до перигелия ( $q = F_2P$ ) и афелия ( $Q = F_2A$ ) орбиты в терминах большой полуоси ( $a$ ) эллипса и его эксцентриситета ( $\varepsilon$ ). (2+2 балла)

6. Вычислите основные параметры эллиптической орбиты Земли с использованием результатов, представленных выше. Полученные численные результаты занесите в табл. 12. (5 баллов)

**Решение. 1.** Согласно определению эллипса, сумма расстояний от двух фокусов до любой точки эллипса есть величина постоянная. Выберем в качестве точки эллипса точку A (см. рис. 5). Тогда искомые расстояния от  $F_1$  и  $F_2$  до данной точки можно записать так

$$r_1 = a - c, \quad r_2 = a + c.$$

В итоге искомая константа есть (2 балла)

$$C = r_1 + r_2 = 2a. \tag{7}$$

$a_{\oplus}$ , а.е.	$\varepsilon_{\oplus}$	$b_{\oplus}$ , а.е.	$c_{\oplus}$ , а.е.	$q_{\oplus}$ , а.е.	$Q_{\oplus}$ , а.е.	$\kappa_{\oplus}$
1.0000	0.0167	0.99986	0.0167	0.9833	1.0167	$1.39 \cdot 10^{-4}$

Таблица 13. Основные параметры эллиптической орбиты Земли.

2. Выберем в качестве другой точки эллипса точку  $B$  (см. рис. 5). Тогда получаем равнобедренный треугольник  $\triangle F_1BF_2$ , в котором стороны  $F_1B$  и  $BF_2$  равны друг другу, а их сумма по-прежнему равна  $2a$ . Значит каждая из них равна  $a$ . Рассмотрим прямоугольный треугольник  $\triangle BOF_2$ . Для его сторон можно применить теорему Пифагора (3 балла):

$$BF_2^2 = OF_2^2 + OB^2, \text{ или } a^2 = b^2 + c^2.$$

3. Воспользуемся последним результатом и выразим из него фокальное расстояние:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}.$$

Подставим его в выражение для эксцентриситета (4):

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}, \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 1 - \varepsilon^2, \Rightarrow$$

$$b = a\sqrt{1 - \varepsilon^2}. \quad (8)$$

С другой стороны, из выражения (4) для коэффициента сжатия следует

$$\kappa = 1 - \left(\frac{b}{a}\right), \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right) = 1 - \kappa.$$

Из двух последних выражений следует уравнение вида (5), что и требовалось доказать. (3 балла)

4. Далее учтем, что для всех классических планет, за исключением Меркурия, эксцентриситет – малая величина, т.е. их эллипсы близки по форме к окружности, значит сжатие эллипса также является малой величиной. Следовательно, можно воспользоваться формулой приближенных вычислений (последняя формула §8 справочных данных) для левой части (5):

$$1 - 2\kappa \approx 1 - \frac{\varepsilon^2}{2}, \Rightarrow 2\kappa = \varepsilon^2,$$

что и требовалось доказать. (3 балла)

5. Согласно рис. 5, искомые расстояния  $q$ ,  $Q$  представляется в виде (2+2 балла):

$$q = F_2P = a - c = a(1 - \varepsilon), \quad Q = F_2A = a + c = a(1 + \varepsilon). \quad (9)$$

6. Численные значения основных параметров эллиптической орбиты Земли, рассчитанные по формулам (8), (4), (6), (9), представлены в табл. 13. (5 баллов)

#### Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Представлен корректный вывод для константы $C$ в терминах параметра $a$	2
Представлено доказательство существования аналитической связи (3) между параметрами $a$ , $b$ и $c$	3
Представлен вывод уравнения (5)	3
Из уравнения (5) получена редуцированная связь (6), с учетом малости $\varepsilon$ для классических планет или доказана эта связь численным образом путем прямой подстановки	3
Получены формулы для расстояний до перигелия + афелия орбиты в терминах $a$ и $\varepsilon$	2 + 2
Вычислены основные параметры эллиптической орбиты Земли с отклонением не более чем на $\pm 10\%$ от указанных	1(5)



Рис. 6. К определению малого солнечного гало.

#### № 4. «Солнечное гало в истинный полдень»

**Условие.** На рис. 6 представлена фотография малого солнечного гало – атмосферного оптического метеорологического явления, представляющего собой светящееся кольцо, образующееся вокруг Солнца, имеющее угловой радиус  $22^\circ$  и являющееся результатом рассеяния света на гексагональных кристаллах водяного льда. Определите: на каких географических широтах возможно наблюдение данного феномена в истинный полдень при условии, что нижняя точка гало находится точно на математическом горизонте? Возможно ли такое событие в г. Самаре ( $\varphi_S = 53^\circ 12'$ ,  $\lambda_S = 50^\circ 06'$ )? (20 баллов)

**Решение. 1.** Согласно фотографии рис. 6, Солнце располагается в центре светящегося кольца. Если его нижняя точка расположена на горизонте, то само Солнце должно располагаться в полдень на высоте, равной его угловому радиусу, т.е.  $h_\odot = 22^\circ$ . (2 балла)

2. Воспользуемся формулой для высоты светила в верхней кульминации к югу от зенита (3 балла):

$$h_\odot = 90^\circ - \varphi + \delta_\odot = 22^\circ, \Rightarrow \varphi = 90^\circ - h_\odot + \delta_\odot = 68^\circ + \delta_\odot.$$

3. Далее учтем, что в течение года склонение Солнца изменяется в пределах (3 балла):

$$-23^\circ 26' \leq \delta_\odot \leq +23^\circ 26'.$$

Значит из двух последних выражений следует, что широта места наблюдения должна быть в интервале (3 балла):

$$44^{\circ}34' \leq \varphi \leq +91^{\circ}26'.$$

4. Однако, необходимо помнить, что область возможных значений для географической широты определяется интервалом (3 балла):

$$-90^{\circ} \leq \varphi \leq +90^{\circ}.$$

5. В итоге получаем искомый интервал в северном географическом полушарии (3 балла):

$$44^{\circ}34' \leq \varphi \leq +90^{\circ}. \quad (10)$$

6. Аналогично рассуждая в случае кульминации к северу от зенита, получаем второй интервал (3 балла):

$$-90^{\circ} \leq \varphi \leq -44^{\circ}34'. \quad (11)$$

**Ответ:** к задаче представляется интервалами (10)-(11).

**Рекомендации для жюри.**

Выполненная часть решения задачи	Балл
Корректно определена высота Солнца в истинный полдень	2
Использована формула для верхней кульминации к югу/северу от $Z$	3
Учтен интервал допустимых значений для склонения Солнца в течение года	3
Получен первичный интервал возможных значений для широты места наблюдения	3
Учтена область допустимых значений для географической широты	3
Определен итоговый интервал возможных значений для искомым точек наблюдений в северном + южном географическом полушарии	3+3

### № 5. «Вековой параллакс галактики Андромеды и не только»

**Условие.** Метод годичного параллакса – один из методов определения расстояний до звезд, заключающийся в измерении величины их угловых смещений относительно очень далеких объектов фона, обусловленных движением Земли вокруг Солнца. Здесь основным линейным параметром выступает радиус (большая полуось) орбиты Земли ( $a_{\oplus}$ ). По аналогии можно определять расстояния до очень далеких объектов, используя движение Солнечной системы относительно центра галактики Млечный путь. Соответствующий параллакс принято называть **вековым**. Полагая, что радиус круговой орбиты Солнечной системы (относительно центра Галактики) составляет  $a_{\odot} = 7.8$  кпк, определите:

1. Во сколько раз вековой параллакс внегалактического (далекого) объекта больше годичного? (3 балла)

2. Оцените: во сколько раз должны отличаться продолжительности экспериментов по определению векового и годичного параллаксов для какого-либо далекого объекта космоса? Период обращения Солнечной системы относительно центра Галактики составляет  $T_{\odot} = 250$  млн лет. (4 балла)

3. Вычислите вековой параллакс для галактики Андромеды, если ее расстояние от Млечного пути –  $r_A = 780$  килопарсек. (3 балла)

4. Галактика Млечный Путь и галактика Андромеды очень похожи друг на друга. Если полагать, что данные галактики подобны друг другу, то чему должен быть равен радиус орбиты планетарной системы (подобно солнечной), движущейся вокруг центра галактики Андромеды? Следует полагать, что диаметры галактик Андромеды и Млечного Пути составляют 45 и 30 килопарсек соответственно. (2 балла)

5. Чему будет равен вековой параллакс галактики Млечный путь, если его попытаться измерить с поверхности одной из планет данной планетарной системы? (3 балла)

6. Оцените продолжительность эксперимента по определению векового параллакса Млечного пути с поверхности указанной планеты. Следует полагать, что измерения угловых смещений Галактики проводятся с противоположных точек галактической орбиты, а скорости обращения Солнечной системы и данной планетарной системы равны. Изменением расстояния между галактиками за время измерения параллакса пренебречь. (5 балла)

**Решение. 1.** Согласно определению, *годовым параллаксом* небесного тела называется угол ( $\pi_{\oplus}$ ), под которым виден радиус ( $a_{\oplus}$ ) земной орбиты с позиции небесного тела ( $T$ ), при условии, что направления на это тело и на Солнце, с позиции земного наблюдателя, взаимно перпендикулярны (см. рис. 7). Согласно рис. 7, из прямоугольного  $\triangle SET$  следует

$$\sin \pi = \frac{a_{\oplus}}{\Delta}, \quad (12)$$

здесь  $a_{\oplus}$ ,  $\Delta$  – радиус орбиты Земли и расстояние от Солнца до данного небесного тела. Поскольку угол  $\pi$  для всех объектов, расположенных за пределами Солнечной системы, является малым, то можно воспользоваться формулой приближенных вычислений для функции  $\sin \pi$ :  $\sin \pi \approx \pi$  (см. §8 справочных данных). Следовательно формулу (12) можно переписать так (1 балл)

$$\pi \approx \frac{a_{\oplus}}{\Delta}, \Rightarrow \pi'' = \left(\frac{a_{\oplus}}{\Delta}\right) \times 206265'', \quad (13)$$

здесь  $\pi$  – годичный параллакс измеряемый в радианах, а  $\pi''$  – в угловых секундах.

Аналогично рассуждая, можно записать формулу для векового параллакса (1 балл) :

$$\Pi'' = \left(\frac{a_{\odot}}{\Delta}\right) \times 206265''. \quad (14)$$

Из выражений (13) и (14) для параллаксов, определенных для одного и того же внегалактического (далекого) объекта, следует, что (1 балл)

$$\frac{\Pi''}{\pi''} = \frac{a_{\odot}}{a_{\oplus}} = 1.61 \cdot 10^9. \quad (15)$$

2. Как видно из рис. 7, максимальный угол, который можно измерить на эксперименте в результате изменения положения Земли относительно Солнца, равен  $2\pi''$  (чем больше искомый угол, тем точнее его можно измерить!). При этом Земля должна располагаться для далекого объекта фактически в диаметрально противоположных точках своей орбиты. (1 балл) Следовательно для определения данного угла потребуется время равное, как минимум, половине периода ( $\frac{1}{2}T_{\oplus}$ ) обращения Земли вокруг Солнца. (1 балл) В случае измерения векового параллакса необходимо, как минимум,  $1/2$  периода обращения Солнечной системы ( $\frac{1}{2}T_{\odot}$ ) вокруг центра галактики. Значит отношение продолжительностей экспериментов по определению векового и годичного параллаксов для какого-либо далекого объекта должно быть (2 балла)

$$\frac{t_{\Pi''}}{t_{\pi''}} = \frac{\frac{1}{2}T_{\odot}}{\frac{1}{2}T_{\oplus}} = 2.5 \cdot 10^8. \quad (16)$$

3. С использованием результата (14) получаем следующее значение векового параллакса для галактики Андромеды (3 балла):

$$\Pi''_A = \left(\frac{a_{\odot}}{r_A}\right) \times 206265'' = 2063'' = 34.4' = 0.57°. \quad (17)$$

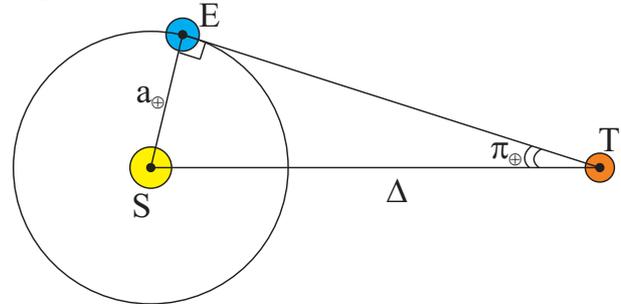


Рис. 7. К определению годового параллакса.

4. Если рассматриваемые галактики являются подобными системами, то отношение их соответствующих линейных размеров должно определять их коэффициент ( $K$ ) подобия (2 балла):

$$K = \frac{D_A}{D_{MW}} = \frac{a_p}{a_\odot}, \Rightarrow a_p = a_\odot \frac{D_A}{D_{MW}} = 1.5 \cdot 7.8 \cdot 10^3 \text{ пк} = 11.7 \text{ кпк}, \quad (18)$$

здесь  $D_A = 45$  кпк,  $D_{MW} = 30$  кпк – диаметры галактик Андромеды и Млечный Путь.

5. С использованием результата (14) получаем следующее значение векового параллакса для галактики Млечный Путь относительно одной из планет данной планетарной системы (3 балла):

$$\Pi''_{MW} = \left( \frac{a_p}{r_A} \right) \times 206265'' = 3094'' = 51.6' = 0.86^\circ. \quad (19)$$

6. Поскольку скорости обращения Солнечной системы и данной планетарной системы равны, тогда можно определить период обращения последней (3 балла):

$$\frac{2\pi a_\odot}{T_\odot} = \frac{2\pi a_p}{T_p}, \Rightarrow T_p = T_\odot \frac{a_p}{a_\odot} = 3.75 \cdot 10^8 \text{ лет}.$$

Как было обосновано в пункте 2, для проведения эксперимента по определению векового параллакса необходимо измерение угловых смещений небесного тела с противоположных точек галактической орбиты. Значит необходимо, как минимум,  $\frac{1}{2}T_p = 187.5$  млн лет! (2 балла)

#### Критерии оценки задачи.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Явно определен годичный параллакс + вековой параллакс + их отношение	1+1+1
Правильно определено положение планеты/ Солнечной системы на орбите + необходимое время в терминах периода обращения + искомое отношение продолжительностей экспериментов	1+1+2
Получено корректное значение векового параллакса для галактики Андромеды	3
Получено корректное значение для радиуса орбиты планетарной системы	2
Получено корректное значение векового параллакса для галактики Млечный Путь	3
Правильно определен период обращения планетарной системы + время проведения эксперимента по определению векового параллакса	3 + 2

#### № 6. «Сближение Юпитера и Венеры 2023 года»

**Условие.** На рис. 8 представлен коллаж фотографий последовательного сближения Юпитера и Венеры на западной стороне небосвода, сделанных в Индии в интервале 21 февраля ÷ 2 марта (отсчет времени на рисунке слева направо, 22 февраля к ним добавилась еще и Луна) с помощью одного фотоаппарата с неизменными настройками. Все фотографии были сделаны в одно и то же местное гражданское время (19 часов 00 минут), ежедневно.

1. Идентифицируйте на коллаже фотографий Венеру, Юпитер и Луну (подпишите их на данной фотографии). (1 балл за каждый правильно названный объект)

2. Определите (в соответствующей ячейке поставьте знак "+") к какой ближайшей конфигурации стремительно приближалась каждая из планет в указанный промежуток времени? Свой выбор поясните. (2 балла за каждую правильно определенную конфигурацию с пояснением)

Основные конфигурации Венеры			
Нижнее соединение	Верхнее соединение	Наибольшая восточная элонгация	Наибольшая западная элонгация
Основные конфигурации Юпитера			
Соединение	Противостояние	Восточная квадратура	Западная квадратура

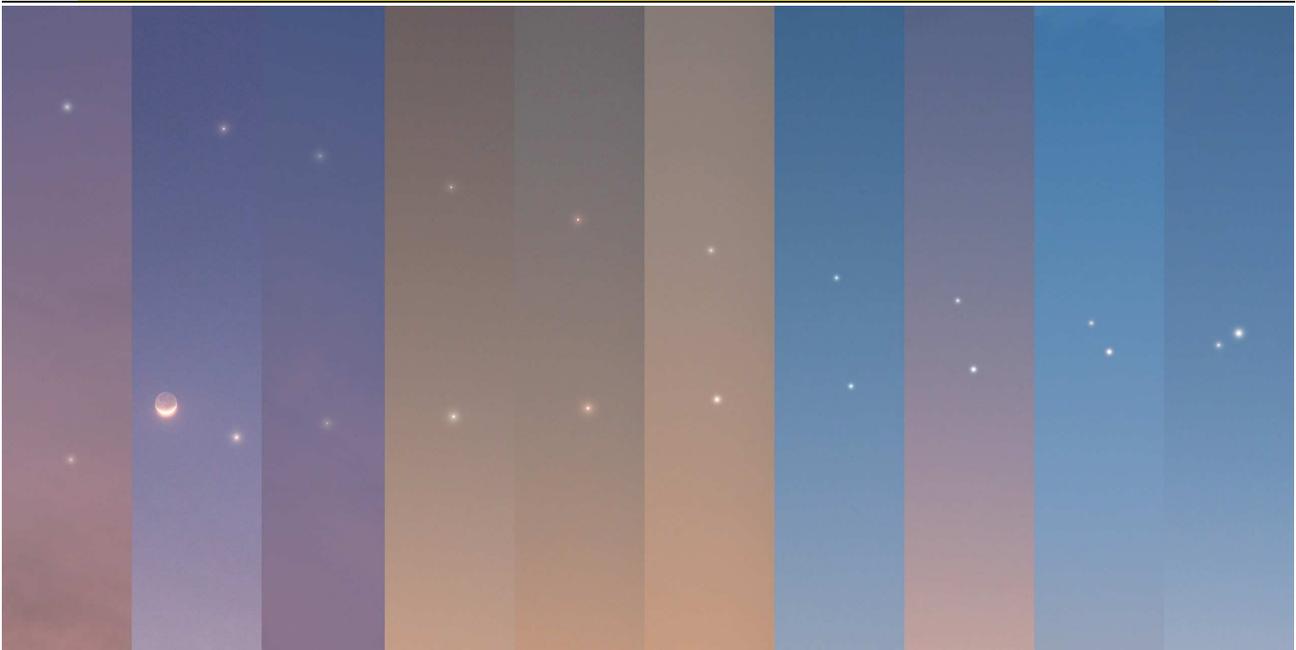


Рис. 8. Коллаж фотографий последовательного сближения Юпитера и Венеры, сделанных в интервале 21 февраля ÷ 2 марта.

3. Определите угловой масштаб фотографии (угол приходящийся, на единицу длины рисунка). (3 балла)

4. Постройте графики зависимости угловой скорости (в градусы/сутки) взаимного сближения Венеры и Юпитера (отношение изменения углового расстояния между планетами к промежутку времени за которое это изменение произошло) от а) времени наблюдений и б) взаимного углового расстояния. Остается ли постоянной с течением времени искомая угловая скорость? (4+4 балла)

5. Оцените дату и время (по шкале местного гражданского времени), когда траектории видимого движения данных небесных тел "пересеклись"? (2 балла)

Орбиту Луны считать круговой.

**Решение. 1.** Очевидно, на фотографии рис. 9 самым ярким и неточечным объектом является Луна (объект «1» на фотографии). Вторым по яркости является Венера (объект «2» на фотографии) и занимает почти на всех кадрах (за исключением последнего) нижнее положение. Юпитер самый тусклый объект («3») среди представленных и почти на всех кадрах (за исключением последнего) занимает верхнее положение. (1 балл за каждый правильно названный объект)

2. Прежде всего, обратим внимание на то, что серп Луны буквально "лежит на горизонте" (вершины светлого серпа лежат на прямой, параллельной горизонту). Значит Солнце за кадром всегда расположено внизу, под нижней кромкой кадра. С течением времени Венера удаляется от Солнца. Поскольку эти объекты наблюдались на западе, очевидно, после захода Солнца, значит Венера уже прошла свое верхнее соединение и устремлялась к своей *наибольшей восточной элонгации*. Юпитер напротив, сближается с Солнцем, пройдя свою восточную квадратуру (угол наибольшей элонгации Венеры составляет  $47^\circ$ , а у Юпитера в квадратуре –  $90^\circ$ , поскольку Юпитер и Венера были на угловом расстоянии друг от друга в несколько градусов, значит Юпитер уже точно прошел свою квадратуру!) и устремившись к своему *соединению* с Солнцем. (2 балла за каждую правильно определенную конфигурацию с пояснением)

3. Для определения углового масштаба фотографии заметим, что можно определить линейный диаметр Луны по фотографии. Необходимо при этом его правильно измерить: линейку следует прикладывать к диску Луны горизонтально (а не вертикально!) и измерять диаметр незасвеченной части ее диска. Согласно распечатке фотографии на листах формата А4, диаметр лунного диска составляет  $d_\zeta = 3$  мм. (1 балл) С другой стороны мы можем определить угловой диаметр Луны (1 балл):

$$D_\zeta'' = \frac{2\mathfrak{R}_\zeta}{a_\zeta} \times 3438' = 31.1',$$

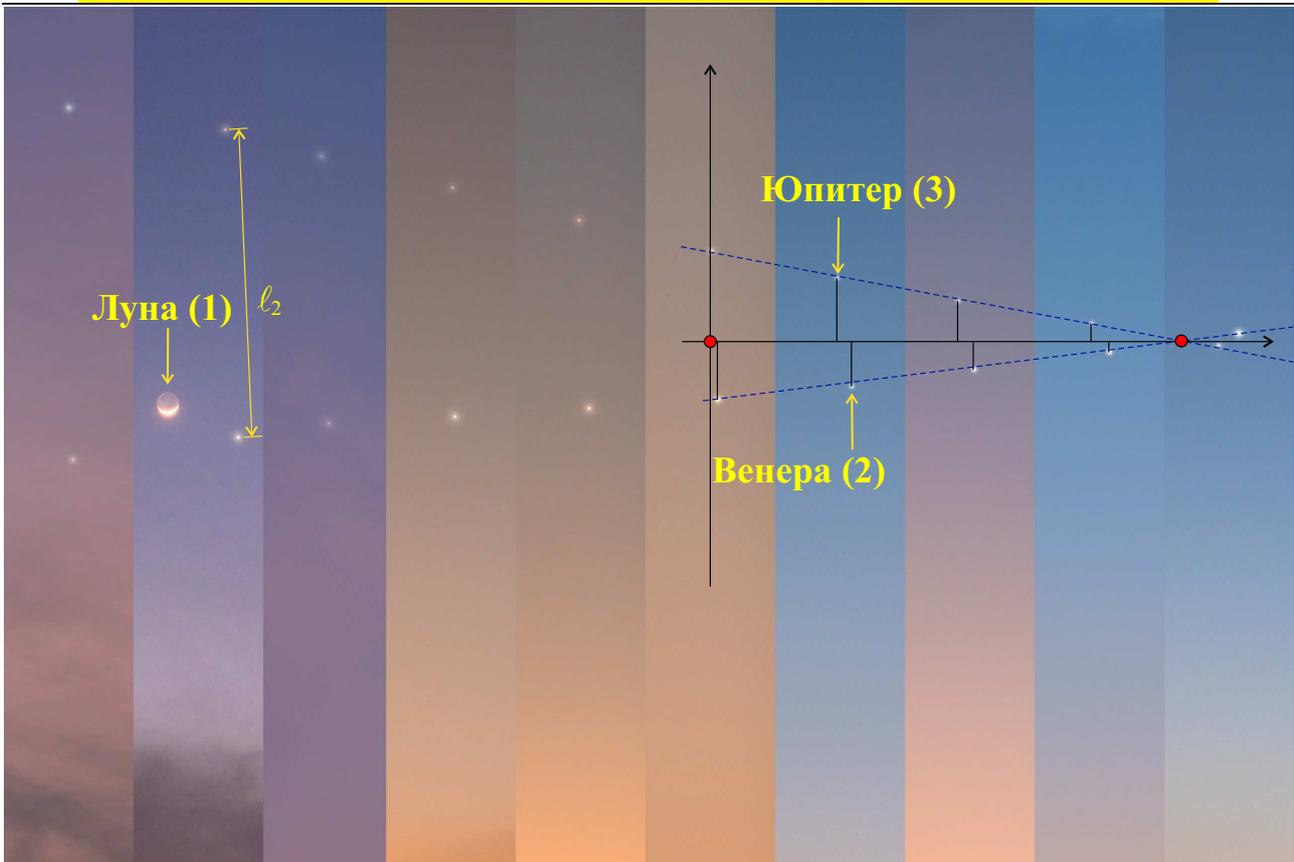


Рис. 9. К определению Луны, Юпитера и Венеры, углового расстояния между планетами.

Значения линейных расстояний $\ell_i$ между планетами, в мм									
44	38.5	34	29	24	19	14	9	4.5	3
Значения угловых расстояний $a_i$ между планетами, в угл. мин									
457.6	400.4	353.6	301.6	249.6	197.6	145.6	93.6	46.8	31.2
Значения усредненных угловых расстояний $\bar{a}_i$ между планетами, в мм									
429.0	377.0	327.6	275.6	223.6	171.6	119.6	70.2	39.0	
Значения средней угловой скорости сближения $\bar{\omega}_i$ между планетами, в угл. мин/сут									
57.2	46.8	52.0	52.0	52.0	52.0	52.0	46.8	15.6	
Значения среднего момента $\bar{t}_i$ времени сближения, в сут									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	

Таблица 14. К определению исходных линейных  $\ell_i$  и угловых  $a_i$  расстояний между планетами, средних значений  $\bar{a}_i$  угловых расстояний, угловой скорости  $\bar{\omega}_i$  сближения.

здесь  $R_{\zeta} = 1738$  км,  $a_{\zeta} = 384400$  км – радиус Луны и радиус ее орбиты соответственно. **Угловым масштабом фотографии** называется отношение углового размера какой-либо детали или объекта фотографии к ее линейному размеру, определенному непосредственно по фотографии (1 балл):

$$\mu_a = \frac{D''_{\zeta}}{d_{\zeta}} = 10.4' / \text{мм}. \quad (20)$$

4. Для построения искомым графиков необходимо, прежде всего, определить текущие угловые расстояния между Юпитером и Венерой в каждом сеансе съемки. Для этого с помощью линейки мы определяем линейные расстояния  $\ell_i$  между указанными планетами на каждом фрагменте коллажа. Заносим эти значения в табл. 14. (1 балл) С использованием углового масштаба определяем видимые угловые расстояния  $a_i = \mu_a \cdot \ell_i$  между светилами на небосводе, которые также заносим в ту же табл. 14. (1 балл) Находим разности между ближайшими значениями угловых расстояний и делим их на продолжительность одних суток (1 балл):

$$\bar{\omega}_i = \frac{a_{i+1} - a_i}{\delta t}.$$

В итоге получаем 9 значений средней угловой скорости  $\bar{\omega}_i$  их взаимного сближения. Для постро-

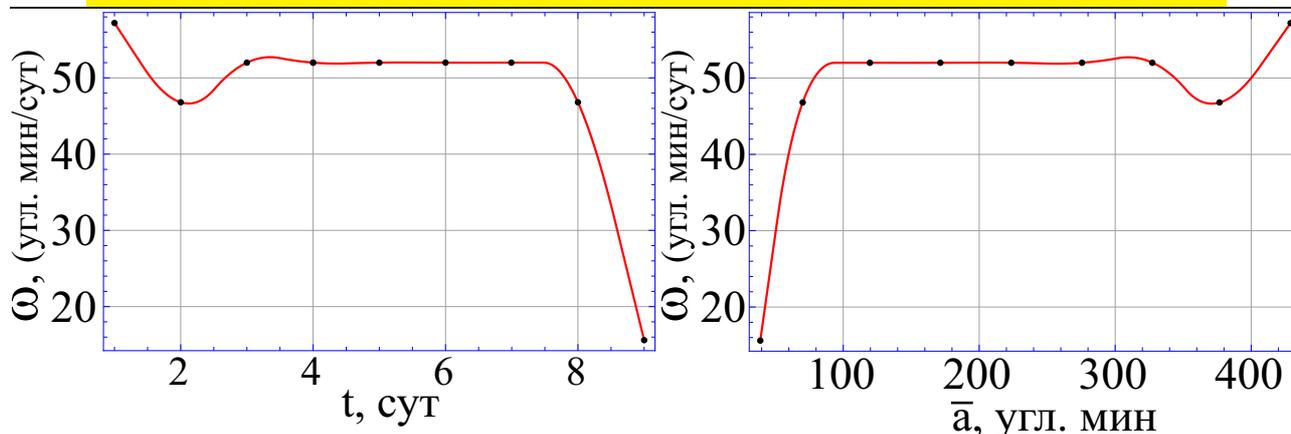


Рис. 10. Зависимость угловой скорости сближения планет от а) времени наблюдений (за начало отсчета времени принята дата 21.02), б) усредненного углового расстояния между планетами.

ения графика зависимости скорости от взаимного углового расстояния следует также вычислить среднее значение углового расстояния между двумя ближайшими событиями по формуле (1 балл) :

$$\bar{a}_i = \frac{a_{i+1} + a_i}{2}, \text{ где } i = \overline{1 \div 9}.$$

Далее по полученным парам значений  $(t_i, \bar{\omega}_i)$ ,  $(\bar{a}_i, \bar{\omega}_i)$  строим указанные два графика (см. рис. 10). Очевидно, угловая скорость взаимного сближения не остается постоянной с течением времени. Однако с 24 по 28 февраля этот параметр фактически не менялся и оставался на уровне 52'/сут. (2+2 балл)

5. Очевидно, пересечение траекторий видимого движения данных планет произошло на рубеже 1 ÷ 2 марта. Попытаемся оценить момент более точно. Для этого заметим, что в интервале с 26 февраля по 2 марта видимые положения планет аккуратно ложатся на прямые (смотри дополнительные построения на рис. 10, пунктирные линии) – это участки траектории видимого движения планет, которые, очевидно, пересекаются в точке А. Проведем горизонтальную ось ОХ параллельно нижней кромке фотографии. Опустим на данную ось перпендикуляры из видимых положений планет. Определим их длины на каждом фрагменте коллажа и сложим их. Получаем четыре значения: 19.5 мм, 14.5 мм, 9 мм, 4 мм. Найдем разности соседних значений. В итоге получаем: 5.0 мм, 4.5 мм, 5.0 мм. Их среднее значение 4.83 мм. Именно на такую величину уменьшалось расстояние в среднем между данными планетами в каждом последующем сеансе-съемке относительно предыдущего, откладываясь вдоль оси ОУ. Очевидно, пересечение орбит произошло после 1 марта 19.00 спустя  $(4 \text{ мм}/4.83 \text{ мм}) \cdot 24 \text{ часа} \approx 20 \text{ часов}$ , т.е. 2 марта в 15 часов. (2 балла)

**Критерии оценки задачи.**

Выполненная часть решения задачи	Балл
Корректная идентификация на фотографии Луны + Венеры + Юпитера	1+1+1
Правильное определение конфигурации, к которой стремилась планета на момент съемки, в случае Венеры + Юпитера	2+2
Корректно определен по рисунку линейный диаметр Луны (с пояснением методики) + вычислен угловой диаметр Луны + определен угловой масштаб фотографии с отклонением от авторского не более чем на ±15%	1 + 1 + 1
Измерены по рисунку 10 линейных расстояний между планетами + вычислены соответствующие угловые расстояния + 9 значений средней угловой скорости + 9 значений усредненных угловых расстояний между планетами + построены график 1+ график 2	1+ 1 + 1 + 1 + 2 + 2
Выполнена корректная оценка даты и момента времени пересечения траекторий видимого движения планет с отклонением от авторского не более чем на ±3 часа	2

На решение задач данного этапа Олимпиады участникам отводится 4 часа.

## Основные справочные данные

### §1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная –  $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме –  $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная –  $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана –  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона –  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона –  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица –  $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек –  $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Световой год –  $1 \text{ св. г.} = 9.461 \cdot 10^{15} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла –  $H = 70.0 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

### §2. Данные о Солнце

- Радиус –  $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса –  $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость –  $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая визуальная звездная величина –  $-26.74^m$
- Видимая болометрическая звездная величина –  $-26.80^m$
- Абсолютная болометрическая звездная величина –  $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) –  $+0.67^m$
- Эффективная температура –  $5778 \text{ К}$
- Средний горизонтальный параллакс –  $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли –  $1360 \text{ Вт/м}^2$
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли –  $600 \text{ Вт/м}^2$

### §3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты –  $0.017$
- Тропический год –  $365.24219 \text{ сут}$
- Средняя орбитальная скорость –  $29.8 \text{ км/с}$
- Период вращения –  $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 –  $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус –  $6378.14 \text{ км}$
- Полярный радиус –  $6356.77 \text{ км}$
- Средний (по объему) радиус –  $6371.01 \text{ км}$
- Масса –  $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность –  $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы –  $\text{N}_2$  (78%),  $\text{O}_2$  (21%),  $\text{Ar}$  ( $\sim 1\%$ )

### §4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли –  $384400 \text{ км}$
- Минимальное расстояние от Земли –  $363300 \text{ км}$
- Максимальное расстояние от Земли –  $405500 \text{ км}$
- Эксцентриситет орбиты –  $0.055$

- Наклон плоскости орбиты к эклиптике –  $5^{\circ}09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса –  $7.348 \cdot 10^{22}$  кг или  $1/81.3$  массы Земли
- Средняя плотность –  $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние –  $-12.7^m$

### §5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность г·см <sup>-3</sup>	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты градусы	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	$-26.8^m$
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	$-0.1$
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут <sup>†</sup>	177.36	0.65	$-4.4^m$
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	$-2.0^m$
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	$-2.7^m$
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	$0.4^m$
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час <sup>†</sup>	97.86	0.51	$5.7^m$
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	$7.8^m$

\* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

### §6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики градусы	Период обращения	Синодический период сут
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

## §7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбе-до	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см <sup>-3</sup>	км	сут		
<b>Земля</b>							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
<b>Марс</b>							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
<b>Юпитер</b>							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
<b>Сатурн</b>							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
<b>Уран</b>							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
<b>Нептун</b>							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 <sup>†</sup>	0.7	13.5

\* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

## §8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь  $x \ll 1$ , все углы выражаются в радианах.