

САМАРСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ДЛЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ
ОТКРЫТОЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ
ПО АСТРОНОМИИ им. Ф.А. БРЕДИХИНА
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ.
СЕЗОН: 2022-2023, ТУР № 2



Самара, 2023 г.

Дорогие Друзья!

Вашему вниманию в данном релизе представлены 10 оригинальных задач двух уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В). Задачи составлены в соответствии с *Перечнем вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 7-9 классов к решению задач ее различных этапов.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: «Условия и решения конкурсных задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023 среди обучающихся 7-9 классов. Тур № 2». – <https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

Составитель: – *Филиппов Юрий Петрович*, научный руководитель школы, методист СРЦОД, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева.

Верстка в системе *ВТ_EX* – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

Памятка участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023

1. Официальный сайт Астрошколы:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

2. Официальная группа в VK:

vk.com/bredikhinolimp

3. Сроки подачи решений задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023 тура № 2 на проверку:

15.02.2023-31.03.2023!!!

4. Электронный ящик ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023:

samrasolimp@mail.ru

5. Руководство зарегистрированного участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/maindocs>

ИЛИ

<https://vk.com/bredikhinolimp>

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023, **внимательно** ознакомьтесь с **«Руководством зарегистрированного участника ОМОА им Ф.А. Бредихина-2023»!** Электронный адрес последнего указан в **Памятке участника.**

Уровень «Новичок» (уровень А)**№1. «Сириус – ярчайшая звезда самарского ночного небосвода»**

Самой яркой звездой самарского ночного небосвода является Сириус.

1. С использованием лишь его экваториальных координат ($\alpha_* = 06^h45^m$, $\delta_* = -16^\circ43'$) на копии одной из карт звездного неба (см. приложение В.1) укажите его положение на небосводе. В какой созвездии располагается эта звезда? (2 балла)

2. Чему равна высота звезды в верхней кульминации в г. Самаре (широта: $\varphi = 53^\circ12'$, долгота: $\lambda = 50^\circ06'$)? Является ли данная звезда в этом городе незаходящей? (4 балла)

3. Какой сезон года является оптимальным для наблюдений Сириуса на ночном небосводе г. Самары? Свой ответ обоснуйте строго математически. (4 балла)

№2. «Взгляд на Солнце с Сириуса»

С использованием лишь карт звездного небосвода (см. приложение В.1) и экваториальных координат Сириуса (см. условие предыдущей задачи), определите:

1. В какой созвездии должно наблюдаться Солнце с точки зрения гипотетического наблюдателя, расположенного в малой окрестности Сириуса? Укажите положение Солнца на копии карты звездного неба. (2 балла)

2. Оцените угловое расстояние между Солнцем и самой яркой звездой (с точки зрения земного наблюдателя) этого созвездия. (2 балла)

3. Чему равна видимая звездная величина Солнца с позиции гипотетического наблюдателя, если годичный параллакс Сириуса равен $\pi_* = 0.379''$. Будет ли видно Солнце из окрестностей Сириуса невооруженным глазом? (3 балла)

4. Оцените, во сколько раз Солнце будет ярче/тусклее самой яркой звезды (видимой с Земли) созвездия, на которое оно проецируется? (3 балла)

№3. «Путешествие близнецов»

Два близнеца, рост которых $h = 1.8$ м, сели в две одинаковые лодки и отправились в путешествие морским путем в противоположные стороны. Определите:

1. Какой из горизонтов (видимый или математический) для каждого близнеца будет ближе к их зениту? На сколько (в угловых секундах) один горизонт будет выше другого? (3 балла)

2. Чему равно максимальное расстояние между близнецами, отсчитываемое по поверхности воды, при котором они еще смогут видеть друг друга? (3 балла)

3. Чему равно время взаимного удаления лодок на это расстояние, если скорость движения каждой лодки относительно воды постоянна и равна $v_0 = 8$ км/ч? На море – штиль. Землю считать шаром. (2 балла)

№4. «Изменение положения на небосводе ближайших звезд»

Как известно, годичный параллакс ближайшей звезды к Солнцу – Проксима Центавра составляет $\pi = 0.746''$, а разрешающая способность здорового человеческого глаза составляет $\beta_y = 1'$.

1. Оцените, в направлении каких созвездий и на какое минимальное геоцентрическое расстояние (выраженное в а.е.) необходимо переместиться космическому аппарату от Земли, чтобы стали видны невооруженному глазу человека изменения положения звезд на небосводе? (4 балла)

2. Оцените минимальное возможное время, необходимое для передачи сигнала от Земли до КА и обратно, в случае, когда последний достигнет указанного расстояния. (2 балла)

3. Какие небесные тела могут оказаться по соседству с КА в этом положении? (2 балла)

4. Оцените минимальное время полета КА от Земли до данной точки по орбите Гомана-Цандера-Ветчинкина. (4 балла)

Уровень «Знаток» (уровень В)**№5. «Точка весеннего равноденствия и ее "судьба"»**

1. Что такое точка весеннего равноденствия? (1 балл)

2. С использованием карт звездного небосвода (см. приложение В.1), определите: в каком созвездии она располагается сегодня? На копии соответствующей карты укажите ее положение. (2 балла)

3. Почему ее иногда называют точкой Овна? Оцените с использованием лишь карты звездного неба, значений тропического ($T_{\text{тр}} = 365.242188315$ сут) и звездного года ($T_{\oplus} = 365.256363004$ сут) Земли, какое минимальное количество лет тому назад это утверждение было корректным? (5 баллов)

4. Оцените минимальное количество лет спустя от настоящего момента, через которые эту точку можно будет назвать точкой Водолея? (3 балла)

№6. «Прецессия земной оси и эпохи северных полярных звезд»

С использованием лишь карты звездного неба (см. приложение В.1)

1. Постройте круг прецессии, который описывает северный полюс мира на копии соответствующей карты. Укажите на данном круге направление видимого движения полюса мира. Следует при этом полагать, что ось мира в прецессионном движении описывает в пространстве круговой конус с углом раствора $\varepsilon = 23.5^\circ$. Какие созвездия проходит северный полюс мира в течение одного периода прецессии земной оси? (4 балла)

2. Какие яркие звезды (блеск которых $m_* \leq 5^m$) могут выполнять роль Полярной звезды при таком движении (следует относить к таким звездам, к которым полюс мира подходит на расстояние $\Delta \leq 3^\circ$). Оцените, через какое количество лет северный полюс мира подойдет к соответствующей звезде, на минимальное расстояние? (5 баллов)

3. Чему равен телесный угол (в квадратных градусах) полосы небосвода, в котором располагаются "полярные звезды"? (3 балла)

№7. «Одно из первых достижений в истории астрономии»

Одним из первых значимых достижений в истории астрономии является определение угла наклона ε эклиптики к экватору китайским астрономом Чу Конгом в 1100 г. до н. э. Астроном в течение года внимательно наблюдал за тенью гномона, отбрасываемой в ясный полдень. В результате он смог определить высоту Солнца в полдень дня летнего солнцестояния, $h_{\max}^{(s)} = 79^\circ 06' 20''$, и в день зимнего солнцестояния – $h_{\max}^{(w)} = 30^\circ 22' 20''$. Чу Конг догадался, что Солнце в указанные дни располагалось симметрично относительно некоторой средней полосы небосвода (небесного экватора). Именно поэтому разность полуденных высот светила обусловлена лишь отклонением Солнца от этой полосы на угол ε то в одну, то в другую сторону. С использованием данных, полученных Чу Конгом, инструментов астрометрии и современных представлений о видимом движении Солнца

1. Докажите строго математически, что догадка Чу Конга о положении Солнца в дни солнцестояний относительно небесного экватора была верной. (3 балла)

2. Определите угол ε наклона эклиптики к экватору на момент наблюдений. Почему полученное значение не совпадает с сегодняшним значением угла ε_0 ? (2 балла)

3. Определите географическую широту места расположения астронома на территории Китая. (2 балла)

4. Известно также, что Чу Конг выполнил свои наблюдения в стенах древ-



Рис. 1. Карта Древнего Китая.

нейшей обсерватории Китая – Чжоугунской обсерватории, на окраине одного крупного города Древнего Китая, расположенного на территории современной провинции Хэнань. С использованием карты Древнего Китая (см. рис. 1), определите этот город, если его современная долгота составляет $112^{\circ}25'$. (2 балла)

5. Зависимость угла ε на больших временных интервалах уверенно описывается формулой вида:

$$\varepsilon = 23^{\circ}26'21.406'' - 46.836769'' \cdot T - 0.0001831'' \cdot T^2 + 0.00200340'' \cdot T^3 - 0.576'' \cdot 10^{-6} \cdot T^4 - 4.34'' \cdot 10^{-8} \cdot T^5, \quad (1)$$

здесь T – число столетий, прошедших от эпохи J2000.0 (если рассматриваемый момент, предшествует указанной дате, то $T < 0$). Оцените абсолютную погрешность определения Чу Конгом угла ε относительно теоретического значения, полученного по формуле (1). (3 балла)

6. Разгадав город, с использованием точного значения его широты, взятого из Википедии, оцените абсолютную погрешность определения широты, полученной в пункте 3. (2 балла)

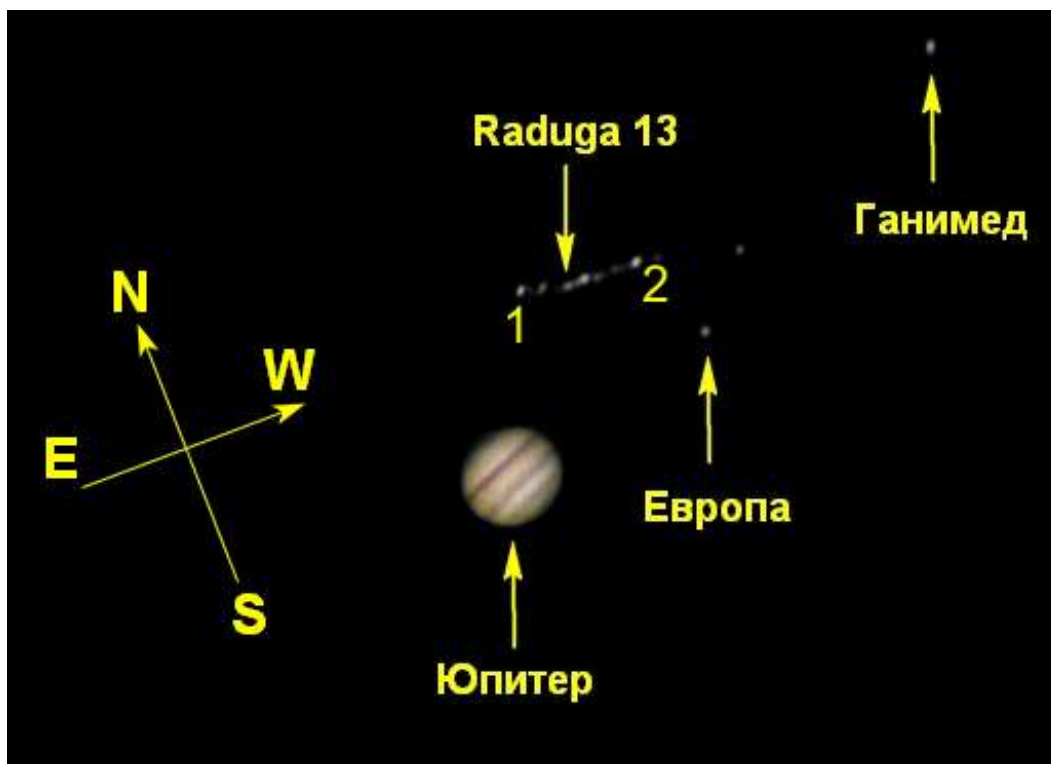


Рис. 2. Тесное сближение Юпитера и геостационарного спутника Raduga-1-3 в июне 2019 года (автор фото – Филиппов Ю.П.). Буквами и стрелками указаны стороны света.

№8. «Интервал возможных значений вавилонского стадия»

Как известно, в древнем Вавилоне (широта: $\varphi_V = +32^\circ 32' 32''$, долгота: $\lambda_V = 44^\circ 25' 15''$) использовалась единица измерения расстояния, названная *стадием*. Согласно его определению, это расстояние, которое проходит путник пешком равномерным ходом по равнинной поверхности Земли за время, в течение которого Солнце заходит за горизонт.

1. Какие факторы влияют на величину стадия? Оцените интервалы возможных значений для каждого параметра, характеризующего значение данной единицы измерения древнего Вавилона. (12 баллов)

2. Оцените интервал возможных значений вавилонского стадия. (2 балла)

№9. «Сближение геостационарного ИСЗ с Юпитером»

10 июня 2019 года астроном-любитель с территории г. Самары (широта: $\varphi = 53^\circ 12'$, долгота: $\lambda = 50^\circ 06'$) наблюдал тесное сближение расположенного вблизи меридиана Юпитера с геостационарным искусственным спутником Земли (ИСЗ, Raduga-13, см. рис. 2). Определите:

1. В каком направлении двигался ИСЗ относительно Юпитера в момент съемки: по направлению $1 \rightarrow 2$ или в обратном направлении? Свой ответ поясните. (2 балла)

2. В каком созвездии находился Юпитер в момент съемки? Чему было равно время движения спутника между точками 1 и 2? Следует полагать орбиты Земли и Юпитера круговыми, последний находился в противостоянии. (4 балла)

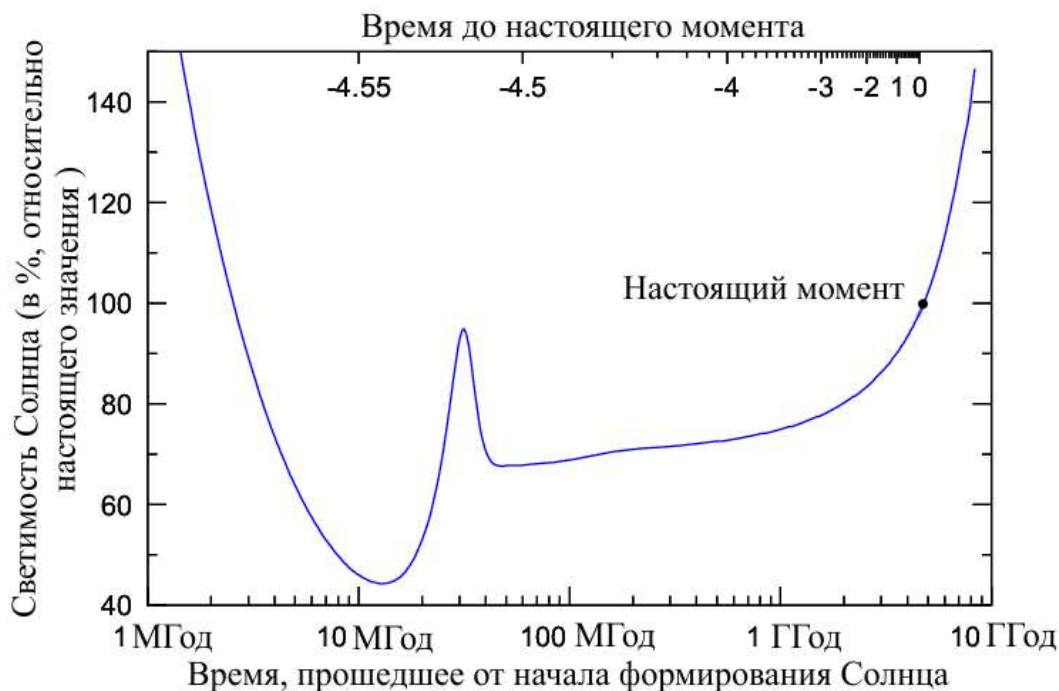


Рис. 3. Зависимость светимости Солнца (L_{\odot}) от времени, рассчитанная по модели звездной эволюции (Бараф и др., 2015). Здесь настоящий возраст Солнца около 4.561 млрд лет отмечен черной точкой. По оси абсцисс внизу указано время, прошедшее от момента его образования как солнцеподобной звезды. Абсцисса сверху показывает время до настоящего времени в млрд лет (ГГод).

3. Оцените горизонтальные координаты Юпитера на момент съемки. (4 балла)

4. Оцените экваториальные координаты Юпитера на момент съемки. (4 балла)

№10. «Изменение светимости Солнца и жизнь Земли»

На рис. 3 представлен график зависимости светимости Солнца от времени, отсчитываемого от момента его сформирования как звезды солнечного типа, полученный в результате высокоточного моделирования эволюции Солнца.

1. Определите по графику (приблизленно) моменты времени, когда полная мощность электромагнитного излучения Солнца достигала экстремальные и граничные (максимальные и минимальные) значения, и соответствующие значения его светимости. (0.5 балла за каждую правильно определенную пару "момент времени+ значение светимости")

2. Для аналитического описания эволюции светимости Солнца на масштабах 10^9 лет предложена аппроксимационная формула вида:

$$L_{\odot}(t) = L_{\odot}^{(0)} \left[1 + \frac{2}{5} \left(1 - \frac{t}{t_0} \right) \right]^{-1}, \quad (2)$$

где t – время жизни Солнца на интересующий момент времени, t_0 – время жизни Солнца на данный момент, $L_{\odot}(t)$ – светимость Солнца в момент времени t , $L_{\odot}^{(0)}$ – светимость Солнца на данный момент. Определите по графику промежуток времени (область допустимых значений времени), на котором

она дает адекватные (согласно графику) значения светимости. (2 балла)

3. Определите эффективную температуру (в Кельвинах) поверхности планеты (без атмосферы) как функцию светимости Солнца, сферического альbedo планеты, ее гелиоцентрического расстояния и коэффициента черноты ее поверхности (в модели серого тела). (3 балла)

4. Оцените (усредненный по поверхности) коэффициент черноты поверхности Земли, если ее средняя эффективная температура составляет $\bar{T}_{\oplus} = 288 \text{ K}$, а сферическое альbedo – $A_{\oplus} = 0.306$. (2 балла)

5. С использованием формулы для температуры планеты (полученной в пункте 3) и формулы (2), оцените промежуток времени (отсчитываемый от настоящего момента), спустя который

а) жизнь (длительное пребывание без тепловой защиты) на поверхности Земли станет невозможной для человека. Следует считать, что температура тепловой денатурации белков клеток (приводящей к последующей их гибели) человека – $t_d^{(1)} = 41.5^{\circ}\text{C}$. (3 балла)

б) испаряться все океаны (при температуре $t_{\text{ev}} \geq 56^{\circ}\text{C}$) на поверхности Земли и последняя превратится в безводную пустыню. (1 балл)

в) белковая жизнь на поверхности Земли станет в принципе невозможной. Следует считать, что температура тепловой денатурации самых стойких белков клеток живых организмов – $t_d^{(2)} = 70^{\circ}\text{C}$. (2 балла)

Следует полагать, что изменение температуры поверхности Земли совершается лишь из-за изменения светимости Солнца. Прочими эффектами пренебречь; параметры, характеризующие Землю, остаются неизменными.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



Уровень «Новичок» (уровень А)

№1. «Сириус – ярчайшая звезда самарского ночного небосвода»

1. На рис. 4 представлено текущее положение Сириуса (указано красной жирной точкой!) на одной из карт звездного неба приложения В. Очевидно, эта звезда принадлежит созвездию *Большой Пес*.

Отметим, что текущее положение звезды не совпадает ни с одной звездой этого созвездия. Причиной несовпадения является смещение самой сетки экваториальных координат, обусловленное явлением прецессии земной оси относительно оси эклиптики, и несовпадением ее текущего положения с положением сетки координат на момент времени создания этих карт. (2 балла)

2. Воспользуемся формулой для высоты светила в верхней кульминации к югу от зенита (поскольку $\varphi > \delta_*$) и определим ее для Сириуса:

$$h_{\max}^{(*)} = 90^\circ - \varphi + \delta_* = 20^\circ 05'. \quad (3)$$

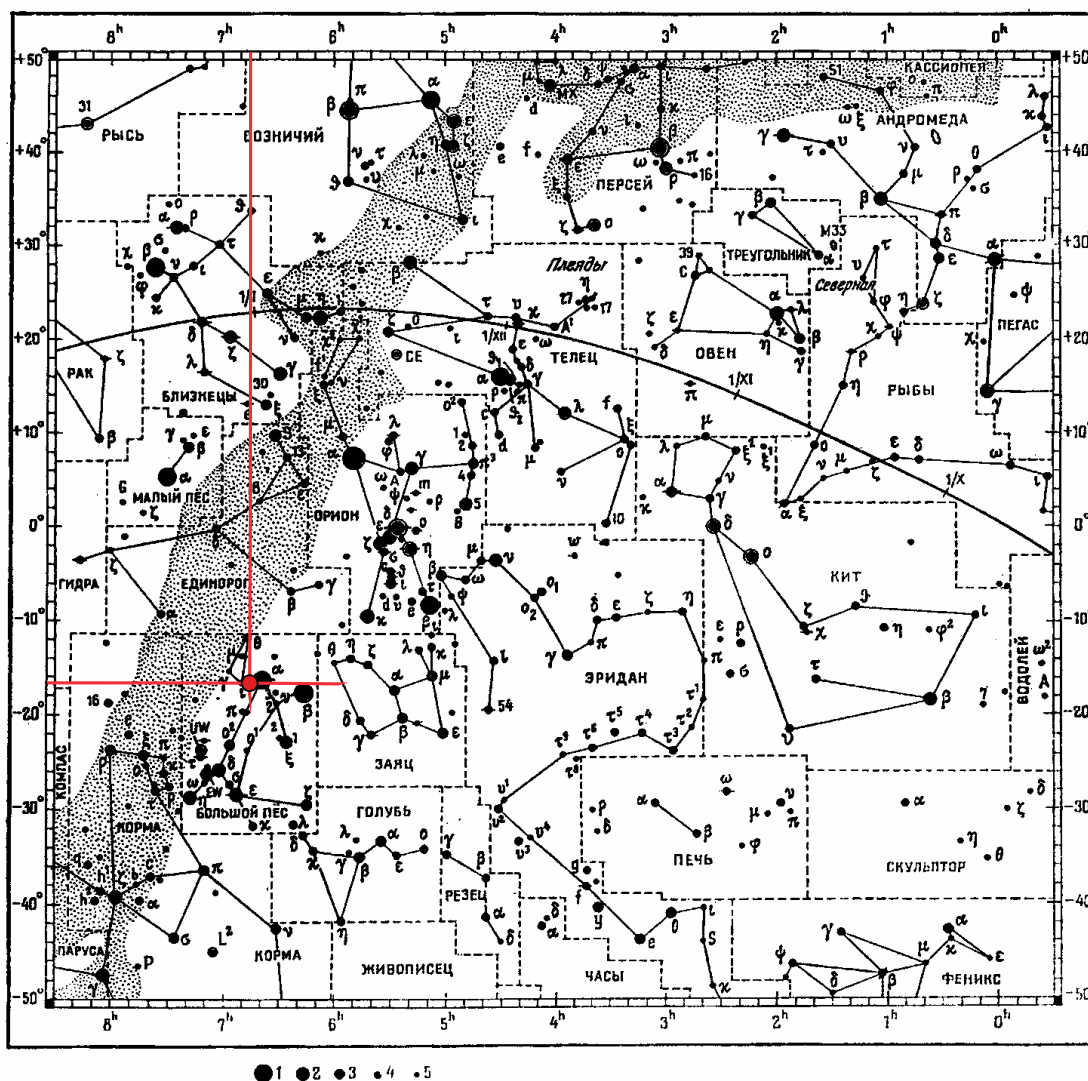


Рис. 4. К определению положения Сириуса на карте звездного небосвода.

Определим высоту Сириуса в нижней кульминации:

$$h_{\min}^{(*)} = \varphi + \delta_* - 90^\circ = -53^\circ 31' < 0^\circ. \quad (4)$$

Поскольку значение последнего параметра меньше нуля, значит данная звезда в течение суток обязательно пребывает ниже горизонта и потому не является незаходящим светилом в г. Самаре. (4 балла)

3. Условия наблюдений небесного тела считаются *оптимальными*, если данное тело наблюдается в *истинную полночь* (при этом Солнце находится в нижней кульминации) в малой окрестности своей верхней кульминации. Поскольку Солнце и Сириус располагаются в нижней и верхней кульминациях соответственно, следовательно их прямые восхождения должны отличаться на 12 часов. Значит оптимальные условия будут достигаться в тот момент, когда прямое восхождение Солнца будет составлять $\alpha_\odot = \alpha_* + 12^h = 18^h 45^m$. Учтем далее, что в день зимнего солнцестояния (21 ÷ 22 декабря) прямое восхождение Солнца составляет ровно $18^h 00^m$ и каждые последующие сутки оно увеличивается приблизительно на 4 минуты. Следовательно Солнце достигнет данного значения прямого восхождения приблизительно через 12 дней после дня зимнего солнцестояния, т.е. зимой (2 ÷ 3 января). (4 балла)

№2. «Взгляд на Солнце с Сириуса»

1. С точки зрения гипотетического наблюдателя, расположенного в малой окрестности Сириуса, Солнце должно располагаться в точке небосвода, диаметрально противоположной точке, в которой расположен Сириус с позиции земного наблюдателя. Значит экваториальные координаты Солнца в системе экваториальных координат земного наблюдателя будут

$$\alpha_\odot^{(s)} = \alpha_* + 12^h = 18^h 45^m, \quad \delta_\odot^{(s)} = -\delta_* = 16^\circ 43'. \quad (5)$$

С использованием карт звездного неба легко убедиться в том, что данная точка располагается в созвездии Геркулеса, как показано на рис. 5 (точка S). Отметим, что Солнце будет, видимо, образовывать оптически двойную звезду вместе со 111 Геркулеса. (2 балла)

2. С использованием лишь данной карты звездного неба весьма трудно определить какая звезда созвездия является наиболее яркой. Однако, используя сторонние источники информации, легко убедиться в том, что наиболее яркой звездой этого созвездия является α Геркулеса. Будучи переменной звездой, в максимуме своей яркости она достигает значения блеска $m_\alpha = 2.74^m$. В силу относительной близости данной звезды к видимому положению Солнца, треугольник $\triangle SP\alpha$ можно считать плоским (см. рис. 5). Искомое угловое расстояние определяется как величина дуги $\overset{\frown}{S}\alpha = \rho$, которую можно определить по теореме Пифагора:

$$\rho = \sqrt{(SP)^2 + (P\alpha)^2} = \sqrt{(\alpha_\odot^{(s)} - \alpha_\alpha)^2 + (\delta_\odot^{(s)} - \delta_\alpha)^2} = 22.6^\circ. \quad (6)$$

Здесь учтено, что сторона SP параллельна небесному экватору. Следовательно его длина определяется разностью прямых восхождений Солнца и данной звезды. Сторона $P\alpha$ параллельна кругу склонения, вдоль которого откладываются склонения данных светил и потому ее можно определить разностью склонений светил. В качестве экваториальных координат звезды α Геркулеса (Рас Альгети) были использованы значения:

$$\alpha_\alpha = 17^{\text{h}}15^{\text{m}}, \quad \delta_* = 14^{\circ}23'.$$

Отметим, что тоже значение углового расстояния между указанными звездами можно получить с использованием точных формул сферической тригонометрии. В частности, формула косинусов для данного прямоугольного сферического треугольника позволяет определить величину ρ (2 балла):

$$\cos \rho = \cos \overset{\circ}{S}P \cos \overset{\circ}{P}\alpha, \Rightarrow \rho = \arccos[\cos(\alpha_\odot^{(s)} - \alpha_\alpha) \cos(\delta_\odot^{(s)} - \delta_\alpha)] = 22.6^\circ.$$

3. Для определения видимой звездной величины Солнца с позиции гипо-

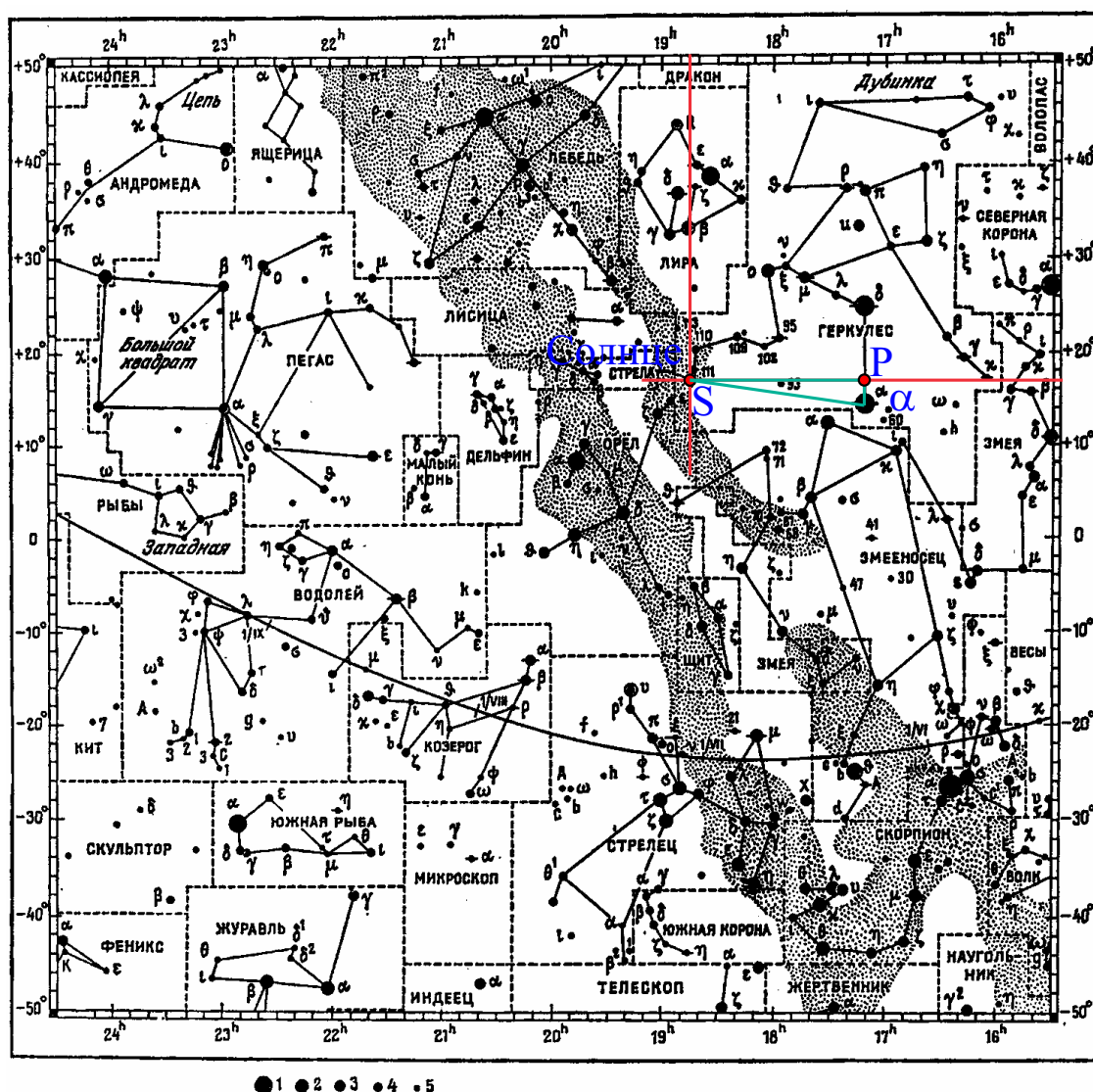


Рис. 5. К определению положения Солнца на карте звездного небосвода.

тетического наблюдателя воспользуемся формулой Погсона:

$$m_{\odot}^{(s)} - m_{\odot}^{(\oplus)} = -2.5 \lg \left(\frac{E_{\odot}^{(s)}}{E_{\odot}^{(\oplus)}} \right), \Rightarrow m_{\odot}^{(s)} = m_{\odot}^{(\oplus)} + 2.5 \lg \left(\frac{E_{\odot}^{(\oplus)}}{E_{\odot}^{(s)}} \right),$$

здесь $m_{\odot}^{(\oplus)}$, $m_{\odot}^{(s)}$ – видимые звездные величины, создаваемые Солнцем у поверхности Земли и Сириуса соответственно; $E_{\odot}^{(\oplus)}$, $E_{\odot}^{(s)}$ – соответствующие указанным звездным величинам освещенности.

Учитывая далее, что освещенность, создаваемая Солнцем, подчиняется закону обратных квадратов, т.е. $E \sim \frac{1}{r^2}$, где r – расстояние от источника до наблюдателя, формулу Погсона можно переписать в виде:

$$m_{\odot}^{(s)} = m_{\odot}^{(\oplus)} + 2.5 \lg \left(\frac{r_s}{a_{\oplus}} \right)^2 = m_{\odot}^{(\oplus)} + 5 \lg \left(\frac{206265''}{\pi_*} \right) = 1.94^m, \quad (7)$$

здесь a_{\oplus} , r_s – гелиоцентрические расстояния Земли и Сириуса соответственно; $m_{\odot}^{(\oplus)} = -26.74^m$, согласно справочным данным; при записи последнего выражения было учтено явное выражение для годичного параллакса Сириуса:

$$\pi_* = \frac{a_{\oplus}}{r_s} \times 206265'', \Rightarrow \frac{a_{\oplus}}{r_s} = \frac{\pi_*}{206265''}.$$

Поскольку полученное значение видимой звездной величины (7) меньше $+6^m$, то Солнце будет видно невооруженным глазом. Более того, из сопоставления полученной звездной величины Солнца с видимым блеском α Геркулеса, приходим к заключению, что с позиции наблюдателя, расположенного в окрестности Сириуса, Солнце будет являться самой яркой звездой этого созвездия. (3 балла)

4. Для ответа на последний вопрос задачи вновь воспользуемся формулой Погсона:

$$\frac{E_{\odot}^{(s)}}{E_{\alpha}^{(\oplus)}} = 10^{-0.4(m_{\odot}^{(s)} - m_{\alpha}^{(\oplus)})} = 2.1. \quad (8)$$

Таким образом, Солнце в 2.1 раза ярче самой яркой звезды созвездия Геркулеса (α Геркулеса) с позиции наблюдателя, расположенного в окрестности Сириуса. (3 балла)

№ 3. «Путешествие близнецов»

Решение. 1. Согласно определению, *математический горизонт* – большой круг небесной сферы, плоскость которого перпендикулярна отвесной линии, проходящей через центр небесной сферы (который совмещен со сетчаткой глаза наблюдателя). *Видимый горизонт* на море – это малый круг небесной сферы, являющийся линией раздела небосвода и водной поверхности Земли (см. рис. 6) с позиции наблюдателя. Из рисунка очевидно, что

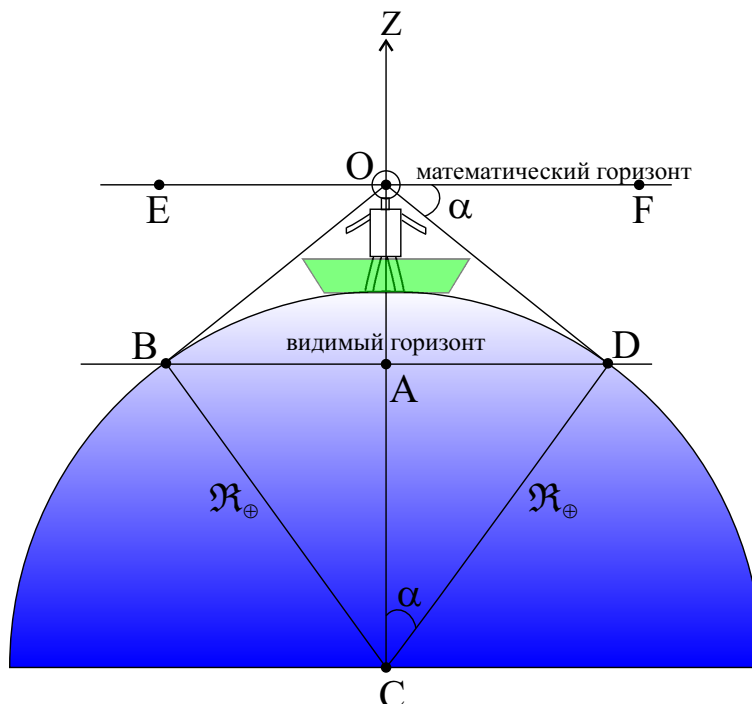


Рис. 6. К определению положений математического и видимого горизонтов.

математический горизонт расположен выше видимого, а значит он ближе к зениту (Z).

Согласно рис. 6 необходимо найти угол $\alpha = \angle FOD$. Именно данный угол определяет разность высот положений данных горизонтов. Согласно теореме о равенстве углов со взаимно перпендикулярными сторонами, угол $\angle FOD$ равен углу $\angle OCD$. Из прямоугольного треугольника $\triangle OCD$ следует, что

$$\cos \alpha = \cos \angle OCD = \frac{CD}{CO} = \frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + h}, \Rightarrow \alpha = \arccos \left[\frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + h} \right] = 155'', \quad (9)$$

здесь $h = 1.8$ м – высота глаз наблюдателя над уровнем моря, $R_{\oplus} = 6371$ км – средний (по объему) радиус Земли.

Значение искомого угла можно получить, не прибегая к использованию функции арккосинус. Для этого заметим, что $h \ll R_{\oplus}$, тогда

$$\cos \alpha = \frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + h} = \left(1 + \frac{h}{R_{\oplus}} \right)^{-1} \approx 1 - \frac{h}{R_{\oplus}},$$

при записи последнего использовано приближение вида: $(1 + x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha \cdot x$, при $x \ll 1$. С другой стороны, при малых значениях угла α справедливо приближенное выражение вида:

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}, \quad \text{при } \alpha \ll 1.$$

Из двух последних выражений следует, что (3 балла)

$$\frac{1}{2}\alpha^2 = \frac{h}{R_{\oplus}}, \Rightarrow \alpha = 206265''/\text{рад} \sqrt{\frac{2h}{R_{\oplus}}} = 155''. \quad (10)$$

2. Очевидно, что максимальное расстояние между близнецами, отсчитываемое по поверхности воды, при котором они еще смогут видеть друг друга, равно дуге BD (ситуация, при которой световые лучи распространяющиеся от уровня глаз одного близнеца попадают в глаза другому близнецу, при этом сам луч касается поверхности Земли). Значит (3 балла)

$$\ell = \overset{\vee}{BD} = 2 \frac{\alpha}{206265''} \mathcal{R}_{\oplus} = 9.58 \text{ км.} \quad (11)$$

3. Время взаимного удаления на искомое расстояние будет определяться выражением (3 балла):

$$t = \frac{\ell}{2V_0} = 0.599 \text{ часа} = 35.9 \text{ мин.} \quad (12)$$

Задача № 4. «Изменение положения на небосводе ближайших звезд»

Решение. 1. При перемещении наблюдателя прочь от Земли, прежде всего, наибольшим параллаксом (смещением на небосводе относительно фоновых далеких объектов) будут обладать ближайшие звезды, в частности Проксима Центавра. Чтобы угол, на который будет смещаться эта звезда, был максимальным, необходимо чтобы наблюдатель перемещался в направлении, близком к перпендикулярному направлению «на звезду». Т.о., искомые созвездия расположены на большом круге $ABCD$, на оси симметрии SS' которого будет расположена искомая звезда S (см. рис. 7). Учитывая, что экваториальные координаты Проксима Центавра составляют $\alpha_* = 14^{\text{ч}}30^{\text{м}}$, $\delta_* = -62^{\circ}41'$, то восходящий узел (точка А) данного большого круга (относительно небесного экватора) имеет следующие экваториальные координаты: $\alpha_A = 8^{\text{ч}}30^{\text{м}}$, $\delta_A = 0^{\circ}00'$, а нисходящий узел (точка С) – $\alpha_C = 20^{\text{ч}}30^{\text{м}}$, $\delta_C = 0^{\circ}00'$. Самая северная точка данного круга (точка В) – $\alpha_B = 14^{\text{ч}}30^{\text{м}}$, $\delta_B = 27^{\circ}19'$, а самая южная точка (точка D) – $\alpha_D = 02^{\text{ч}}30^{\text{м}}$, $\delta_D = -27^{\circ}19'$. С использованием карт звездного неба (см. приложение В) легко убедиться (построив, например, синусоиду по данным точкам – след от данного круга на картах) в том, что данный круг проходит через следующие созвездия: Гидра, Лев, Волосы Вероники, Волопас, Северная корона, Геркулес, Орел, Водолей, Козерог, Кит, Эридан, Заяц, Большой Пес, Единорог. Заметим, что проще всего, начать движение на корабле в плоскости эклиптики, поскольку это существенно снизит затраты топлива, используя гелиоцентрическую скорость

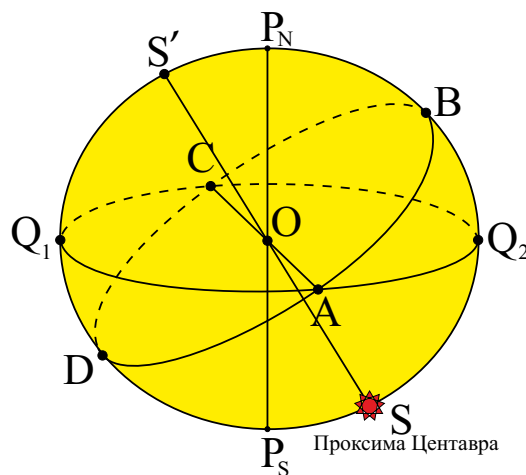


Рис. 7. К определению ориентации большого круга, на котором расположены искомые созвездия.

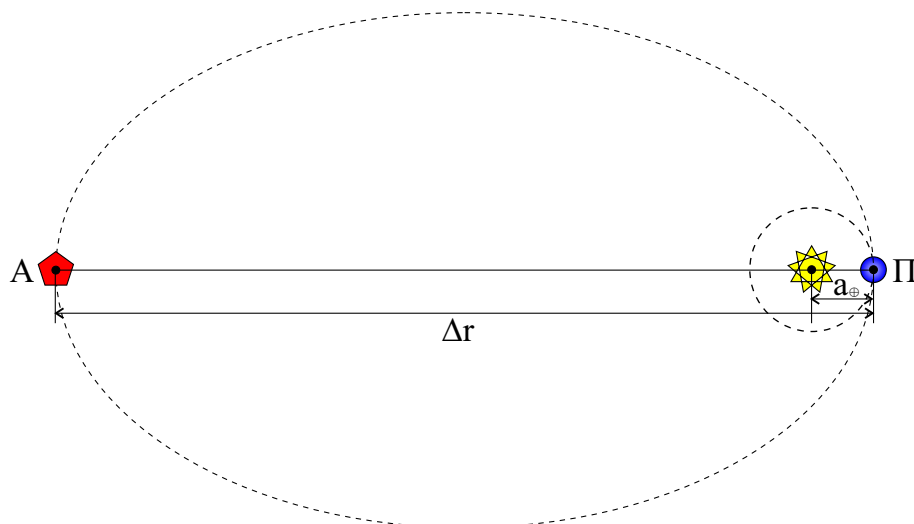


Рис. 8. К определению орбиты Гомана-Цандера-Ветчинкина с минимальным временем перелета.

Земли, следовательно с большим преимуществом будет полет в направлении созвездий Льва и Водолея. (2 балла)

Минимальное искомое расстояние, на которое необходимо удалиться от Земли в направлении указанных выше созвездий, будет определяться из условия равенства разрешающей способности глаза β_y и угла, на который сместиться наблюдатель относительно Земли (2 балла):

$$\beta_y = \frac{\Delta r}{r_*} \times 3438', \Rightarrow \Delta r = \frac{\beta_y r_*}{3438'} = \frac{\beta_y a_{\oplus} \cdot 206265''}{\pi''} = 80.4 \text{ а.е.} \quad (13)$$

2. Минимальное время для передачи сигнала по пути "Земля – космический корабль – Земля" можно определить как (2 балла):

$$\tau = \frac{2\Delta r}{c} = 80186 \text{ с} = 22.27 \text{ часа.} \quad (14)$$

3. Определим возможные значения гелиоцентрического расстояния космического аппарата (КА):

$$\Delta r - a_{\oplus} \leq r_{\text{КА}} \leq \Delta r + a_{\oplus}, \Rightarrow 79.4 \text{ а.е.} \leq r_{\text{КА}} \leq 81.4 \text{ а.е.}$$

Указанные гелиоцентрические расстояния соответствуют внешней границе пояса Койпера, прежде всего, здесь располагаются объекты рассеянного диска, например, 2005ТВ и 1996ТЛ. На таких же гелиоцентрических расстояниях может находиться и один из самых крупных объектов пояса Койпера – Эрида, карликовая планета. (2 балла)

4. Для оценки минимального времени полета КА от Земли до данной точки по орбите Гомана-Цандера-Ветчинкина, заметим, что чем меньше большая полуось эллиптической орбиты КА, тем меньше время перелета, согласно третьему закону Кеплера. Следовательно оптимальной конфигурацией взаимного расположения Солнца, Земли и КА на старте будет конфигурация,

представленная на рис. 8. Здесь точка старта КА расположена на орбите Земли и является перигелием указанной орбиты. Афелием орбиты является конечная точка (А) полета КА. Следовательно, большая полуось данной орбиты есть $a = \Delta r/2 = 40.2$ а.е.

Определим время перелета КА из афелия в перигелий с использованием третьего закона Кеплера, учитывая, что время полета будет равно лишь половине периода его обращения по эллиптической орбите (4 балла):

$$\tau_{\text{flight}} = \frac{T_{\oplus}}{2} \left(\frac{\Delta r}{2 a_{\oplus}} \right)^{3/2} = 127.4 \text{ лет.} \quad (15)$$

Уровень «Знаток» (уровень В)

№5. «Точка весеннего равноденствия и ее "судьба"»

Решение. 1. Точка весеннего равноденствия (Υ) – точка небесной сферы, являющаяся результатом пересечения двух больших кругов небесной сферы: *небесного экватора* и *эклиптики*. Солнце проходит эту точку, двигаясь из южной полушария небосвода в северную. Поскольку эта точка принадлежит небесному экватору, то ее склонение равно нулю. Как известно, ее прямое восхождение также равно нулю, поскольку эту координату отсчитывают вдоль экватора именно от данной точки. Значит ее экваториальные координаты: $\alpha_{\Upsilon} = 0^{\text{h}}00^{\text{m}}$, $\delta_{\Upsilon} = 0^{\circ}00'$. (1 балл)

2. С использованием ее экваториальных координат определим ее положение на карте (см. рис. 9, отмечена красной жирной точкой). Очевидно, что данная точка принадлежит созвездию Рыбы. (2 балла)

3. Точкой Овна ее называют потому, что в тот момент, когда ее впервые определили она была расположена в созвездии Овна. Изменение положения данной точки на небосводе обусловлено прецессией земной оси относительно оси эклиптики. С использованием указанных периодов вычислим ее угловую скорость перемещения по эклиптике на встречу Солнцу, с расчетом на один год. Определим разность продолжительностей данных промежутков времени:

$$\Delta T = T_{\text{ЗВ}} - T_{\text{ТР}} = 0.014174689 \text{ сут.}$$

За время $T_{\text{ЗВ}}$ Земля делает один полный оборот вокруг Солнца относительно далеких звезд и таким образом поворачивается на 360 градусов в пространстве. Следовательно, средняя угловая скорость ее орбитального движения составляет

$$\bar{\omega}_{\oplus} = \frac{360^{\circ}}{T_{\text{ЗВ}}}.$$

За промежуток времени $T_{\text{ТР}}$ точка весны смещается по эклиптике на угол $\Delta \ell = \omega_{\oplus} \cdot \Delta T$. Следовательно, угловую скорость годичного движения точки

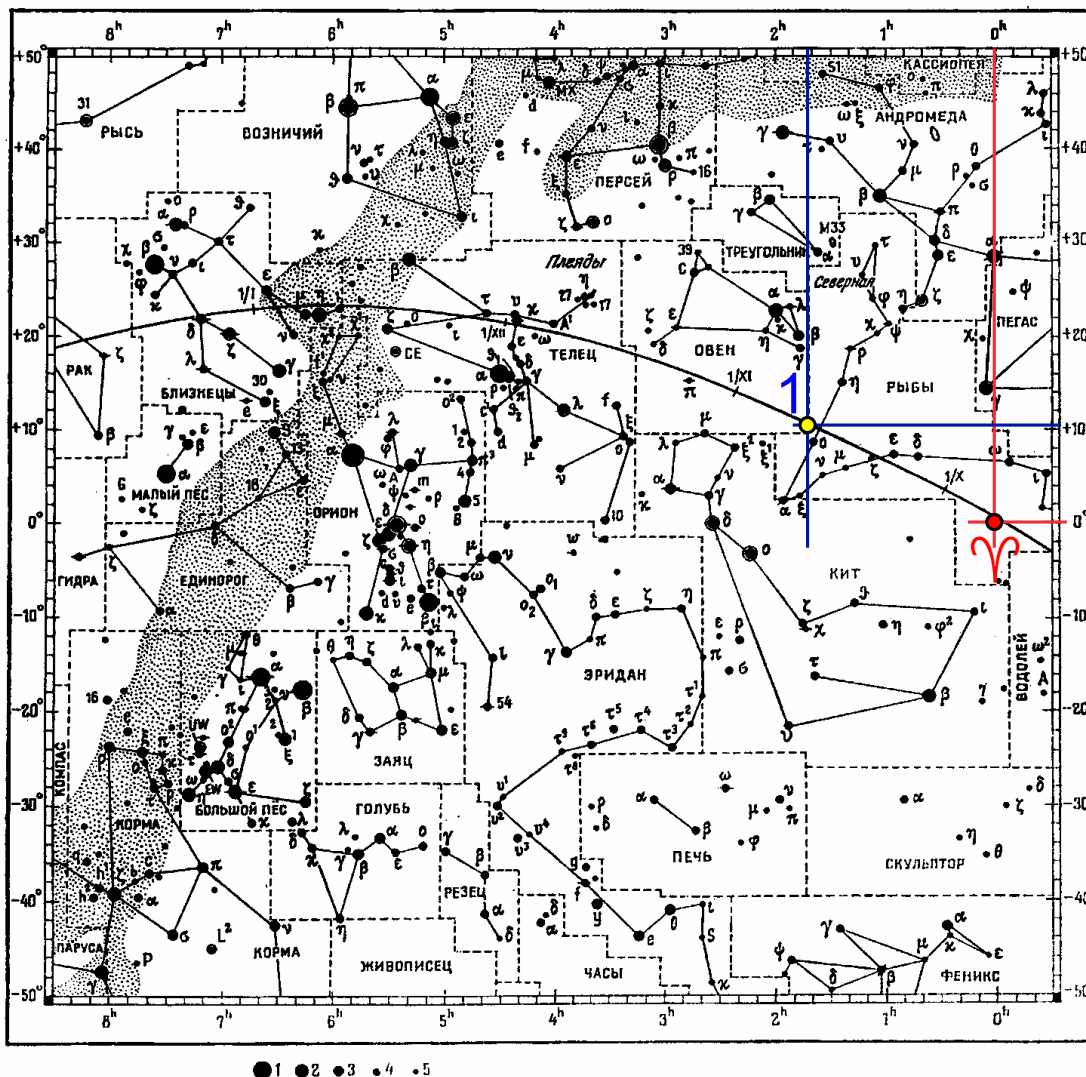


Рис. 9. К определению положения точки весны на карте звездного неба.

весны можно представить так:

$$\mu_{\gamma} = \frac{\Delta \ell}{T_{\text{тр}}} \approx \frac{\Delta \ell}{1 \text{ год}} = 50.295''/\text{год}. \quad (16)$$

С использованием карты звездного неба (см. рис. 9), оценим текущее угловое расстояние точки весны относительно точки пересечения восточной границы созвездия Рыбы и эклиптики (отмечена цифрой «1» на рис. 9), координаты которой, согласно карте, составляют ($\delta_1 = +10.4^\circ$, $\alpha_1 = 1^{\text{h}}42^{\text{m}}$). Очевидно, искомая дуга эклиптики близка к прямолинейному отрезку. Тогда ее угловую меру можно оценить по теореме Пифагора:

$$\rho_1 = \sqrt{(\alpha_1 - \alpha_{\gamma})^2 + (\delta_1 - \delta_{\gamma})^2} = 27.5^\circ.$$

Следовательно, искомое время будет

$$\tau_1 = \frac{\rho_1}{\mu_{\gamma}} = 1970 \text{ лет}. \quad (17)$$

Т.о., не менее 1970 лет тому назад данную точку было корректным называть «точкой Овна». (5 баллов)

4. Рассуждая аналогично предыдущему случаю, находим координаты точки пересечения западной границы созвездия Рыбы и эклиптики: ($\delta_2 = -3.0^\circ$, $\alpha_2 = 23^{\text{h}}30^{\text{m}}$). Очевидно, вновь искомая дуга эклиптики близка к прямолинейному отрезку. Тогда ее угловую меру можно оценить по теореме Пифагора:

$$\rho_2 = \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_\Gamma)^2 + (\delta_2 - \delta_\Gamma)^2} = 8.08^\circ.$$

Следовательно, искомое время будет

$$\tau_2 = \frac{\rho_2}{\mu_\Gamma} = 580 \text{ лет.} \quad (18)$$

Т.о., как минимум, лишь через 580 лет данную точку будет корректным называть «точкой Водолея». (3 балла)

№6. «Прецессия земной оси и эпохи северных полярных звезд»

Решение. 1. Поскольку ось мира в прецессионном движении описывает в пространстве круговой конус с углом раствора $\varepsilon = 23.5^\circ$ относительно оси эклиптики, то необходимо, прежде всего, определить экваториальные координаты северного полюса эклиптики: $\delta_{\Pi_N} = +66.5^\circ$, $\alpha_{\Pi_N} = 18^{\text{h}}00^{\text{m}}$. Отметим положение данной точки на карте (Π_N см. рис. 10). Здесь же сплошной красной линией отмечено положение северного круга прецессии. Красной стрелкой указано направление движения северного полюса мира относительно созвездий. Очевидно, данный круг проходит через следующие созвездия: Малая Медведица, Цефей, Лебедь, Лира, Геркулес, Дракон, Волопас, Жираф. (4 балла)

2. Для определения звезд, которые могут выполнять роль Полярной звезды, построим малые круги с угловыми радиусами, равными 20.5° и 26.5° . Звезды, попавшие в кольцо, зажатое между указанными кругами, могут выполнять указанную роль. Для определения количества лет, через которые северный полюс мира (P_N) подойдет к соответствующей звезде на минимальное расстояние, можно воспользоваться следующей методикой. Прикладываем транспортир основанием к прямой, соединяющей северный полюс мира (P_N) и северный полюс эклиптики (Π_N). От текущего положения северного полюса мира откладываем угол β_* до направления на соответствующую звезду против часовой стрелки. Полученный угол необходимо разделить на угловую скорость прецессионного движения северного полюса мира (или годового движения точки весны, см. выражение (16)). В итоге получаем искомое количество лет:

$$\tau_* = \frac{\beta_*}{\mu_\Gamma}. \quad (19)$$

Результаты численных расчетов для всех звезд, попавших внутрь указанного кольца, приведены в табл. 1. Здесь отсчет дат идет от начала нашей

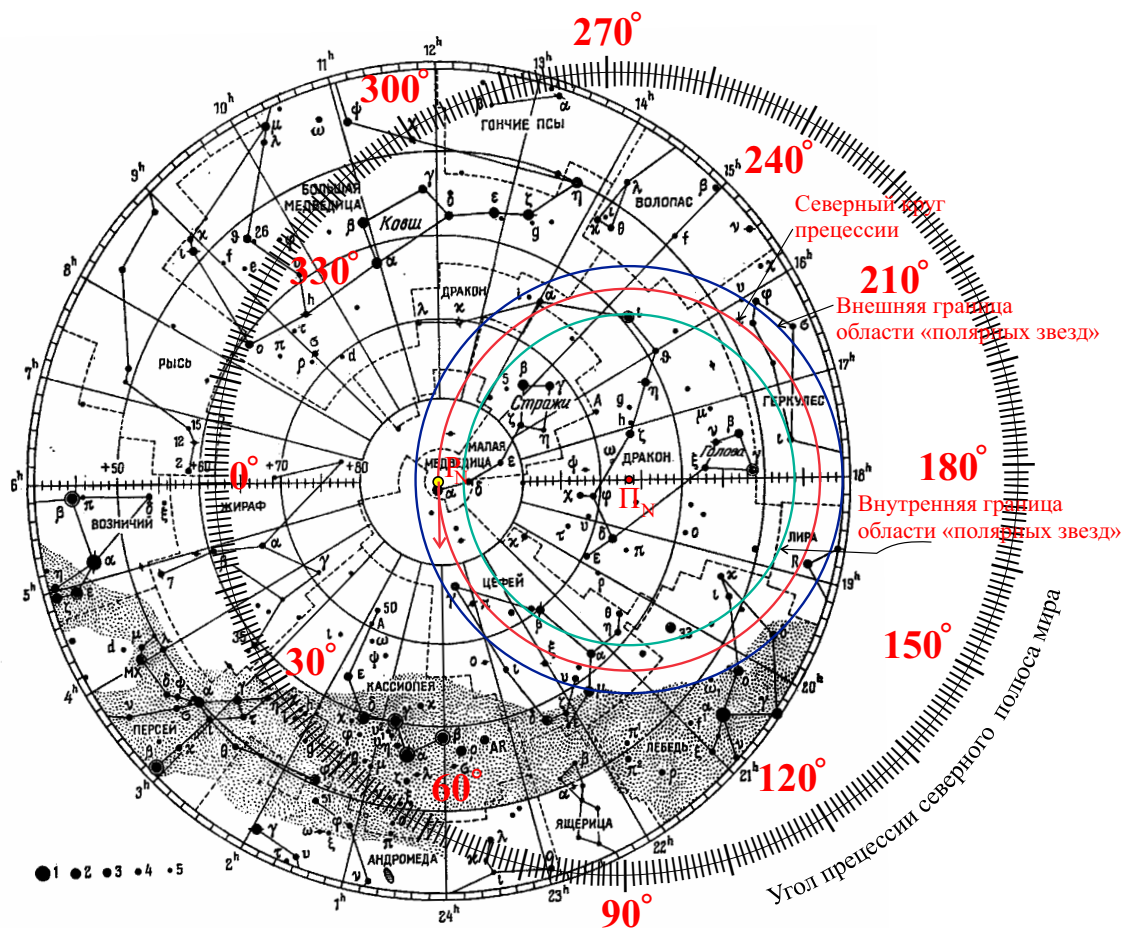


Рис. 10. К определению положения северного круга прецессии и «полярных звезд».

эры. (5 баллов)

3. Искомый телесный угол можно вычислить как разность телесных углов для конусов с углами раствора $\varepsilon + \Delta$ и $\varepsilon - \Delta$ при их общей оси симметрии в виде (3 балла):

$$\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1 = 2\pi(1 - \cos(\varepsilon + \Delta)) - 2\pi(1 - \cos(\varepsilon - \Delta)) = 2\pi(\cos(\varepsilon - \Delta) - \cos(\varepsilon + \Delta)) = 4\pi \sin \varepsilon \sin \Delta = 0.2622 \text{ срад} = 861 \text{ кв. град.} \quad (20)$$

№7. «Одно из первых достижений в истории астрономии»

Решение. Поскольку наблюдения Солнца проводились из Китая, расположенного в северном полушарии, то Солнце может кульминировать зимой только к югу от зенита, а летом, как к югу, так и к северу от зенита. Рассмотрим доказательство правоты Чу Конга о положении Солнца в дни солнцестояний на примере ситуации, когда обе кульминации Солнца располагались к югу от Z.

1. Определим высоту Солнца в верхней кульминации в день летнего солнцестояния:

$$h_{\max}^{(s)} = 90^\circ - \varphi + \delta_{\odot}^{(s)}. \quad (21)$$

Тогда высота Солнца в момент верхней кульминации в день зимнего солнцестояния:

№	Название	m_* , зв. вел.	α_*	δ_*	β , град	τ_* , лет	Дата, г. н.э.
1	2 Umi	4.20	1 ^h 12 ^m	86°23'	8	573	2596
2	HIP 113116	4.70	22 ^h 54 ^m	84°28'	14	1002	3025
3	HIP 112519	4.75	22 ^h 47 ^m	83°17'	19	1360	3383
4	γ Cep	3.20	23 ^h 40 ^m	77°46'	30	2147	4170
5	κ Cep	4.50	23 ^h 08 ^m	75°30'	37	2648	4671
6	24 Cep	4.75	22 ^h 10 ^m	72°27'	47	3364	5387
7	ξ Cep	4.75	22 ^h 04 ^m	64°44'	64	4581	6604
8	10 Cep	4.75	21 ^h 38 ^m	62°05'	74	5297	7320
9	ν Cep	4.25	21 ^h 46 ^m	61°14'	74	5297	7320
10	α Cep	4.25	21 ^h 19 ^m	61°41'	76	5440	7463
11	θ Cyg	4.45	19 ^h 37 ^m	50°16'	130	9305	11328
12	δ Cyg	2.90	19 ^h 45 ^m	45°11'	132	9448	11471
13	R Lyr	4.05	18 ^h 56 ^m	43°59'	154	11023	13046
14	ι Her	4.50	17 ^h 40 ^m	46°00'	193	13814	15837
15	52 Her	4.80	16 ^h 50 ^m	45°57'	219	15676	17699
16	τ Her	3.90	16 ^h 20 ^m	46°15'	230	16463	18486
17	α Dra	3.65	14 ^h 05 ^m	64°16'	296	21187	23210
18	i Dra	4.55	13 ^h 52 ^m	64°37'	297	21259	23282
19	HIP 62572 A	5.30	12 ^h 50 ^m	83°17'	344	24623	26646

Таблица 1. Основные свойства «полярных» звезд и даты их наибольшего сближения с северным полюсом мира.

стояния будет

$$h_{\max}^{(w)} = 90^\circ - \varphi + \delta_{\odot}^{(w)}. \quad (22)$$

Разность высот Солнца в эти дни составляет:

$$\Delta h = h_{\max}^{(s)} - h_{\max}^{(w)} = \delta_{\odot}^{(s)} - \delta_{\odot}^{(w)}.$$

Как известно, в течение года склонение Солнца изменяется в пределах:

$$-\varepsilon \leq \delta_{\odot} \leq \varepsilon, \quad \varepsilon = 23^\circ 26'.$$

Причем в день зимнего солнцестояния склонение центрального светила принимает минимальное значение из данного интервала, т.е. $\delta_{\odot}^{(w)} = -\varepsilon$, а в день летнего солнцестояния – максимальное значение, т.е. $\delta_{\odot}^{(s)} = \varepsilon$. Следовательно, искомая разность высот будет $\Delta h = 2\varepsilon$, откуда $\varepsilon = \Delta h/2$. Полученная величина указывает на то, что небесный экватор расположен симметрично относительно точек кульминаций, следовательно предположение Чу Конга было верным. (3 балла)

2. С использованием полученного результата можем заключить, что

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(h_{\max}^{(s)} - h_{\max}^{(w)} \right) = 24^\circ 22' 00''. \quad (23)$$

Очевидно, полученное значение не совпадает с настоящим значением угла наклона эклиптики к экватору – $\varepsilon_0 = 23^\circ 26'$. Изменение угла ε со временем обусловлено тремя основными причинами (2 балла):

- 1) прецессией оси вращения Земли (с периодом $T_1 = 25765$ лет и амплитудой $A_1 = 23.5^\circ$),
- 2) нутацией оси вращения Земли (с периодом $T_2 = 18.61$ лет, и амплитудой $A_2 = 17''$),
- 3) возмущением орбиты Земли в силу гравитационного действия других планет (меняют положение эклиптики).

3-4. С использованием выражений (21)-(22) получаем выражение для широты местности наблюдений Чу Конга (2 балла):

$$\varphi = 90^\circ - \frac{1}{2} \left(h_{\max}^{(s)} + h_{\max}^{(w)} \right) = 35^\circ 15' 40'' \approx 35^\circ 16'. \quad (24)$$

Опираясь на полученное значение широты и долготы, можно прийти к заключению, что искомый город – Лоян. (2 балла)

5. С использованием выражения (1) вычислим значение угла ε' на 1100 г. до н.э. – $\varepsilon' = 23^\circ 49' 34''$. Следовательно, абсолютная погрешность определения Чу Конгом угла ε относительно теоретического значения составляет $\Delta\varepsilon = |\varepsilon - \varepsilon'| = 32' 26''$. Столь большую погрешность можно объяснить относительно большой погрешностью измерительного прибора того времени. (3 балла)

6. С использованием данных Википедии для современной широты ($\varphi_0 = 34^\circ 39' 31''$) г. Лоян, находим абсолютную погрешность определения широты, полученной в пункте 3, относительно современного значения: $\Delta\varphi = |\varphi - \varphi_0| = 36' 09''$. (2 балла)

№8. «Интервал возможных значений вавилонского стадия»

Решение. 1. Итак, согласно определению, *вавилонский стадий* – это расстояние, которое проходит путник пешком равномерным ходом по равнинной поверхности Земли за время, в течение которого Солнце заходит за горизонт. Следовательно, его величину можно представить так

$$L = v_h \cdot \tau_\odot, \quad (25)$$

где v_h – скорость равномерного движения путника по равнинной поверхности, τ_\odot – время захода Солнца за горизонт. Определим интервалы возможных значений (ИВЗ) для каждого из указанных параметров. (1 балл)

2. Согласно работе¹, скорость человека при ходьбе может быть заключена в интервале (от медленного до быстрого темпа) (2 балла):

$$2.20 \text{ км/ч} \leq v_h \leq 7.28 \text{ км/ч}, \quad \text{при этом } \bar{v}_h = 5.29 \text{ км/ч}. \quad (26)$$

3. Определим ИВЗ для времени захода Солнца за горизонт. Рассмотрим процесс захода Солнца за горизонт (см. рис. 11). Начало захода солнечного

¹Витензон А. С. Зависимость биомеханических параметров от скорости ходьбы // Протезирование и протезостроение. – М.: ЦНИИПП, 1974. – С. 53-65.

диска отождествляется с моментом, когда последний касается своей нижней точкой (точка В) видимого горизонта. Окончание захода отождествляется с моментом, когда диск полностью исчезает из поля зрения наблюдателя, при этом его верхняя точка (точка Т) сходит с линии видимого горизонта.

Весь указанный промежуток времени центр видимого диска Солнца (истинное солнце) движется по дуге суточной параллели $S_1S_2 = 2\rho''_{\odot}/\sin\alpha$ с угловой скоростью ω_{\odot} видимого суточного движения по небосводу, здесь и далее ρ''_{\odot} – угловой радиус видимого диска Солнца), α – угол, который составляет суточная параллель Солнца с математическим горизонтом в точке (О) ее пересечения с этим кругом. Тогда время захода можно определить как

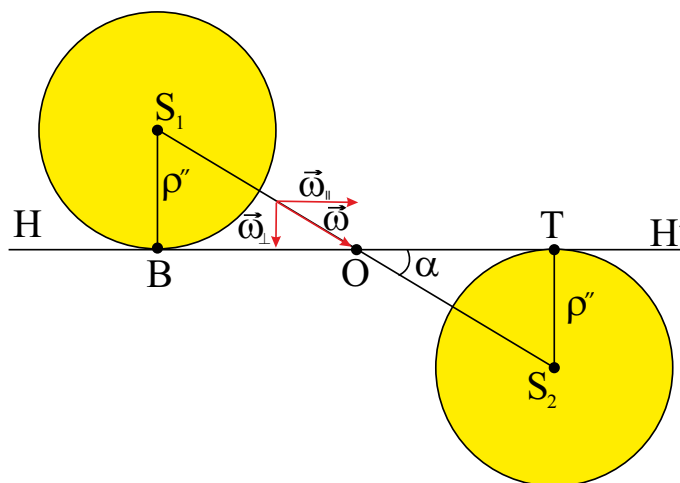


Рис. 11. К определению времени захода Солнца за горизонт.

$$\tau_{\odot} = \frac{2\rho''_{\odot}}{\omega_{\odot} \cdot \sin\alpha}. \quad (27)$$

Очевидно, что каждый из параметров правой части (27) изменяется с течением времени. (2 балла)

4. Земля движется вокруг Солнца по эллиптической орбите. В момент пребывания Земли в перигелии своей орбиты (2 ÷ 5 января) ее гелиоцентрическое расстояние принимает минимальное значение (q_{\oplus}), а следовательно угловой радиус Солнца принимает максимальное значение ($\rho_{\odot}^{(\max)''}$). В момент пребывания Земли в своем афелии (3 ÷ 7 июля) ее гелиоцентрическое расстояние достигает максимального значения Q_{\oplus} , угловой радиус Солнца принимает минимальное значение ($\rho_{\odot}^{(\min)''}$). Данные значения угловых радиусов можно определить по формулам:

$$\rho_{\odot}^{(\max)''} = \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{q_{\oplus}} \times 3438' = \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_{\oplus}(1 - \varepsilon_{\oplus})} \times 3438' = 16.26',$$

$$\rho_{\odot}^{(\min)''} = \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{Q_{\oplus}} \times 3438' = \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_{\oplus}(1 + \varepsilon_{\oplus})} \times 3438' = 15.72'.$$

В итоге имеем ИВЗ для углового радиуса Солнца (3 балла):

$$(3 \div 7 \text{ июля}) 15.72' \leq \rho''_{\odot} \leq 16.26' (2 \div 5 \text{ января}). \quad (28)$$

5. Очевидно, что угловую скорость суточного видимого движения Солнца по небосводу можно представить в виде:

$$\omega_{\odot} = \omega_{\oplus} \cos\delta_{\odot}, \quad (29)$$

здесь $\omega_{\oplus} = 15''/c$ – угловая скорость суточного вращения Земли, δ_{\odot} – склонение Солнца, которое в течение года изменяется в пределах:

$$(21 \div 22 \text{ декабря}) - 23^{\circ}26' \leq \delta_{\odot} \leq +23^{\circ}26' (20 \div 21 \text{ июня}). \quad (30)$$

Следовательно, значения угловой скорости принадлежат интервалу (2 балла):

$$(21 \div 22.12, 20 \div 21.06)13.76''/c \leq \delta_{\odot} \leq 15.00''/c(20 \div 21.03, 22 \div 23.09). \quad (31)$$

6. Определим диапазон возможных значений угла α . Для этого рассмотрим сферический треугольник $\triangle_S SOW$, составленный из математического горизонта WO , небесного экватора SW и большого вспомогательного круга OS , дуга которого имитирует суточную параллель Солнца в точке (O) захода истинного солнца, см рис. 12. Воспользуемся формулами синусов и косинусов для элементов данного треугольника:

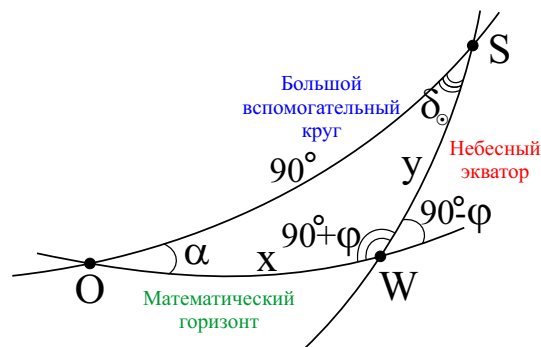


Рис. 12. К определению сферического треугольника $\triangle_S SOW$ и его элементов.

$$\sin x \sin(90^{\circ} + \varphi) = \sin \delta_{\odot} \sin 90^{\circ}, \Rightarrow \sin x = \frac{\sin \delta_{\odot}}{\cos \varphi},$$

$$\sin \alpha \sin 90^{\circ} = \sin y \sin(90^{\circ} + \varphi), \Rightarrow \sin \alpha = \sin y \cos \varphi, \Rightarrow \sin y = \frac{\sin \alpha}{\cos \varphi},$$

$$\cos y = \cos 90^{\circ} \cos x + \sin 90^{\circ} \sin x \cos \alpha, \Rightarrow \cos y = \sin x \cos \alpha, \Rightarrow$$

$$\cos^2 y + \sin^2 y = 1, \Rightarrow \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\sin \delta_{\odot}}{\cos \varphi} \cos \alpha \right)^2 = 1, \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{\cos^2 \varphi - \sin^2 \delta_{\odot}}}{\cos \delta_{\odot}}. \quad (32)$$

На широте Вавилона в итоге имеем следующий ИВЗ:

$$(21 \div 22.12, 20 \div 21.06)54^{\circ}06' \leq \alpha \leq 57^{\circ}27' (20 \div 21.03, 22 \div 23.09). \quad (33)$$

Из сказанного выше следует, что наибольшего значения время захода за горизонт достигает в окрестности дня зимнего солнцестояния, а наименьшего – в окрестности дней равноденствий (3 балла):

$$(20 \div 21.03, 22 \div 23.09)2.528 \text{ мин} \leq \tau_{\odot} \leq 2.918 \text{ мин} (21 \div 22.12). \quad (34)$$

7. Из ИВЗ (26) и (34) следует, что ИВЗ для вавилонского стадия:

$$93 \text{ м} \leq \alpha \leq 354 \text{ м}. \quad (35)$$

Заметим, что максимальное значение стадия превосходит минимальное значение более чем в 3.8 раза, что указывает на крайне нестрогий характер определения данной величины. Принятое значение вавилонского стадия, выраженное в метрах (194 м), входит в интервал (35). (1 балл)

№9. «Сближение геостационарного ИСЗ с Юпитером»

Решение. 1. Согласно определению, *геостационарный спутник* – это искусственный спутник Земли (ИСЗ), движущийся в плоскости земного экватора, по круговой орбите, сидерический период обращения которого равен звездным суткам Земли. Из определения следует, что данный спутник с течением времени должен оставаться над одной и той же точкой поверхности Земли. Земля совершает вращательное движение против часовой стрелки, если смотреть на нее со стороны ее северного геополюса. В результате суточного вращения Земли, все далекие небесные тела, расположенные вблизи небесного экватора и не принадлежащие сфере Хилла Земли, движутся с востока на запад для жителя г. Самары с угловой скоростью, равной угловой скорости вращения Земли ($\omega_{\oplus} = 15''/\text{с}$). Значит данный ИСЗ относительно Юпитера движется с запада на восток, т.е. в направлении $2 \rightarrow 1$. (2 балла)

2. Поскольку Юпитер в момент съемки был в противостоянии, следовательно он был расположен в точке, близкой к противосолнечной. Солнце 10 июня, согласно диаграмме годичного движения Солнца (см. рис. А.1), находится в созвездии Тельца, а противосолнечная точка, а значит и Юпитер – в созвездии Змееносца. (1 балла)

Для определения времени движения спутника между точками 2 и 1 необходимо определить угловое расстояние между этими точками. Для этого определим *угловой масштаб фотографии* – отношение углового размера известного небесного тела к его линейному размеру на фотографии. В качестве данного небесного тела возьмем Юпитер. Поскольку в момент съемки он был в противостоянии, а орбиты Земли и Юпитера являются круговыми, то угловой диаметр Юпитера будет

$$D_J'' = \frac{2\mathfrak{R}_J}{\Delta} \times 206265'' = \frac{2\mathfrak{R}_J}{(a_J - a_{\oplus})} \times 206265'' = 46.9''.$$

По рисунку определим диаметр планеты $d_J = 14$ мм и расстояние между точками 1 и 2 – $d_{12} = 18$ мм. Угловой масштаб фотографии тогда

$$\mu_a = \frac{D_J''}{d_J} = 3.35''/\text{мм}.$$

В результате угловое расстояние между данными точками есть

$$D_{12}'' = \mu_a d_{12} = 60.3''.$$

Поскольку спутник движется в плоскости земного экватора, то его угловая скорость относительно Юпитера будет равна угловой скорости вращения Земли – $\omega_{\oplus} = 15''/\text{с}$. Следовательно, искомое время движения ИСЗ между точками 1 и 2 составляет (3 балла)

$$t_{12} = \frac{D''_{12}}{\omega_{\oplus}} = 4.0 \text{ с.} \quad (36)$$

3. Оценим горизонтальные координаты Юпитера на момент съемки. Согласно условию задачи, Юпитер испытал сближение с геостационарным ИСЗ вблизи меридиана, значит азимут Юпитера – $A_J = 0^\circ$. Заметим, что в силу относительной близости ИСЗ к Земле, последний, с точки зрения самарского наблюдателя, не проецируется точно на небесный экватор, а в близкую точку небосвода (см. рис. 13).

Определим радиус геостационарной орбиты искусственного спутника Земли. Как было сказано ранее, период обращения такого ИСЗ вокруг центра Земли равен звездным суткам Земли – $P_{\oplus} = 23^{\text{h}}56^{\text{m}}04^{\text{s}}$. Запишем второй закон Ньютона для ИСЗ:

$$m \frac{v^2}{R} = \frac{GmM_{\oplus}}{R^2}, \Rightarrow v^2 = \frac{GM_{\oplus}}{R},$$

учитывая, что скорость тела на орбите есть

$$v = \frac{2\pi R}{P_{\oplus}},$$

то можно получить явное выражение для радиуса геостационарной орбиты:

$$\frac{4\pi^2 R^2}{P_{\oplus}^2} = \frac{GM_{\oplus}}{R}, \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{GM_{\oplus} P_{\oplus}^2}{4\pi^2}} = 42165.7 \text{ км.} \quad (37)$$

Поскольку спутник транзитировал в малой окрестности Юпитера, то можно полагать, что высоты и склонения геостационарного ИСЗ и Юпитера были одинаковыми. Рассмотрим рис. 13. Здесь в точке O – расположен наблюдатель в г. Самаре, в т. Sa – геостационарный ИСЗ. Рассмотрим $\triangle OC Sa$, воспользуемся для него теоремой синусов:

$$\frac{\sin \angle Sa}{\mathcal{R}_{\oplus}} = \frac{\sin(90^\circ + h)}{R}, \quad (38)$$

здесь h – высота ИСЗ над горизонтом. С другой стороны, сумма углов в треугольнике равна 180° , т.е.

$$\angle Sa + 90^\circ + h + \varphi = 180^\circ, \Rightarrow \angle Sa = 90^\circ - (\varphi + h). \quad (39)$$

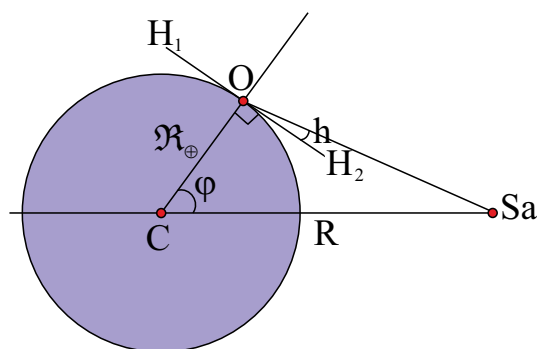


Рис. 13. К определению высоты данного ИСЗ над горизонтом в г. Самаре.

Из выражений (38) и (39) следует, что

$$\begin{aligned} \cos(\varphi + h) &= \frac{\mathfrak{R}_{\oplus}}{R} \cos h, \quad \text{или} \\ \cos \varphi \cos h - \sin \varphi \sin h &= x \cos h, \quad \text{где } x = \frac{\mathfrak{R}_{\oplus}}{R} \Rightarrow \\ \cos \varphi - \sin \varphi \operatorname{tg} h &= x, \Rightarrow \operatorname{tg} h = \frac{\cos \varphi - x}{\sin \varphi} = \operatorname{ctg} \varphi - \frac{x}{\sin \varphi} = 0.5594, \\ \Rightarrow h &= 29.2^\circ. \end{aligned} \quad (40)$$

Значит, горизонтальные координаты Юпитера были $h_J = 29.2^\circ$, $A_J = 0^\circ$. (4 балла)

4. Поскольку в указанный момент ИСЗ и Юпитер располагались в меридиане, к югу от зенита, то часовой угол Юпитера был равен $t_J = 0^h$, а его высоту можно записать так

$$h_J = 90^\circ - \varphi + \delta_J, \Rightarrow \delta_J = h + \varphi - 90^\circ = -7.6^\circ. \quad (41)$$

Прямое восхождение можно легко оценить по дате события. Дело в том, что 20 ÷ 21 июня – дата летнего солнцестояния, когда склонение Солнца составляет $\alpha_{\odot}^{(s)} = 6^h 00^m$. Каждые сутки прямое восхождение Солнца увеличивается на 1° или 4^m , что означает, что 10 июня координата Солнца была равна $\alpha_{\odot}^{(10)} = \alpha_{\odot}^{(s)} - (21 - 10) \cdot 4^m = 5^h 16^m$. Поскольку Юпитер 10 июня был в противостоянии, то его прямое восхождение должно отличаться от соответствующего солнечного на 12^h . Следовательно прямое восхождение Юпитера составляло

$$\alpha_J = \alpha_{\odot}^{(10)} + 12^h = 17^h 16^m.$$

Следовательно, экваториальные координаты гиганта составляли $\delta_J = -7.6^\circ$, $t_J = 0^h$, $\alpha_J = 17^h 16^m$. (4 балла)

№10. «Изменение светимости Солнца и жизнь Земли»

Решение. 1. Согласно рис. 14, кривая зависимости полной мощности (светимости) электромагнитного излучения Солнца от времени имеет пять экстремальных и граничных точек, представленных в табл. 2. (2.5 балла)

(1)	$t_1 = 1.5 \cdot 10^6$ лет	$L_{\odot}^{(1)} = 1.468L_{\odot}^{(0)}$	(2)	$t_2 = 13.85 \cdot 10^6$ лет	$L_{\odot}^{(2)} = 0.444L_{\odot}^{(0)}$
(3)	$t_3 = 30.9 \cdot 10^6$ лет	$L_{\odot}^{(3)} = 0.944L_{\odot}^{(0)}$	(4)	$t_4 = 47.8 \cdot 10^6$ лет	$L_{\odot}^{(4)} = 0.676L_{\odot}^{(0)}$
(5)	$t_5 = 8.0 \cdot 10^9$ лет	$L_{\odot}^{(5)} = 1.468L_{\odot}^{(0)}$	–	–	–

Пояснение: здесь $L_{\odot}^{(0)}$ – светимость Солнца в настоящее время.

Таблица 2. Значения параметров пяти экстремальных и граничных точек кривой (3).

2. Очевидно, функция (2) является монотонно возрастающей. Согласно условию задачи, данная функция должна работать на масштабах миллиардов лет. Естественным образом возникает предположение, что данная функция

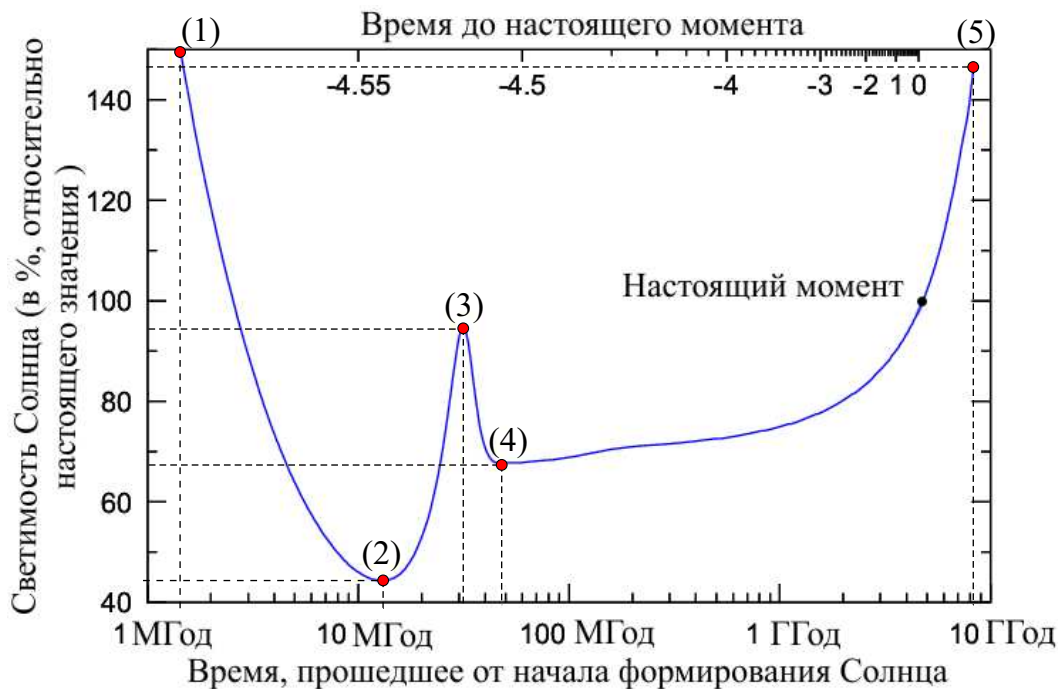


Рис. 14. Зависимость светимости Солнца (L_{\odot}) от времени, рассчитанная по модели звездной эволюции (Бараф и др., 2015) с указанием экстремальных и граничных (максимальных и минимальных) значений.

описывает участок точной кривой, заключенный между точками (4) и (5). Убедимся в этом прямой проверкой. Определим светимость при $t = 0$:

$$L(0) = 0.714 L_{\odot}^{(0)}.$$

Полученное значение светимости достигается при $t_i = 300$ млн лет. Значит настоящему моменту здесь соответствует время $t_0 = 4.561 - t_i = 4.261$ млрд лет. Определим момент времени t_f , который соответствует значению светимости $L_{\odot}^{(5)}$:

$$L(t_f) = 1.468 L_{\odot}^{(0)} = \frac{L_{\odot}^{(0)}}{\left[1 + \frac{2}{5} \left(1 - \frac{t_f}{t_0}\right)\right]}, \Rightarrow$$

$$t_f = \frac{5}{2} t_0 \left(1.4 - \frac{1}{1.468}\right) = 7.657 \text{ млрд лет.} \quad (42)$$

Таким образом, данная функциональная зависимость работает на интервале:

$$300 \text{ млн лет} \leq t \leq 7.657 \text{ млрд лет.} \quad (43)$$

Проверим для внутренней точки $t_{\text{int}} = 2$ млрд лет соответствие данной функции значению светимости на графике:

$$L(t_{\text{int}} - t_i) = L_{\odot}^{(0)} \left[1 + \frac{2}{5} \left(1 - \frac{t_{\text{int}} - t_i}{t_0}\right)\right]^{-1} = 0.81 L_{\odot}^{(0)},$$

что уверенно согласуется с данными графика. Значит искомый интервал (43) определен верно. (2 балла)

3. Далее определим эффективную температуру поверхности планеты (без атмосферы) как функцию светимости Солнца, сферического альbedo планеты, ее гелиоцентрического расстояния и коэффициента черноты ее поверхности (в рамках модели серого тела). Для этого заметим, что освещенность, создаваемая Солнцем у поверхности планеты, есть

$$E_{\odot} = \frac{L_{\odot}}{4\pi a_{\oplus}^2},$$

здесь a_{\oplus} – большая полуось орбиты планеты (Земли). На поверхность планеты радиуса \mathfrak{R}_{\oplus} падает поток излучения, равный

$$\Phi_0 = E_{\odot} \cdot \pi \cdot \mathfrak{R}_{\oplus}^2.$$

Доля $(1 - A)$ от данного потока поглощается освещенной поверхностью планеты и переизлучается в космическое пространство всей ее поверхностью. Последнее будем моделировать серым телом с коэффициентом черноты ε . Следовательно, можно записать уравнение баланса энергий:

$$(1 - A)\Phi_0 = 4\pi \mathfrak{R}_{\oplus}^2 \varepsilon \sigma T_{\oplus}^4, \Rightarrow \frac{L_{\odot}}{4\pi a_{\oplus}^2} (1 - A) \pi \cdot \mathfrak{R}_{\oplus}^2 = 4\pi \mathfrak{R}_{\oplus}^2 \varepsilon \sigma T_{\oplus}^4, \Rightarrow$$

$$T_{\oplus} = \frac{1}{2} \sqrt[4]{\frac{L_{\odot}(1 - A)}{\pi \varepsilon \sigma a_{\oplus}^2}}, \quad (44)$$

здесь σ – постоянная Стефана-Больцмана. (3 балла)

4. С использованием формулы (44), выполним оценку усредненного по поверхности Земли коэффициента черноты ее поверхности (2 балла):

$$\varepsilon_{\oplus} = \frac{L_{\odot}(1 - A_{\oplus})}{16\pi\sigma a_{\oplus}^2 T_{\oplus}^4} = 0.605. \quad (45)$$

5. Используя формулу (2) определим время t :

$$t = \frac{5}{2} t_0 \left(1.4 - \frac{L_{\odot}^{(0)}}{L_{\odot}} \right),$$

Следовательно, промежуток времени, отсчитываемый от настоящего момента t_0 , до момента времени, когда светимость Солнца будет равна L_{\odot} :

$$\Delta t = t - t_0 = \frac{5}{2} t_0 \left(1 - \frac{L_{\odot}^{(0)}}{L_{\odot}} \right).$$

С другой стороны из (44) следует, что

$$L_{\odot} = \frac{16\pi\sigma\varepsilon_{\oplus}a_{\oplus}^2T_{\oplus}^4}{(1 - A_{\oplus})}, \Rightarrow \frac{L_{\odot}^{(0)}}{L_{\odot}} = \left(\frac{T_{\oplus}^{(0)}}{T_{\oplus}} \right)^4.$$

Ситуация	$t_i, ^\circ\text{C}$	T_i, K	$\Delta t, \text{млрд лет}$
а)	41.5	314.5	3.162
б)	56	329	4.397
в)	70	343	5.357

Таблица 3. Значения искомым интервалов времени в случае ситуаций а)-в).

Здесь учтено, что изменение температуры поверхности Земли обусловлено лишь изменением светимости Солнца. Параметры, характеризующие Землю, остаются неизменными в течение всего времени эволюции Солнца. В результате искомый промежуток времени будет представляться формулой:

$$\Delta t = \frac{5}{2} t_0 \left(1 - \left(\frac{T_{\oplus}^{(0)}}{T_{\oplus}} \right)^4 \right). \quad (46)$$

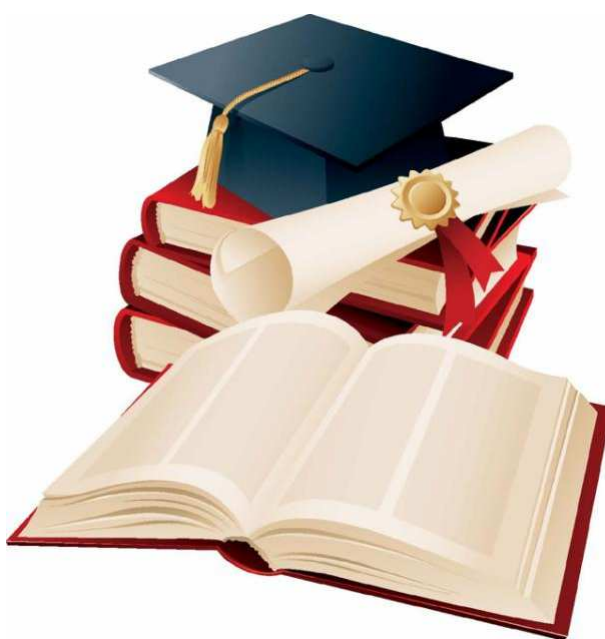
Используя последний результат и учитывая связь абсолютной температуры и температуры по шкале Цельсия, вычислим искомые промежутки для трех указанных моментов, определяемых условиями а)-в) (см. табл. 3). Из данной таблицы следует, что жизнь (длительное пребывание без тепловой защиты) на поверхности Земли станет невозможной для человека спустя 3.162 млрд лет от настоящего момента. (3 балла)

Испаряться все океаны на поверхности Земли и последняя превратится в безводную пустыню спустя 4.397 млрд лет. (1 балл)

Наконец, белковая жизнь на поверхности Земли станет в принципе невозможной спустя 5.357 млрд лет. (2 балла)

Замечание. Искомые значения указанных интервалов были получены в приближении эволюции лишь самого Солнца, без учета эволюции атмосферы самой планеты. Наиболее точные модели, учитывающие как эволюцию Солнца, так и эволюцию атмосферы Земли, дают существенно меньшие значения искомым интервалов. Например, оставшееся время существования жизни на Земле оценивается не более чем в один миллиард лет!

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре) на расстоянии Земли – 1361 Вт/м^2
- Солнечная постоянная (в видимом свете) на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81.3$ массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \text{tg } x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\text{tg}(x \pm \alpha) \approx \text{tg } \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

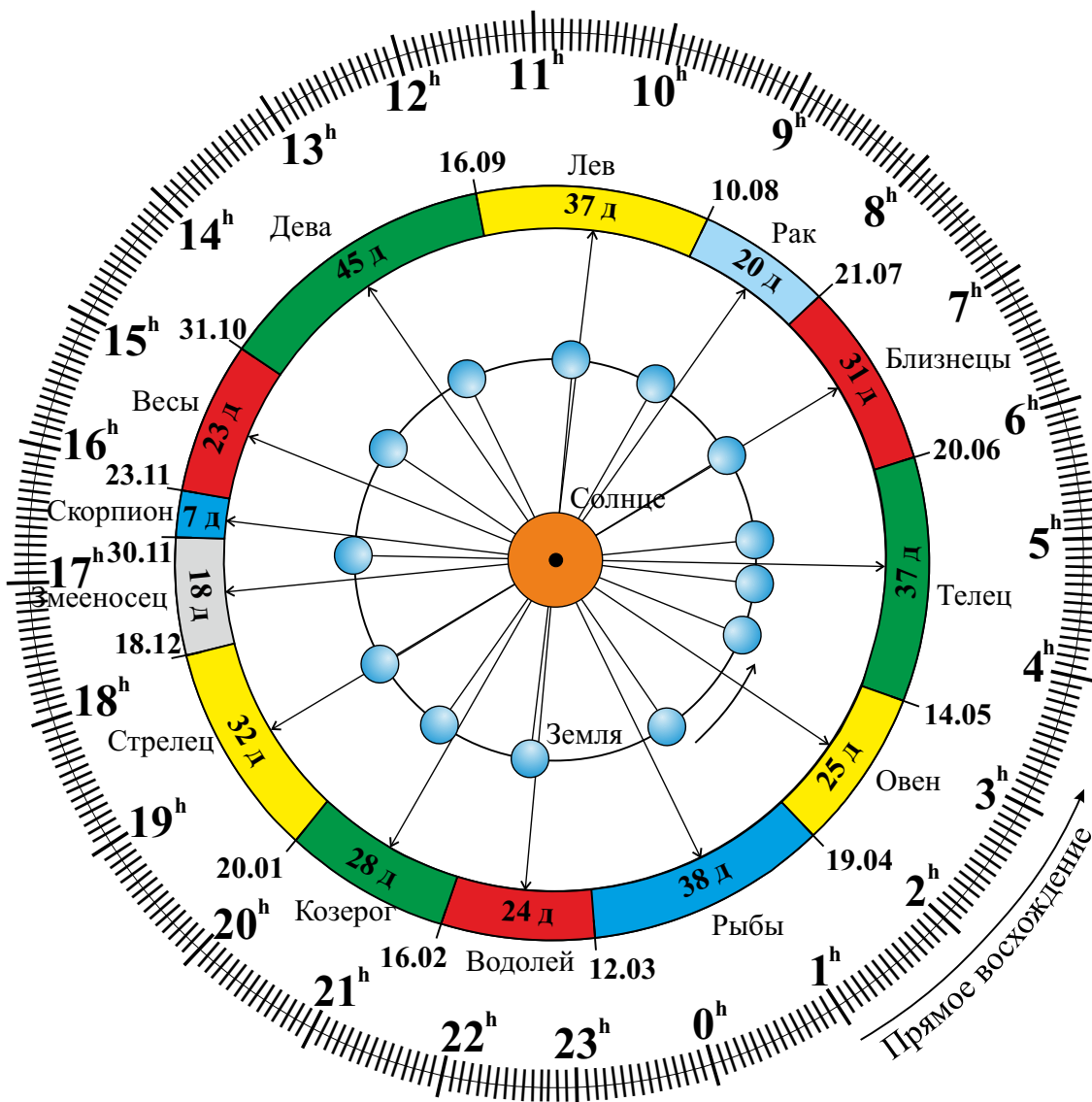


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

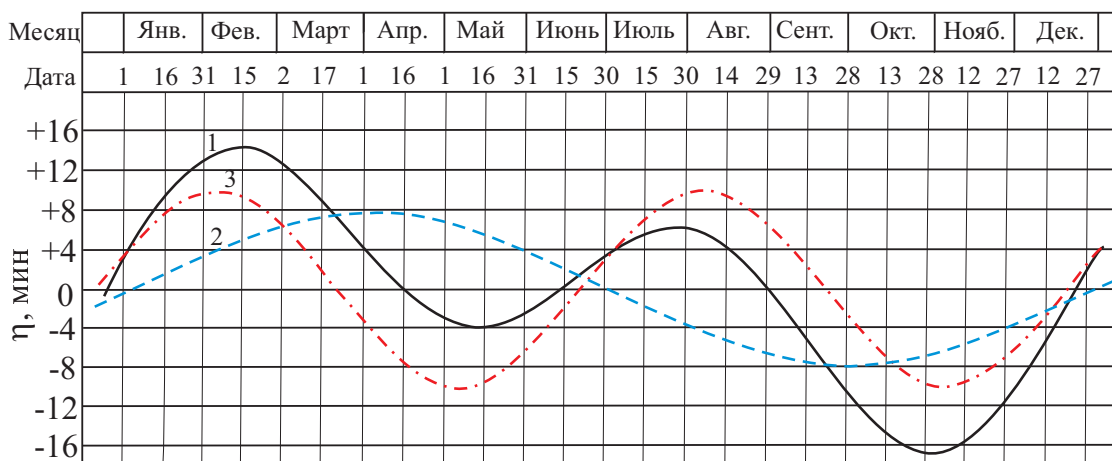


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 – уравнение времени, 2 – уравнение центра, 3 – уравнение от наклона эклиптики.

А.10. Яркие звезды ночного небосвода

Топ-25 ярчайших звезд ночного небосвода

№	Название	α	δ	r , св.л.	m , ^m	M , ^m	Сп. кл.	Полушарие и № в нем
1	Сириус (α Большого Пса)	06 ^h 45 ^m 9 ^s	-16°42'58"	8.6	-1.46	1.4	A1Vm	Южное (01)
2	Канопус (α Киля)	06 ^h 23 ^m 57 ^s	-52°41'45"	310	-0.72	-5.53	A9II	Южное (02)
3	Ригил(A)/Толлиман(B) (α Центавра АВ)	14 ^h 39 ^m 35 ^s	-60°50'15"	4.3	-0.27	4.06	G2V + K1V	Южное (03)
4	Арктур (α Волопаса)	14 ^h 15 ^m 40 ^s	19°10'57"	36.7	-0.05	-0.3	K1.5IIIp	Северное (01)
5	Вега (α Лир)	18 ^h 36 ^m 56 ^s	38°47'01"	25	0.03 ^v	0.6	A0Va	Северное (02)
6	Капелла (α Возничего)	05 ^h 16 ^m 41 ^s	45°59'53"	42.2	0,08	-0.5	G6III + G2III	Северное (03)
7	Ригель (β Ориона)	05 ^h 14 ^m 32 ^s	-08°12'06"	870	0.12 ^v	-7.84	B8Iae	Южное (04)
8	Процион (α Малого Пса)	07 ^h 39 ^m 18 ^s	+05°13'30"	11.4	0.38	2.6	F5IV-V	Северное (04)
9	Ахернар (α Эридана)	01 ^h 37 ^m 43 ^s	-57°14'12"	139	0.46	-1.3	B3Vnp	Южное (05)
10	Бетельгейзе (α Ориона)	05 ^h 55 ^m 10 ^s	07°24'25"	530	0.50 ^v	-5.14	M2Iab	Северное (05)
11	Хадар (β Центавра)	14 ^h 03 ^m 49 ^s	-60°22'23"	400	0.61 ^v	-5.4	B1III	Южное (06)
12	Альтаир (α Орла)	19 ^h 50 ^m 47 ^s	08°52'06"	16.8	0.77	2.3	A7Vn	Северное (06)
13	Акрукс (α Южного Креста)	12 ^h 26 ^m 36 ^s	-63°05'57"	321	0.77	-4.1	B0.5IV + B1Vn	Южное (07)
14	Альдебаран (α Тельца)	04 ^h 35 ^m 55 ^s	16°30'33"	65	0.85 ^v	-0.3	K5III	Северное (07)
15	Антарес (α Скорпиона)	16 ^h 29 ^m 24 ^s	-26°25'55"	610	0.96 ^v	-5.2	M1.5Iab	Южное (08)
16	Спика (α Девы)	13 ^h 25 ^m 12 ^s	-11°09'41"	250	0.98 ^v	-3.2	B1V	Южное (09)
17	Поллукс (β Близнецов)	7 ^h 45 ^m 19 ^s	28°01'34"	33.7	1.14	0.7	K0IIIb	Северное (08)
18	Фомальгаут (α Южной Рыбы)	22 ^h 57 ^m 39 ^s	-29°37'20"	25	1.16	2.0	A3Va	Южное (10)
19	Мимоза (β Южного Креста)	12 ^h 47 ^m 43 ^s	-59°41'19"	353	1.25 ^v	-4.0	B0.5III	Южное (11)

Топ-25 ярчайших звезд ночного небосвода (продолжение)

20	Денеб (α Лебедя)	20 ^h 41 ^m 26 ^s	45°16'49"	1550	1.25	-8.38	A2Ia	Северное (09)
21	Регул (α Льва)	10 ^h 08 ^m 22 ^s	11°58'02"	77	1.35	-0.5	B7Vn	Северное (10)
22	Адара (ϵ Большого Пса)	06 ^h 58 ^m 38 ^s	-28°58'19"	400	1.50	-4.8	B2II	Южное (12)
23	Кастор (α Близнецов)	07 ^h 34 ^m 36 ^s	31°53'18"	51.5	1.57	0.5	A1V + A2V	Северное (11)
24	Гакрукс (γ Южного Креста)	12 ^h 31 ^m 10 ^s	-57°06'48"	88	1.63 ^v	-1.2	M3.5III	Южное (13)
25	Шаула (λ Скорпиона)	17 ^h 33 ^m 37 ^s	-37°06'13"	365	1.63 ^v	-3.5	B1.5IV	Южное (14)

А.11. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела, болометрические поправки

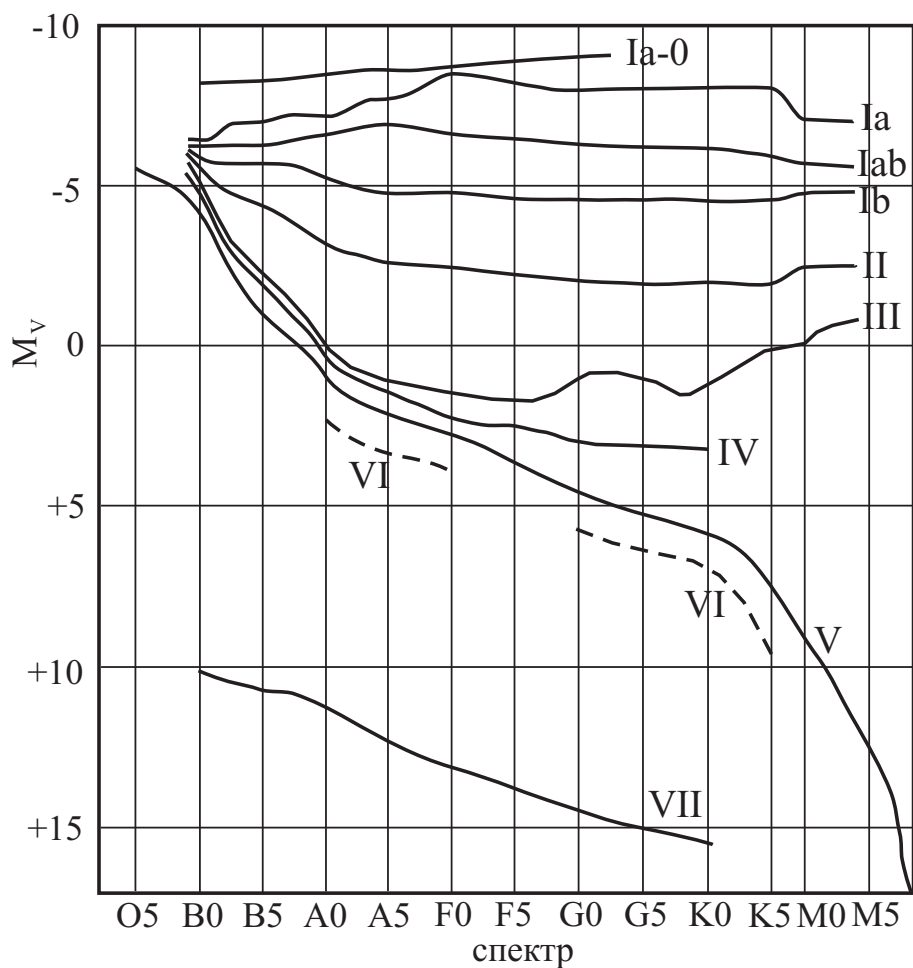


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

Болометрические поправки ΔM_b

Спектр	ΔM_b	Спектр	ΔM_b		
			Гл. последовательность	Гиганты	Сверхгиганты
B0	- 2.70	F5	- 0.04	- 0.08	- 0.12
B5	- 1.58	F8	- 0.05	- 0.17	- 0.28
A0	- 0.72	G0	- 0.06	- 0.25	- 0.42
A5	- 0.31	G2	- 0.07	- 0.31	- 0.52
F0	- 0.09	G5	- 0.10	- 0.39	- 0.65
F2	- 0.04	G8	- 0.10	- 0.47	- 0.80
		K0	- 0.11	- 0.54	- 0.93
		K2	- 0.15	- 0.72	- 1.20
		K3	- 0.31	- 0.89	- 1.35
		K4	- 0.55	- 1.11	- 1.56
		K5	- 0.85	- 1.35	- 1.86
		M0	- 1.43	- 1.55	- 2.2
		M1	- 1.70	- 1.72	- 2.6
		M2	- 2.03	- 1.95	- 3.0
		M3	- 2.35	- 2.26	- 3.6
		M4	- 2.7	- 2.72	- 3.8
		M5	- 3.1	- 3.4	- 4.0

А.12. Статистика распределения звезд по звездным величинам

m	Кол-во звезд	m	Кол-во звезд	m	Кол-во звезд, $\times 10^6$	m	Кол-во звезд, $\times 10^6$
0^m	4	5^m	1602	10^m	0.340	15^m	36.9
1^m	15	6^m	4800	11^m	0.927	16^m	83.7
2^m	48	7^m	14000	12^m	2.46	17^m	182
3^m	171	8^m	42000	13^m	6.29	18^m	374
4^m	513	9^m	121000	14^m	15.5	19^m	733

Примечание: здесь указано количество звезд на всем небосводе, имеющих блеск ярче указанной звездной величины, согласно Star Numbers, 2001.

А.13. Таблица Менделеева

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ПЕРИОДЫ	A I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII		B																									
	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar		He																								
1	3 6.941 Lithium Литий	4 9.0122 Beryllium Бериллий	5 10.811 Boron Бор	6 12.011 Carbonium Углерод	7 14.007 Nitrogenium Азот	8 15.999 Oxygenium Кислород	9 18.998 Fluorium Фтор	10 20.179 Neon Неон	11 22.99 Sodium Натрий	12 24.305 Magnesium Магний	13 26.9815 Aluminium Алюминий	14 28.086 Silicium Кремний	15 30.974 Phosphorus Фосфор	16 32.066 Sulfur Сера	17 35.453 Chlorium Хлор	18 39.948 Argon Аргон	19 39.948 Helium Гелий	20 4.002602 Helium Гелий																								
2	19 39.098 Potassium Калий	20 40.08 Calcium Кальций	21 44.956 Scandium Скандий	22 47.90 Titanium Титан	23 50.941 Vanadium Ванадий	24 51.996 Chromium Хром	25 54.938 Manganese Марганец	26 55.847 Iron Железо	27 58.933 Cobaltum Кобальт	28 58.70 Nickel Никель	29 63.546 Cuprum Медь	30 65.39 Zincum Цинк	31 69.72 Gallium Галлий	32 72.59 Germanium Германий	33 74.992 Arsenicum Мышьяк	34 78.96 Selenium Селен	35 79.904 Bromine Бром	36 83.80 Krypton Криптон	37 85.468 Rubidium Рубидий	38 87.62 Strontium Стронций	39 88.906 Yttrium Иттрий	40 91.22 Zirconium Цирконий	41 92.906 Niobium Нйбий	42 95.94 Molybdenum Молибден	43 97.91 Technetium Технеций	44 101.07 Ruthenium Рутений	45 102.905 Rhodium Родий	46 106.4 Palladium Палладий														
3	47 107.868 Silver Серебро	48 112.41 Cadmium Кадмий	49 114.82 Indium Индий	50 118.71 Tin Олово	51 121.75 Antimony Сурьма	52 127.60 Tellurium Теллур	53 126.9045 Iodine Йод	54 131.29 Xenon Ксенон	55 132.905 Cesium Цезий	56 137.33 Barium Барий	57 138.9055 Lanthanum Лантан	58 140.908 Cerium Церий	59 140.908 Praseodymium Прозеродим	60 144.24 Neodymium Неодим	61 144.91 Promethium Прометий	62 150.36 Europium Европий	63 151.96 Gadolinium Гадолиний	64 157.25 Terbium Тербий	65 158.926 Dysprosium Диспрозий	66 162.50 Holmium Гольмий	67 164.930 Erbium Эрбий	68 167.26 Thulium Тулий	69 168.934 Ytterbium Иттербий	70 173.04 Lutetium Лютеций	71 174.967 Ytterbium Иттербий	72 175.04 Lu Лютеций	73 175.04 Lu Лютеций	74 175.04 Lu Лютеций	75 175.04 Lu Лютеций													
4	79 196.967 Gold Золото	80 200.59 Mercury Ртуть	81 204.38 Thallium Таллий	82 207.19 Lead Свинец	83 208.980 Bismuthum Висмут	84 209.99 Polonium Полоний	85 209.99 Astatium Астат	86 210 Radon Радон	87 223 Francium Франций	88 226 Radium Радий	89 227 Actinium Актиний	90 226 Radium Радий	91 227 Actinium Актиний	92 226 Radium Радий	93 227 Actinium Актиний	94 226 Radium Радий	95 226 Radium Радий	96 226 Radium Радий	97 226 Radium Радий	98 226 Radium Радий	99 226 Radium Радий	100 226 Radium Радий	101 226 Radium Радий	102 226 Radium Радий	103 226 Radium Радий	104 226 Radium Радий	105 226 Radium Радий	106 226 Radium Радий	107 226 Radium Радий	108 226 Radium Радий	109 226 Radium Радий	110 226 Radium Радий	111 226 Radium Радий	112 226 Radium Радий	113 226 Radium Радий	114 226 Radium Радий	115 226 Radium Радий	116 226 Radium Радий	117 226 Radium Радий	118 226 Radium Радий	119 226 Radium Радий	120 226 Radium Радий

Символ элемента, Относительная атомная масса, Порядковый номер

Название элемента, Распределение электронов на энергетических уровнях

Рис. А.4. Таблица Менделеева.

В.1. Карты звездного неба

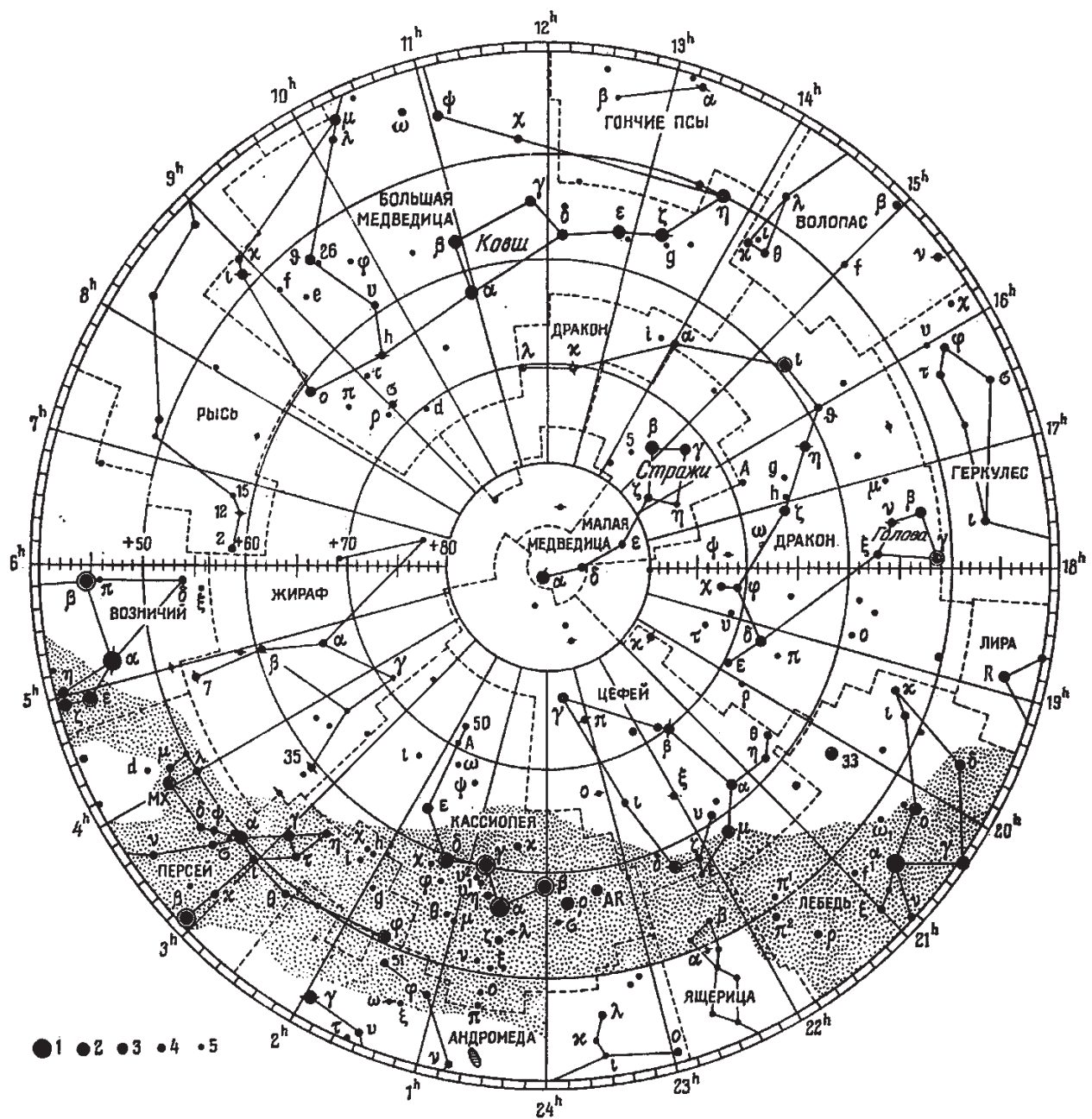


Рис. В.1. Карта северной околополярной области.

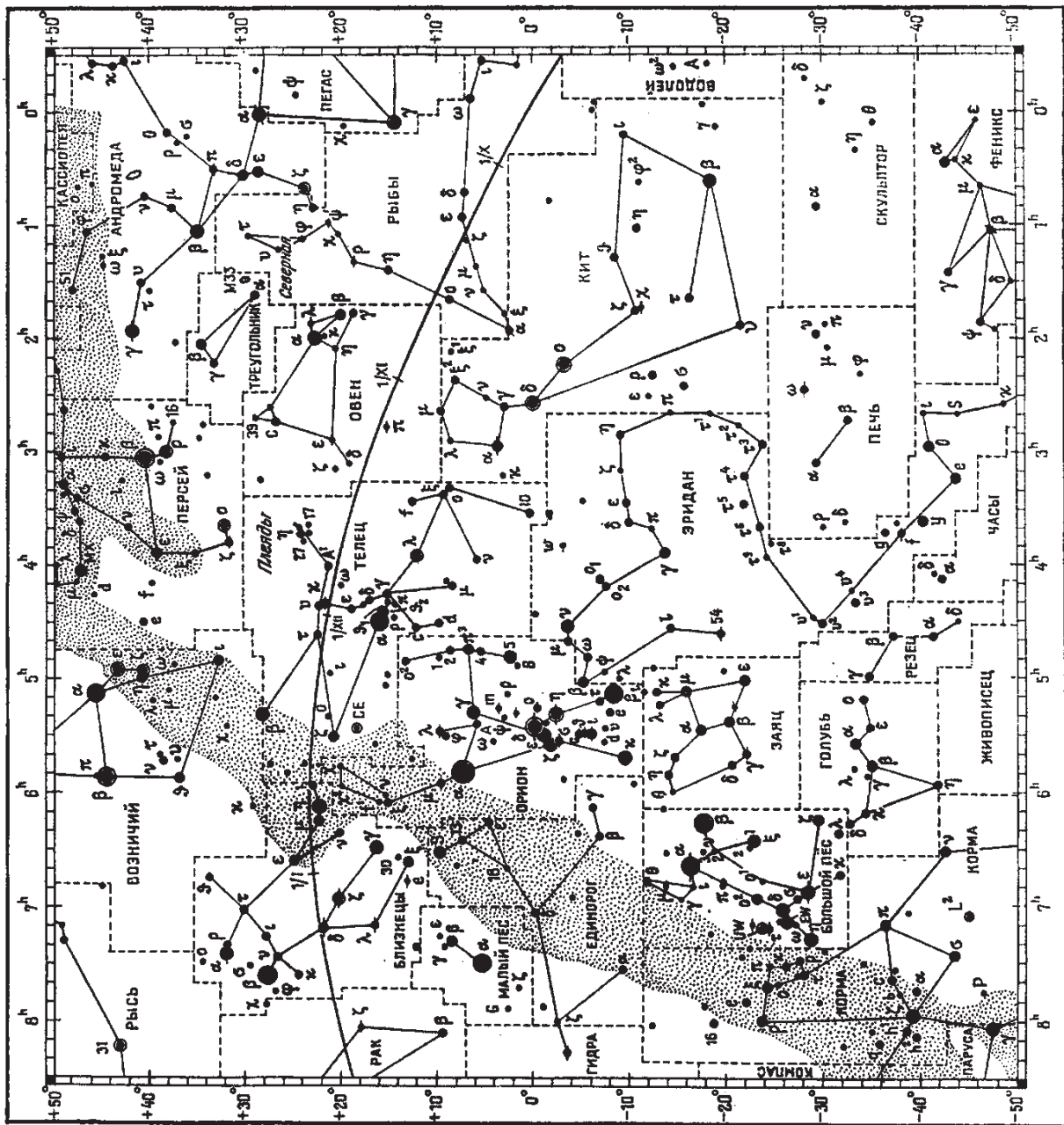


Рис. В.2. Карта осенне-зимнего небосвода.

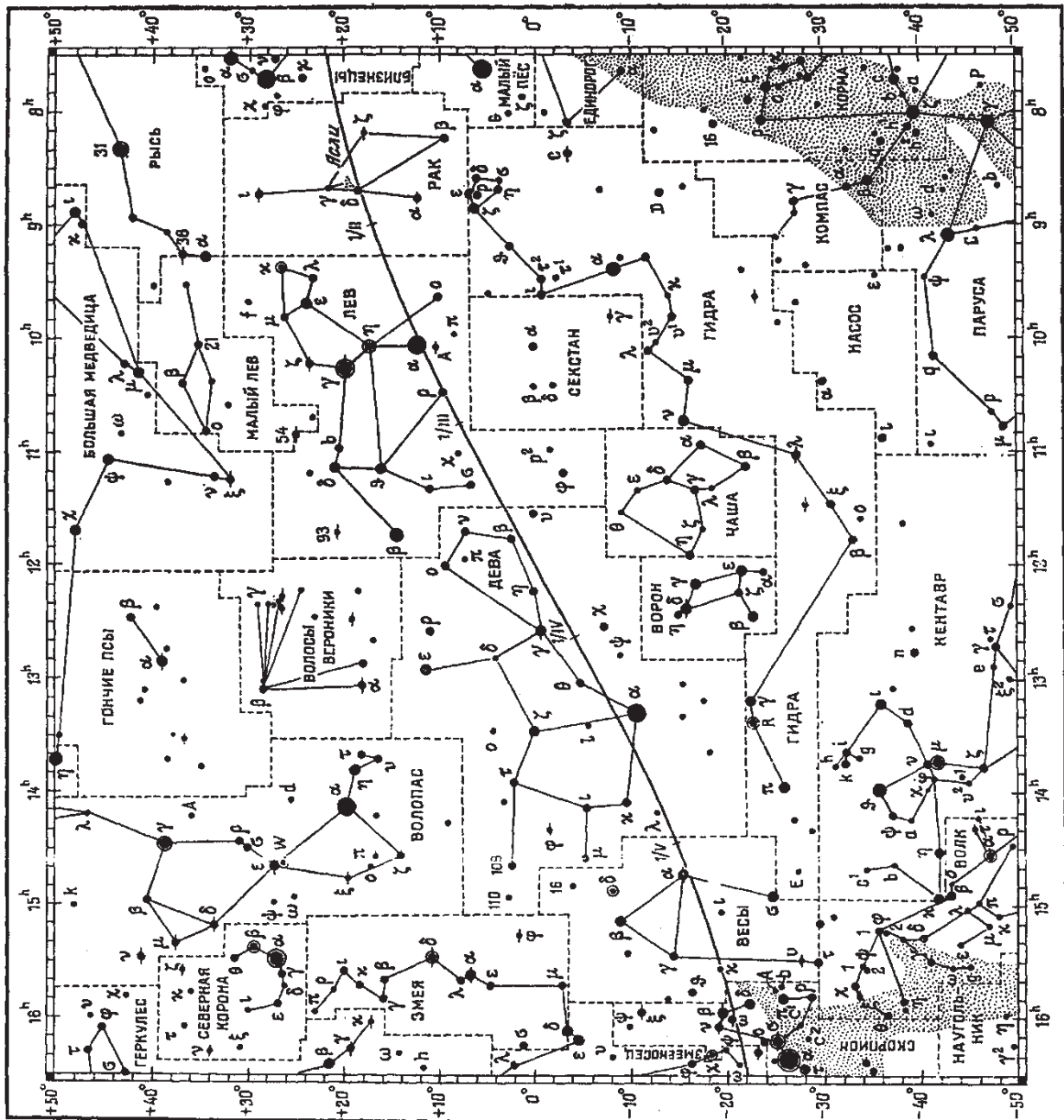


Рис. В.3. Карта зимне-весеннего небосвода.

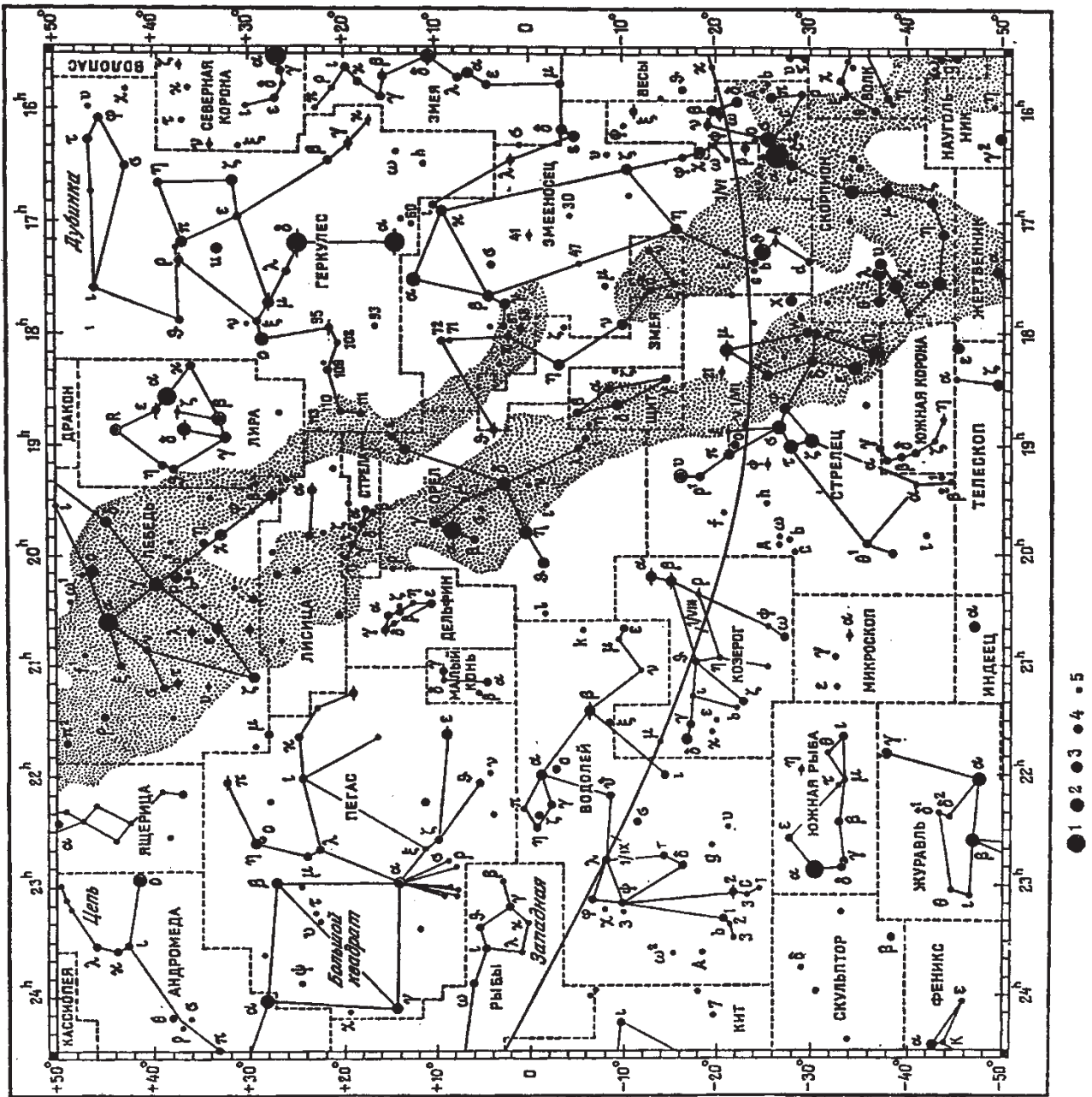


Рис. В.4. Карта летне-осеннего небосвода.

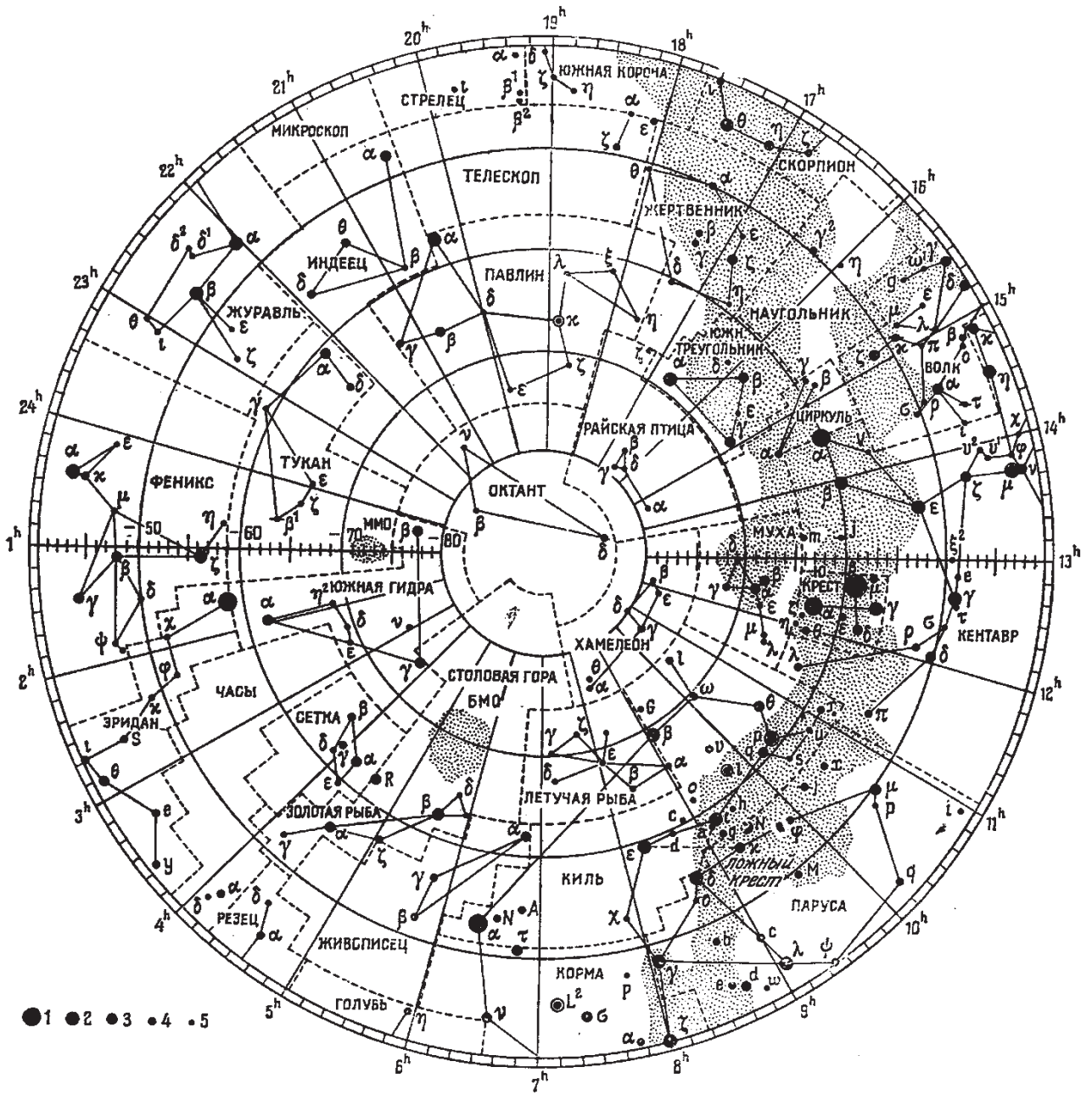


Рис. В.5. Карта южной околополярной области.