

САМАРСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ДЛЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ
ОТКРЫТОЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ
ПО АСТРОНОМИИ им. Ф.А. БРЕДИХИНА
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ.
СЕЗОН: 2022-2023, ТУР № 1



Самара, 2022 г.

Дорогие Друзья!

Вашему вниманию в данном релизе представлены 10 оригинальных задач двух уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В). Задачи составлены в соответствии с *Перечнем вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 10-11 классов к решению задач ее различных этапов.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: «Условия и решения конкурсных задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023 среди обучающихся 10-11 классов. Тур № 1». – <https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

Составитель: – *Филиппов Юрий Петрович*, научный руководитель школы, методист СРЦОД, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева.

Верстка в системе *ВТ_EX* – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

Памятка участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023

1. Официальный сайт Астрошколы:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

2. Официальная группа в VK:

vk.com/bredikhinolimp

3. Сроки подачи решений задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023 тура № 1 на проверку:

15.10.2022-30.11.2022!!!

4. Электронный ящик ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023:

samrasolimp@mail.ru

5. Руководство зарегистрированного участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/maindocs>

ИЛИ

<https://vk.com/bredikhinolimp>

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2023, **внимательно** ознакомьтесь с **«Руководством зарегистрированного участника ОМОА им Ф.А. Бредихина-2023»!** Электронный адрес последнего указан в **Памятке участника.**

Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Атмосферные явления Земли и их особенности»

На рис. 1 представлена мозаика изображений явлений, происходящих в атмосфере Земли. Определите: (I) название каждого явления; (II) причину его появления; (III) высоту области его образования над поверхностью Земли; (IV) характерное время года его появления в г. Самаре. Заполните табл. 1. В строках (I)-(III) необходимо прописать буквенное обозначение данного объекта согласно рисунку. В строке (IV) необходимо написать словами времена года (лето, осень, зима, весна или круглый год). (0.5 балла за каждую правильно названную позицию)

| | Название явления | Солнечный столб | Спрайт | Глория | Лунное гало |
|------------|-----------------------------------|--|--|---|---|
| I | Обозначение | | | | |
| | Причина появления данного явления | Отражение солнечного света на горизонтальных гранях кристаллов водяного льда | Преломление света в гексагональных или кубических кристаллах водяного льда | Электрический разряд в холодной плазме, осуществляемый в мезосфере и термосфере | Дифракция солнечного света на каплях воды, отраженного от "стены" дождя |
| II | Обозначение | | | | |
| | Высота над поверхностью Земли | 5 ÷ 10 км | 6 ÷ 8 км | 0 ÷ 10 км | 50 ÷ 130 км |
| III | Обозначение | | | | |
| | Обозначение | а) | б) | в) | г) |
| IV | Время года для наблюдений | | | | |

Таблица 1. Возможные явления атмосферы Земли, их причины появления, характерная высота расположения области их образования и характерные времена года их наблюдения.

Задача № 2. «История астрономии: значимые события и даты»

Вашему вниманию представлены ниже две таблицы: в первой таблице представлены названия значимых событий в истории астрономии; во второй –

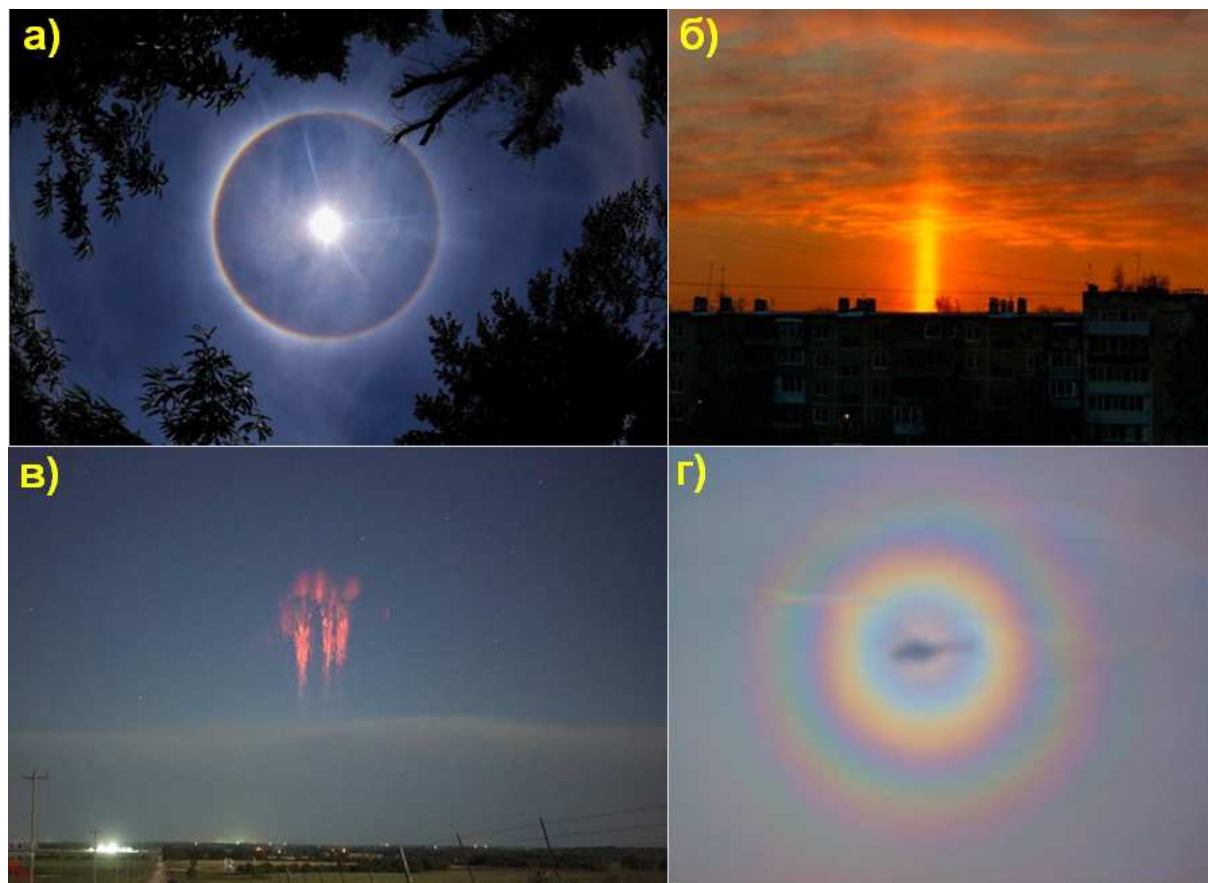


Рис. 1. Явления земной атмосферы.

представлены соответствующие им даты. Установите соответствие между событиями и датами. Каждой позиции первой таблицы поставьте в соответствие позицию второй таблицы. Ответ представьте в виде пары: "цифра-буква", например 2)-З). (1 балл за каждую правильно названную пару)

| | | | |
|--|---|--|--|
| 1) Открытие А. Вольшан и Д. Фрейл первой экзопланеты | 2) Выдвижение Аристотелем доводов в пользу шарообразности Земли, Луны и других небесных тел | 3) Первое прямое измерение В.Я. Струве годичного параллакса для Веги | 4) Открытие М.В. Ломоносовым атмосферы Венеры |
| 5) Открытие В. Гершелем планеты Уран | 6) Открытие Ф. Д. Араго линейной поляризации света небесных тел | 7) Введение Григорианского календаря в ряде стран Европы | 8) Определение Чу Конгом угла наклона экватора к эклиптике |

| | | | |
|-----------------|-----------------|--------------------|-----------------|
| А) 1582 г. н.э. | Б) 1837 г. н.э. | В) 360 г. до н.э. | Г) 1809 г. н.э. |
| Д) 1781 г. н.э. | Е) 1992 г. н.э. | Ж) 1110 г. до н.э. | З) 1761 г. н.э. |

Задача № 3. «Самара и факты наблюдательной астрономии»

Вашему вниманию представлен ряд утверждений из наблюдательной астрономии в отношении города Самары. Необходимо строго математически доказать истинность или ложность каждого утверждения. В случае ложности утверждения необходимо также найти правильный ответ. За каждое верное исчерпывающее доказательство для каждого утверждения – 3 балла.

1. Как известно, географическая широта г. Самары составляет $\varphi = 53^\circ 12'$, а долгота – $\lambda = 50^\circ 06'$. Наибольшая высота Луны в верхней кульминации в этом городе не может быть больше $65^\circ 23'$.

2. Звезда Сириус (α Большого Пса, $\alpha_* = 06^{\text{h}}45^{\text{m}}9^{\text{s}}$, $\delta_* = -16^\circ 42' 58''$) 20 марта 2022 года в момент захода Солнца располагалась к западу от небесного меридиана.

3. Если полагать, что все звезды, видимые невооруженным глазом, распределены по небосводу равномерно, то 1200 таких звезд являются незаходящими для жителя г. Самары.

4. Время пролета низкоорбитального спутника над г. Самарой вдоль географической параллели, в направлении суточного вращения Земли близко к 4.6 секунды. Известно, что протяженность этого города с севера на юг составляет 50 км, а с запада на восток – 20 км.

Задача № 4. «Марсианский глобус СРЦОД»

В Самарском региональном центре для одаренных детей на уроках астрономии, при изучении природы Марса, используется в качестве демонстрационной модели марсианский глобус (см. рис. 2). Глобус имеет диаметр $D_{\text{Г}} = 32$ см, ночную подсветку, осуществляемую лампой накаливания мощностью $P_{\text{Л}} = 25$ Вт. Определите:

1. Во сколько раз радиус Марса больше соответствующего размера глобуса? (По сути необходимо определить линейный масштаб глобуса). (2 балла)

2. Чему равна протяженность Долин Маринер на данном глобусе, если их истинная протяженность равна 4500 км? (3 балла)

3. Чему равен истинный диаметр основания горы Олимп (на уровне Олимпийского уступа), если его образ представлен на рис. 2? (3 балла)

4. На каком расстоянии должен располагаться глобус от обучающегося Центра, чтобы последний его мог наблюдать под таким же углом как и Марс в противостоянии? Орбиту Земли и Марса считать круговыми. (2 балла)

5. Чему равна линейная скорость точек экватора глобуса, если последний вращать с угловой скоростью суточного вращения Марса? (2 балла).

Уровень «Знаток» (уровень В)**Задача № 5. «Глобус как Марс»**

На каком расстоянии необходимо расположить марсианский глобус (см.



Рис. 2. Марсианский глобус (автор фото – Филиппов Юрий).

условие предыдущей задачи) от наблюдателя, чтобы он создавал на его сетчатке такую же освещенность, что и Марс в среднем противостоянии? Лампу накаливания какой мощности необходимо поместить в тело глобуса, чтобы его угловой диаметр и создаваемая им освещенность на сетчатке наблюдателя были как у Марса в противостоянии? Необходимо учесть, что лишь 5% от полной мощности, подаваемой на лампу, приходится на видимый свет. Коэффициент прозрачности материала глобуса для видимого света составляет 20%. (11 баллов)

Задача № 6. «От шкалы солнечного к шкале звездного времени»

Чему должно быть равно относительное изменение длины маятника часов, правильно демонстрирующих ход среднего солнечного времени, чтобы они стали правильно показывать ход звездного времени? Чему равно абсолютное изменение длины маятника часов (в мм), если период их начальных

малых колебаний (до переделки) был $T_0 = 1$ средняя солнечная секунда? Какую массу стали необходимо удалить с маятника при такой переделке часов? Следует полагать, что маятник часов представляет собой стальной стержень диаметра $D = 1$ см, закрепленный с одного конца; к устройству часов применима модель физического маятника, ускорение свободного падения у поверхности Земли – 10 м/с^2 , а плотность стали – 7800 кг/м^3 . (12 баллов)

Задача № 7. «МКС, видимая с территории Самарской области»

В настоящее время Международная космическая станция (МКС) движется вокруг Земли по почти круговой орбите высотой 418 км и наклоном 51.63° . Известны координаты пограничных точек Самарской области, представленные в таблице.

| Пограничные точки Самарской области и их геокоординаты | | | |
|---|---|---|---|
| Южная | Северная | Восточная | Западная |
| $\varphi_S = +51^\circ 47'$; $\lambda_S = 50^\circ 47'$ | $\varphi_N = +54^\circ 41'$; $\lambda_N = 51^\circ 23'$ | $\varphi_E = +54^\circ 20'$; $\lambda_E = 52^\circ 35'$ | $\varphi_W = +53^\circ 22'$; $\lambda_W = 47^\circ 55'$ |

Определите:

1. В какой точке Самарской области МКС может подходить к зениту на минимальное угловое расстояние? Оцените в этой точке максимальную угловую скорость видимого движения МКС для земного наблюдателя. (4 балла)
2. Определите диапазон географических широт точек поверхности Земли, с которых, в принципе, можно увидеть МКС. (3 балла)
3. Определите часть поверхности Земли, которая доступна прямому наблюдению с МКС в а) данный момент; б) в течение длительного промежутка времени. (4 балла)
4. Оцените площадь части солнечных панелей МКС, формирующих явление "солнечного зайчика" на поверхности Земли, в результате отражения ими солнечного света, если минимальная видимая звездная величина станции в "ближайшей" точке Самарской области составляет -5.6^m , бугеровское поглощение света в зените $\Delta m = 0.3^m$, а коэффициент отражения видимого света поверхностью батарей равен 0.015. (3 балла)

Задача № 8. «АМС Кассини и фотосессия системы "Сатурн"»

Во второй декаде 21 века автоматической межпланетной станцией (АМС) Кассини в процессе движения вокруг Сатурна по орбите, близкой к круговой, был получен любопытный снимок (см. рис. 3) центральной планеты и его крупнейшего спутника Титана. Определите:

1. Радиус (в км) круговой орбиты АМС на момент съемки. (5 баллов)
2. Планетоцентрическую орбитальную скорость АМС и период ее обращения вокруг Сатурна. (4 балла)
3. Расстояние (в км), на котором находилась АМС от Титана на момент съемки. Орбиту Титана следует считать круговой. (3 балла)

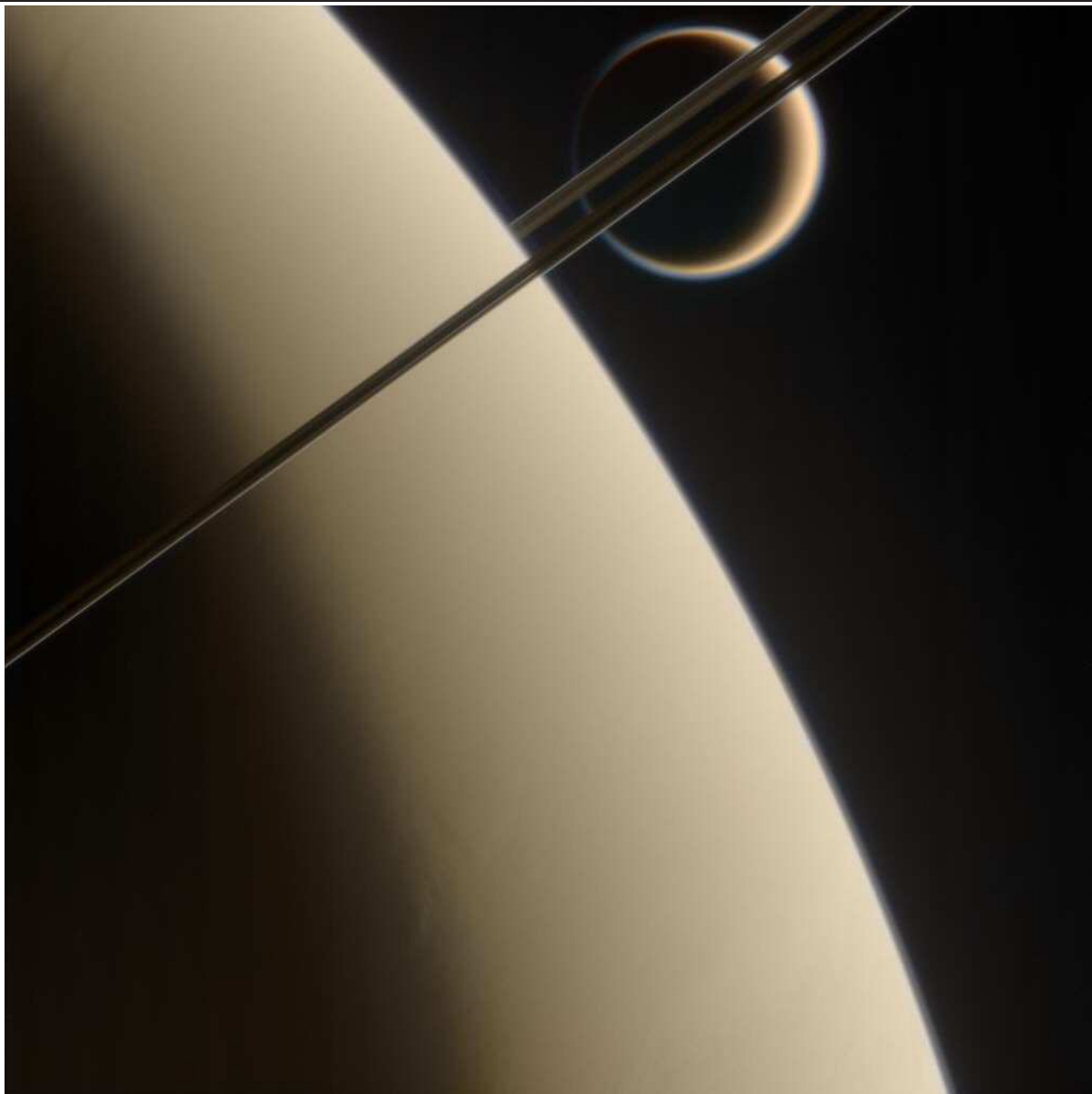


Рис. 3. Сатурн и его спутник Титан. Кадр, получен АМС Кассини (Источник – NASA/Goddard Space Flight Center).

4. Чему равен угловой диаметр Титана на фотографии? (2 балла)

Задача № 9. «Съемка Юпитера в противостоянии»

26 сентября 2022 года Юпитер оказался в конфигурации великого противостояния и сблизился с Землей на рекордно малое расстояние за последние 59 лет – 591.292 млн км. Это уникальный шанс для получения наиболее детальных фотографий поверхности короля планет. Для этой цели в Самарском региональном центре для одаренных детей планировалось использовать (но погода не позволила, к сожалению, это сделать!) главный телескоп-астрограф Центра – Celestron Advanced VX 8" Edge HD с диаметром объектива $D = 203.2$ мм и относительным отверстием $D/F = 1 : 10$, трехкратную линзу Барлоу и камеру ZWO ASI 290MC, с размером пикселя 2.9 мкм. Определите:

1. Разрешающую способность а) объектива телескопа (в угловых секундах), б) камеры (в угловых секундах на пиксель), в) всего оптического трак-

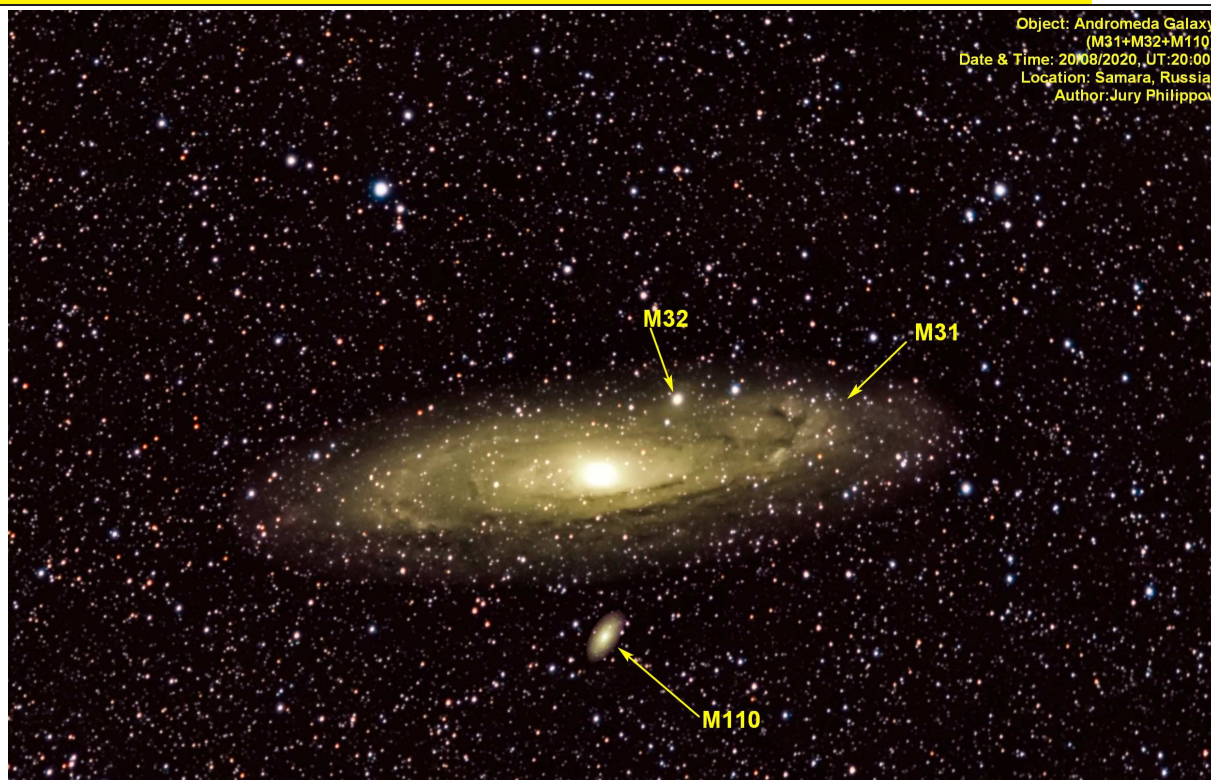


Рис. 4. Туманность Андромеды (M31) и ее спутники-галактики M32 и M110. (Автор фото – Филиппов Юрий).

та астрографа. Следует полагать, что сиинг в месте наблюдения не бывает меньше $1''$. (3 балла)

2. Максимальную допустимую выдержку для одного кадра видеоролика, на котором еще не будет смаза образа планеты, в результате суточного движения Земли при неподвижной трубе телескопа? (4 балла)

3. Выберите оптимальный размер одного кадра для съемки Юпитера из возможных (1936×1096 , 1280×960 , 640×480 , 968×548 , 320×240), для минимизации размера видеоролика. Оцените размер этого кадра в мегабайтах в случае глубины кодирования цвета, равной 12 бит. (3 балла)

4. Оцените максимальную продолжительность видеоролика, из кадров которого еще можно собрать образ планеты без смаза деталей, обусловленного суточным вращением Юпитера, и таким образом, избежать дополнительной операции при обработке образа планеты – деротации диска Юпитера. Оцените его минимальный размер в мегабайтах в случае глубины кодирования цвета, равной 12 бит. (4 балла)

Задача № 10. «Туманность Андромеды и ее спутник M110»

Как известно, галактика M110 является спутником более массивной галактики M31 (туманности Андромеда, см. рис. 4). Известны их экваториальные координаты (α_i, δ_i) , гелиоцентрические расстояния (r_i) и видимые звездные величины m_i :

| M31, $m_1 = +3.44^m$ | | | M110, $m_2 = +7.9^m$ | | |
|----------------------|---------------------|-------------|----------------------|------------------------|-------------|
| α_1 | δ_1 | r_1 , КПК | α_2 | δ_2 | r_2 , КПК |
| $00^h 42^m 44.3^s$ | $+41^\circ 16' 9''$ | 770 | $00^h 40^m 22.1^s$ | $+41^\circ 41' 07.5''$ | 815 |

Известна также скорость М110 относительно М31 – $V = 300$ км/с и угловой диаметр М110 – $D'' = 21.9'$. Оцените:

1. Текущее расстояние между данными галактиками. (3 балла)
2. Период обращения галактики М110 вокруг М31, предполагая, что спутник движется по орбите, близкой к круговой. (2 балла)
3. Гравитационную массу ($\mathfrak{M}_1^{(G)}$) галактики М31. (3 балла)
4. Минимальное значение гравитационной массы ($\mathfrak{M}_2^{(G)}$) галактики М110, предполагая, что форма последней близка к сферической, ее тело сохраняет свою целостность. (5 баллов)
5. Оцените отношения гравитационных масс галактик к их светимостям $\mathfrak{M}_1^{(G)}/L_1$, $\mathfrak{M}_2^{(G)}/L_2$. Сравните между собой полученные значения. (2 балла)

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Атмосферные явления Земли и их особенности»

Солнечный столб – это атмосферное оптическое явление, представляющее собой вертикальную полосу света, тянущуюся вверх или вниз от Солнца во время его заката или восхода (см. рис. 1.б). Данное явление обусловлено отражением солнечного света на горизонтальных гранях кристаллов водяного льда и возникает, как правило, на высоте $6 \div 8$ км. Данное явление можно наблюдать в г. Самаре в любое время года, поскольку на столь большой высоте из-за низкой температуры возможно возникновение кристаллов водяного льда фактически круглый год.

Спрайт – это атмосферное электрическое явление, представляющее собой электрический разряд в холодной плазме, осуществляемый в мезосфере и термосфере (см. рис. 1.в). Спрайты трудноразличимы, но они появляются в сильную грозу на высоте примерно $50 \div 130$ км и достигают в длину до 60 км и до 100 км в диаметре. Спрайты появляются через десятые доли секунды после удара очень сильной молнии и длятся менее 100 миллисекунд. Чаще всего спрайты распространяются одновременно вверх и вниз, но при этом распространение вниз заметно больше и быстрее. Данное явление можно наблюдать в г. Самаре в сезон наблюдения обычных молний, т.е. весной, летом, осенью.

Глория – это атмосферное оптическое явление, наблюдаемое в облаках, расположенных прямо напротив источника света (см. рис. 1.г). Наблюдатель

| | Название явления | Солнечный столб | Спрайт | Глория | Лунное гало |
|------------|-----------------------------------|--|--|---|---|
| I | Обозначение | б) | в) | г) | а) |
| | Причина появления данного явления | Отражение солнечного света на горизонтальных гранях кристаллов водяного льда | Преломление света в гексагональных или кубических кристаллах водяного льда | Электрический разряд в холодной плазме, осуществляемый в мезосфере и термосфере | Дифракция солнечного света на каплях воды, отраженного от "стены" дождя |
| II | Обозначение | б) | а) | в) | г) |
| | Высота над поверхностью Земли | $5 \div 10$ км | $6 \div 8$ км | $0 \div 10$ км | $50 \div 130$ км |
| III | Обозначение | а) | б) | г) | в) |
| | Обозначение | а) | б) | в) | г) |
| IV | Время года для наблюдений | круглый год | круглый год | Весна, лето, осень | Весна, лето, осень |

Таблица 2. Возможные явления атмосферы Земли, их причины появления, характерная высота расположения области их образования и характерные времена года их наблюдения.

должен находиться на земной возвышенности или в воздухе, а источник света (Солнце или Луна) – за его спиной. Представляет собой цветные кольца света на облаке вокруг тени наблюдателя. Внутри находится голубоватое кольцо, снаружи – красноватое, далее кольца могут повторяться с меньшей интенсивностью. Угловой размер колец значительно меньше, чем у радуги – $5^\circ \div 20^\circ$, в зависимости от размера капель в облаке. Причина появления такого явления – дифракция солнечного света на каплях воды, отраженного от "стены" дождя или облаков, происходящая, как правило, на высоте $0 \div 10$ км. Данное явление можно наблюдать в г. Самаре в сезон облаков из жидких капель, т.е. весной, летом, осенью.

Лунное гало – это атмосферное оптическое явление, представляющее собой светящееся кольцо вокруг Луны с угловым радиусом, равным 22° (малое гало) или 46° (большое гало). Причина его появления – преломление света в гексагональных или кубических кристаллах водяного льда, населяющих облака среднего и верхнего яруса на высоте $5 \div 10$ км. Данное явление можно наблюдать в г. Самаре в любое время года, поскольку на столь большой высоте из-за низкой температуры возможно возникновение кристаллов водяного льда фактически круглый год.

Правильно заполненная табл. 1 представляется в виде табл. 2. (0.5 балла за каждую правильно названную позицию-ячейку таблицы)

Задача № 2. «История астрономии: значимые события и даты»

Решение. 1. 9 января 1992 года в журнале Nature была опубликована статья за подписью двух авторов – польского астронома А. Вольщана и канадского астронома Д. Фрейла, в которой были представлены убедительные аргументы в пользу открытия с помощью данных, полученных с помощью радиотелескопа, сразу двух экзопланет в окрестности пульсара PSR B1257+12. Наличие планет у пульсара вызвало немалое удивление у многих астрономов, которые считали, что планеты могут существовать только у звезд Главной последовательности, а в момент взрыва сверхновой – именно так в основном и рождаются нейтронные звезды – звездный остаток должен неизбежно лишаться не только внешней оболочки, но и близких планет. Последующие исследования пульсара лишь убедили ученых в существовании в окрестности пульсара уже трех планет! В настоящее время у них есть собственные имена – Драугр (нежить из скандинавской мифологии, PSR B1257+12 b), Полтергейст (от немецкого "шумный призрак", PSR B1257+12 c) и Фобетор (PSR B1257+12 d) – один из тысячи сыновей Гипноса, бога сна в "Метаморфозах" Овидия, появляющийся в снах в образе зверей и птиц.

2. В 360 г. до н. э. Аристотель вслед за Евдоксом выдвинул предположение, что Земля, являющаяся центром Вселенной, шарообразна. В качестве доказательства шарообразности Земли Аристотель использовал видимую форму

границы солнечного света и тени Земли, наблюдаемую в лунных затмениях. Уже тогда было зафиксировано, что отбрасываемая Землей на Луну тень, имеет по краям округлую форму, что может быть только при условии шарообразности Земли. Ссылаясь на утверждения ряда античных математиков, Аристотель считал окружность Земли равной 400 тысяч стадий (≈ 71200 км). Кроме того, Аристотель первым доказал шарообразность Луны на основе изучения ее фаз. Впоследствии идею шарообразности он распространил на небесный свод и все небесные светила. Однако эту мысль Аристотель обосновывал неправильно, исходя из теологической идеалистической концепции – «сфера» является наиболее совершенной формой, созданной Богом.

3. Главной заслугой В.Я. Струве в изучении одиночных звезд стало первое в истории астрономии успешное прямое измерение годичного параллакса звезды. Струве впервые попытался решить эту проблему еще в 1818-1821 гг. В 1822 г. он опубликовал параллаксы двух звезд, его параллакс Альтаира (Альфа Орла) был близок к истинному. Но сам Струве не был уверен в полученных результатах. В 1835 г. Струве вернулся к проблеме параллаксов, возлагая надежды на прекрасные оптические и механические качества только что установленного в Дерпте нового 9-дюймового рефрактора Фраунгофера. И он не ошибся. В феврале 1837 г. Струве опубликовал измеренный им уже уверенно годичный параллакс Веги (Альфа Лиры), найденный по 17 наблюдениям и оказавшийся весьма малой величиной ($0.125'' \pm 0.055''$, настоящее значение – $0.121'' \pm 0.004''$).

4. 6 июня (26 мая) 1761 г. состоялось весьма редкое явление – *прохождение Венеры по диску Солнца*. Благодаря своевременным прогнозам специалистов по небесной механике, об этом событии знали многие ученые того времени заранее и потому основательно готовились к нему. Сам Ломоносов М. В. принял непосредственное участие в изучении уникального астрономического явления. Он сделал наиболее успешные астрономические наблюдения, воспользовавшись для этой цели обыкновенной подзорной трубой с закопченным стеклом. Обо всем увиденном он делал подробные записи в дневнике. Десятки опытных астрономов в разных странах наблюдали редкое явление природы, но ни один из них не заметил того, что открылось русскому ученому. Ломоносов М. В. увидел, что в момент, когда Венера приблизилась к солнечному диску, вокруг нее образовался чуть различимый светящийся ободок, а ее диск как бы затуманился. То же самое (только более отчетливо) он наблюдал, когда Венера уходила с солнечного диска. О самом моменте открытия он записал в дневнике так: «... Ожидая вступления Венеры на Солнце... увидел, наконец, что солнечный край чаемого вступления стал неясственен несколько будто стусеван, а прежде был весьма чист и везде равен... При выступлении Венеры из Солнца, когда передний ее край стал

приближаться к солнечному краю... появился на краю Солнца пупырь, который тем явственнее учинился, чем ближе Венера к выступлению приходила... Сие не что иное показывает, как преломление лучей солнечных в Венериной атмосфере...». Иными словами, Ломоносов смог «узреть» атмосферу Венеры, когда солнечные лучи проходили из менее плотной оптической среды (безвоздушного пространства) в более плотную. После описания наблюдений он еще раз четко сформулировал свой вывод: «Планета Венера окружена знатною воздушною атмосферою, таковою (лишь бы не большею), какова обливается около нашего шара земного».

5. Находясь под большим впечатлением от прочитанной книги шотландского математика и астронома Джеймса Фергюсона "Объяснение астрономии на основе принципов сэра Исаака Ньютона", У. Гершель в 1773 году приобрел небольшой рефлектор с фокусным расстоянием 2.5 фута для наблюдений за звездным небом, но результаты наблюдений его не удовлетворили. Тогда астроном-любитель решил сам заняться конструированием телескопов. В перерывах между занятиями музыкой Гершель часами шлифовал зеркала, добиваясь идеальной световой фокусировки. В итоге он сконструировал рефлектор длиной почти два метра с диаметром главного зеркала, равным 20 сантиметров, и в 1775 году начал обзор неба, видимого в районе города Бата, где он жил. К 1781 году У. Гершель провел обзор всех звезд до восьмой величины, то есть тех, которые примерно в пять раз слабее звезд, видимых невооруженным глазом. 13 марта 1781 года он изучал расположение звезд в районе созвездия Тельца. Одно из небесных тел в пределах этого участка показалось ему странным – вместо яркой точки оно имело вид небольшого диска. Дальнейшие наблюдения показали, что загадочный объект обладает собственным движением относительно окружающих его звезд. Из этого факта Гершель заключил, что открыл комету. 6 апреля 1781 года он представил в Лондонское королевское общество свое сообщение. Астрономы принялись наблюдать новую "комету", к лету 1781 года количество наблюдений было уже вполне достаточным для однозначного вычисления ее орбиты. Академику Петербургской академии наук А. Лекселю и академику Парижской академии наук П.-С. Лапласу удалось вычислить орбиту нового небесного тела. Они доказали, что Гершель открыл не комету, а новую планету, расположенную за орбитой Сатурна. Вновь открытое небесное тело Гершель предложил назвать "Звездой Георга", в честь правившего в то время в Англии короля Георга III. Однако это имя не прижилось. Общепринятым же стало другое название – Уран (в честь бога неба, отца Сатурна по греческой мифологии), предложенное немецким астрономом Иоганном Боде. В 1850 году это название утвердилось окончательно.

6. Доменик Франсуа Жан Араго – известный французский физик, аст-

роном и политический деятель, значительную часть своей жизни посвятил исследованиям в области астрономии, оптики, электродинамики. В 1809 г. он обнаружил, что излучение дневного неба частично поляризовано и что максимальная поляризация наблюдается на расстоянии 90° от Солнца, нашел точку на небе с нулевой поляризацией (нейтральная точка Араго). В том же 1809 г он обнаружил частичную поляризацию света дневного неба при преломлении и отражении, открыл линейную поляризацию света небесных тел (по наблюдениям двух комет и Луны). Сама поляризация света была открыта Э. Малюсом в 1808 г, который и дал ей название.

7. Григорианский календарь (ГК) – календарь, разработанный германским математиком, астрономом, *Христофором Клавием* и итальянским астрономом, философом *Алоизиум Лиллием* по указанию римского папы Григория XIII. Данный календарь был введен Григорием XIII в большинстве европейских государств, поддерживавших католическую церковь, 4 октября 1582 года взамен прежнего Юлианского календаря (ЮК), из-за его большой погрешности, и как следствие неправильного датирования Пасхи и других церковных праздников, что подрывало веру людей в религиозные каноны католической церкви. Отметим, что в Советской России ГК был введен лишь с 14 февраля 1918 года декретом Совнаркома, подписанным В.И. Лениным 26 января 1918 года. К моменту введения ГК в России уже набежала погрешность в 13 суток в ЮК и поэтому был произведен сдвиг дат сразу на указанное количество суток: вместо 1 февраля 1918 года наступило сразу 14 февраля. Дни с 1 по 13 февраля 1918 года в Советской России официально не существовали.

8. Согласно древним китайским хроникам около 1100 г. до н. э. китайский астроном Чу Конг смог измерить угол наклона ε эклиптики к экватору. Его значение угла составило на момент измерений $\varepsilon = 23^\circ 54'$. Естественным образом возникает вопрос: как он это сделал? При движении Солнца по эклиптике, его склонение (угловое расстояние относительно небесного экватора) изменяется в пределах:

$$-\varepsilon \leq \delta_{\odot} \leq \varepsilon,$$

здесь ε – искомый угол. В день летнего солнцестояния (сегодня это 20-21 июня), когда Солнце находится в самой "верхней" точке эклиптики (точке летнего солнцестояния), т.е. в наибольшем удалении от экватора к северному полюсу мира Чу Конг измерил высоту Солнца в полдень $h_{\max}^{(s)}$, непосредственно наблюдая за тенью от гномона. Согласно теории сферической астрономии, эту величину для верхней кульминации Солнца в указанный день можно записать так:

$$h_{\max}^{(s)} = 90^\circ - \varphi + \varepsilon, \quad (1)$$

здесь φ – широта места наблюдения (на территории Китая). Через полгода,

когда Солнце оказалось в точке зимнего солнцестояния (сегодня это 21-22 декабря), его полуденная высота была равна $h_{\max}^{(w)}$, которую он вновь определил с использованием тени гномона. Последняя величина представляется в виде:

$$h_{\max}^{(w)} = 90^\circ - \varphi - \varepsilon. \quad (2)$$

Из последних выражений следует, что

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(h_{\max}^{(s)} - h_{\max}^{(w)} \right). \quad (3)$$

Чу Конг осознал, что Солнце в указанные дни располагалось симметрично относительно некоторой средней полосы небосвода (экватора) и потому разность высот в полдень обусловлена лишь отклонением Солнца от этой полосы на данный угол то в одну, то в другую сторону.

Т.о., для данных событий имеем следующую систему пар: 1)-Е); 2)-В); 3)-Б); 4)-З); 5)-Д); 6)-Г); 7)-А); 8)-Ж). (1 балл за каждую правильно названную пару)

Задача №3. «Самара и факты наблюдательной астрономии»

Решение. 1. Как известно, наклонение орбиты Луны к плоскости эклиптики в настоящее время составляет $i_\zeta = 5^\circ 9'$. В свою очередь, эклиптика с небесным экватором образует угол $\varepsilon = 23^\circ 26'$. Следовательно, склонение Луны может изменяться в пределах:

$$-(i_\zeta + \varepsilon) \leq \delta_\zeta \leq i_\zeta + \varepsilon, \text{ или } -28^\circ 35' \leq \delta_\zeta \leq 28^\circ 35'.$$

Поскольку склонение Луны всегда меньше широты г. Самары, то данное светило всегда кульминирует к югу от зенита. Значит высота светила в верхней кульминации будет определяться выражением:

$$h_{\max} = 90^\circ - \varphi + \delta_\zeta,$$

здесь φ – широта города Самары. Очевидно, высота Луны в верхней кульминации максимальна при максимальном значении ее склонения. Выполняя численный расчет с использованием имеющихся данных, получаем $h_{\max} = 65^\circ 23'$. Значит представленное утверждение является истинным. (3 балла)

2. Как известно, 20 марта 2022 года состоялось весеннее равноденствие этого года. В эти сутки Солнце располагалось в точке весеннего равноденствия. В момент захода Солнца точка весны, очевидно, находилась в точке запада, часовой угол которой равен $t_\gamma = 6^h$. Для любого небесного светила справедливо уравнение вида:

$$t_\gamma = t_* + \alpha_*, \Rightarrow t_* = t_\gamma - \alpha_* = 23^h 15^m.$$

Последний результат явно указывает на то, что звезда располагалась к востоку от небесного меридиана. Значит представленное в пункте 2 утверждение является ложным. (3 балла)

3. Светило в данном месте наблюдения является незаходящим, если его высота в нижней кульминации будет неотрицательной, т.е.

$$h_{\min} = \varphi + \delta - 90^\circ \geq 0, \Rightarrow \delta = 90^\circ - \varphi = 36^\circ 48'.$$

Т.о., если склонение светила больше указанного, то данное светило в г. Самаре является незаходящим. Следовательно, все такие светила должны располагаться на шаровом сегменте небесной сферы, полярное расстояние которых не превышает

$$p_{\max} = 90^\circ - \delta = \varphi.$$

Телесный угол, соответствующий данному сегменту, можно представить в виде:

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos p_{\max}).$$

Тогда доля, которую составляет данная часть небосвода, представленная незаходящими светилами, может быть представлена так

$$\eta = \frac{\Omega}{\Omega_{\text{sphere}}} = \frac{2\pi(1 - \cos p_{\max})}{4\pi} = \frac{1}{2}(1 - \cos \varphi) = 0.20.$$

Учитывая далее, что общее количество звезд, видимых невооруженным глазом, равно $N_{\text{tot}} = 6000$, и данные звезды равномерно распределены по всей небесной сфере, то искомое количество незаходящих звезд можно рассчитать по формуле:

$$N_* = \eta \cdot N_{\text{tot}} = 1200.$$

Значит третье утверждение настоящей задачи является истинным. (3 балла)

4. Поскольку спутник низкоорбитальный, то его скорость приблизительно равна первой космической скорости у поверхности Земли: $V_1 = 7.91$ км/с. Если низкоорбитальный спутник движется над Самарой вдоль параллели, в направлении суточного вращения Земли (с запада на восток), то необходимо учесть, что г. Самара перемещается в том же направлении, что и спутник со скоростью V_s (относительно центра Земли):

$$V_s = \frac{2\pi R_{\oplus} \cos \varphi_S}{T_{\oplus}} = 0.28 \text{ км/с.}$$

Следовательно относительно Самары спутник будет перемещаться со скоростью:

$$V_1 = V_1 - V_s = 7.63 \text{ км/с.}$$

Следовательно, время транзита в этом случае есть

$$\tau_{p1} = \frac{\ell_p}{V_1} = 2.6 \text{ сек.}$$

Однако, согласно условию задачи, данное время составляет 4.6 секунды. Значит 4-ое утверждение является *ложным*. (3 балла)

Задача № 4. «Марсианский глобус СРЦОД»

Решение. 1. Определим искомое отношение или линейный масштаб глобуса Марса:

$$\mu_\ell = \frac{2 \mathfrak{R}_\oplus}{D_\Gamma} = 21232500,$$

здесь \mathfrak{R}_\oplus – линейный радиус Марса. (2 балла)

2. Составим пропорцию: диаметру Марса $2 \mathfrak{R}_\oplus$ соответствует диаметру глобуса D_Γ , а характерному размеру L долины Маринер соответствует на глобусе протяженность x см, т.е. (3 балла)

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \mathfrak{R}_\oplus \rightarrow D_\Gamma \\ L \rightarrow x \end{array} \right\}, \Rightarrow x = \frac{L \cdot D_\Gamma}{2 \mathfrak{R}_\oplus} = 21.2 \text{ см.}$$

3. С использованием линейки, по рисунку определяем диаметр Марса $d_\oplus = 212$ мм и диаметр основания горы Олимп (на уровне Олимпийского уступа) – $d_m = 28$ мм. Вновь составляя пропорцию, получаем линейный истинный диаметр основание горы в км: (3 балла)

$$D_m = 2 \mathfrak{R}_\oplus \left(\frac{d_m}{d_\oplus} \right) = 900 \text{ км.}$$

4. Согласно условию задачи, угловой диаметр Марса в противостоянии и данного глобуса с искомого расстояния должны быть одинаковыми, тогда

$$\frac{2 \mathfrak{R}_\oplus}{\Delta_\oplus} = \frac{D_\Gamma}{\Delta_\Gamma}, \Rightarrow \Delta_\Gamma = D_\Gamma \frac{\Delta_\oplus}{2 \mathfrak{R}_\oplus} = D_\Gamma \frac{(a_\oplus - a_\oplus)}{2 \mathfrak{R}_\oplus} = 3690 \text{ м,} \quad (4)$$

здесь a_\oplus, a_\oplus – радиусы орбит Марса и Земли соответственно. (2 балла)

5. Искомая скорость вращения точек экватора данного глобуса может быть вычислена по формуле:

$$V = \omega D_\Gamma / 2 = \frac{\pi D_\Gamma}{P_\oplus} = 1.134 \cdot 10^{-5} \text{ м/с} = 11.3 \text{ мкм/с,}$$

здесь P_\oplus – сидерический период вращения Марса вокруг своей оси. (2 балла)

Уровень «Знаток» (уровень В)

Задача № 5. «Глобус как Марс»

Решение. 1. Прежде всего определим освещенность, которую создает Марс у поверхности Земли в противостоянии. С использованием формулы Погсона, видимой звездной величины Солнца ($m_{\odot} = -26.74^m$), солнечной постоянной в видимом свете ($f_{\odot}^{(v)} = 600 \text{ Вт/м}^2$) и видимой звездной величины Марса в противостоянии ($m_{\sigma} = -2.0^m$) (см. справочные данные §А.7), определим искомую освещенность в видимом диапазоне:

$$m_{\odot} - m_{\sigma} = -2.5 \lg \left(\frac{f_{\odot}}{E_{\sigma}} \right), \Rightarrow E_{\sigma}^{(v)} = f_{\odot} \cdot 10^{0.4(m_{\odot} - m_{\sigma})} = 7.623 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2. \quad (5)$$

Освещенность, которую создает глобус на расстоянии r от его центра можно записать так:

$$E_G = \frac{P \eta \chi}{4\pi r^2}, \quad (6)$$

здесь $\eta=0.05$ – доля от полной мощности, приходящаяся на видимый свет; $\chi=0.2$ – коэффициент прозрачности материала глобуса для видимого света.

Согласно условию задачи, освещенности, определяемые выражениями (5) и (6), должны быть равны. Тогда

$$\frac{P \eta \chi}{4\pi r^2} = E_{\sigma}^{(v)}, \Rightarrow r = \sqrt{\frac{P \eta \chi}{4\pi E_{\sigma}^{(v)}}} = 511 \text{ м}. \quad (7)$$

2. Согласно условию задачи, размер глобуса неизменный, а лампу, встроенную внутрь глобуса, можно подбирать по мощности. Следовательно, необходимо для полученного в предыдущей задаче расстояния (см. результат (4)) от глобуса до наблюдателя, при котором его угловой диаметр равен угловому диаметру Марса, найти мощность встраиваемой лампы, которая будет создавать ту же освещенность что и Марс в противостоянии. Из формулы (7) следует, что

$$P_1 = \frac{4\pi \Delta_{\Gamma}^2 E_{\sigma}^{(v)}}{\eta \chi} = 1304 \text{ Вт}. \quad (8)$$

Ответ: представляется выражениями (7)-(8). (11 баллов)

Задача № 6. «От шкалы солнечного к шкале звездного времени»

Решение. 1. Как известно, основной единицей измерения времени в рамках шкалы среднего солнечного времени являются *средние солнечные сутки*. Их продолжительность составляет ровно 24 средних солнечных часа или $\tau_{\text{м}} = 86400$ средних солнечных секунд, определяемых бытовыми часами. За указанный промежуток времени исходный маятник часов должен совершить

N полных колебаний. Следовательно период колебаний будет равен:

$$T_m = \frac{\tau_m}{N}. \quad (9)$$

С другой стороны, согласно условию задачи, к маятнику часов применима модель *физического маятника*, значит период его колебаний определяется по формуле (известно из курса механики твердого тела):

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\mathcal{I}}{m g_0 r}}, \quad (10)$$

здесь \mathcal{I} – момент инерции стержня относительно горизонтальной оси, расположенной в точке его подвеса, g_0 – ускорение свободного падения у поверхности Земли r – расстояние от точки подвеса до центра масс маятника. Если начальную длину стержня считать равной ℓ_m , то $r = \ell_m/2$, $\mathcal{I} = \frac{1}{3} m \ell_m^2$. В итоге период колебаний маятника (10) можно записать так

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2 \ell_m}{3 g_0}}. \quad (11)$$

Из выражений (9), (11) следует явное выражение для количества колебаний:

$$N = \frac{\tau_m}{2\pi} \sqrt{\frac{3 g_0}{2 \ell_m}}. \quad (12)$$

Основной единицей измерения времени в случае шкалы звездного времени являются *звездные сутки*. Этот промежуток времени составляет 86400 звездных секунд или 23 часа 56 минут 4 секунды среднего солнечного времени, что эквивалентно $\tau_s = 86164$ секунды среднего солнечного времени.

Следовательно, на протяжении звездных суток модифицированный маятник часов должен совершить также N колебаний с периодом определяемым формулой:

$$T_s = \frac{\tau_s}{N}, \text{ иначе } T = 2\pi \sqrt{\frac{2 \ell_s}{3 g_0}}, \Rightarrow N = \frac{\tau_s}{2\pi} \sqrt{\frac{3 g_0}{2 \ell_s}}. \quad (13)$$

Здесь ℓ_s – конечная длина математического маятника. Из выражений (12)-(13) следует уравнение вида:

$$\frac{\tau_m}{\tau_s} = \sqrt{\frac{\ell_m}{\ell_s}}, \Rightarrow \frac{\ell_s}{\ell_m} = \left(\frac{\tau_s}{\tau_m}\right)^2. \quad (14)$$

Из последнего результата следует, что $\ell_s < \ell_m$, поэтому $\Delta \ell = \ell_m - \ell_s$. Тогда искомое относительное изменение (ε_ℓ) длины маятника часов можно определить так

$$1 - \frac{\Delta \ell}{\ell_m} = \left(\frac{\tau_s}{\tau_m}\right)^2, \quad \varepsilon_\ell = \frac{\Delta \ell}{\ell_m} = 1 - \left(\frac{\tau_s}{\tau_m}\right)^2 = 5.46 \cdot 10^{-3}. \quad (15)$$

2. Если период начальных малых колебаний маятника (до переделки) был равен одной средней солнечной секунде ($T_0 = 1$ с), то его длина была при этом равна

$$\ell_m = g_0 \frac{3 T_0^2}{8 \pi^2}.$$

Тогда абсолютное изменение длины маятника часов:

$$\Delta \ell = \varepsilon_\ell \cdot \ell_m = g_0 \frac{3 T_0^2}{8 \pi^2} \left(1 - \left(\frac{\tau_s}{\tau_m} \right)^2 \right) = 2.07 \text{ мм.} \quad (16)$$

3. Искомая масса стали, которую необходимо удалить с маятника при такой переделке часов, определяется формулой вида:

$$M_s = \rho_s \cdot S \cdot \Delta \ell = \frac{\pi}{4} \rho_s \cdot \Delta \ell \cdot D^2 = 1.27 \cdot 10^{-3} \text{ кг.} \quad (17)$$

Ответ: представляется выражениями (15)-(17). (12 баллов)

Задача № 7. «МКС, видимая с территории Самарской области»

Решение. 1. Рассмотрим рис. 5, соответствующий условию задачи. Здесь $O_1O_2CO_3O_4$ – плоскость орбиты МКС, расположенной под углом $i = 51.63^\circ$ по отношению к земному экватору Q_1Q_2 . Здесь дуга меридиана $S_S S_N$ соответствует наибольшей протяженности Самарской области вдоль меридиана. Поскольку $i < \varphi_s$, то МКС не проходит ни над одной точкой Самарской области (см. рис. 5), а значит не бывает в зените. Из рисунка видно, что минимальное зенитное расстояние достигается для самой южной точки (S_S) Самарской области. Оценим в этой

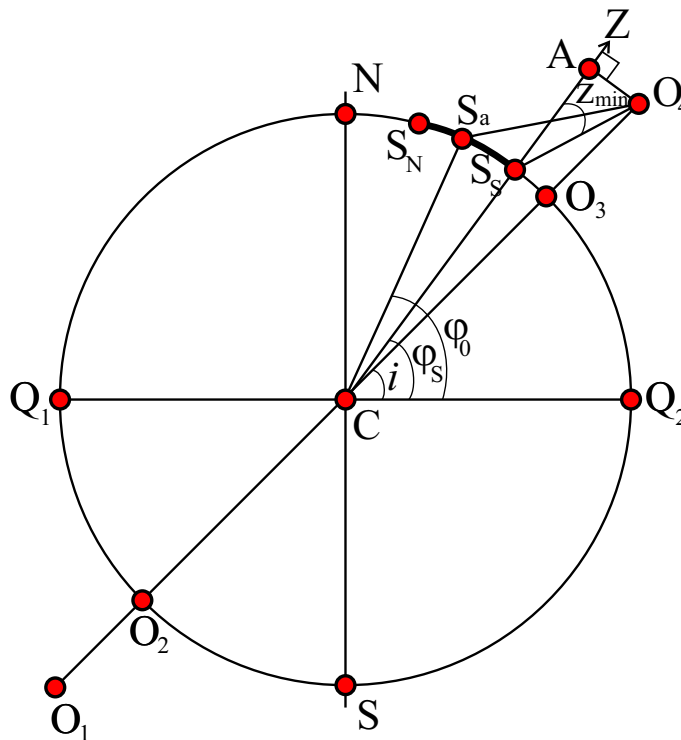


Рис. 5. К определению ориентации орбиты МКС и Самарской области.

точке максимальную угловую скорость видимого движения МКС для земного наблюдателя. Согласно определению, угловая скорость видимого движения определяется выражением вида:

$$\omega_{\text{vis}} = \frac{V_{\text{rel}}}{r}, \quad (18)$$

здесь V_{rel} – проекция скорости МКС относительно самарского наблюдателя на луч его зрения, r – расстояние от наблюдателя до МКС. Очевидно, что

$$V_{\text{rel}} = V_r - V_{0r},$$

где V_r, V_{0r} – проекции геоцентрических скоростей МКС (последняя, как известно, движется в направлении суточного вращения Земли) и наблюдателя на луч зрения. Очевидно, что эти проекции одновременно достигают максимума, когда МКС проходит ближайшую к зениту точку своей орбиты. При этом r принимает минимальное значение. Определим величины геоцентрических скоростей МКС и наблюдателя:

$$V = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus + h}} = 7.659 \text{ км/с}, \quad V_0 = \frac{2 \pi \mathfrak{R}_\oplus}{T_\oplus} \cos \varphi_S = 0.287 \text{ км/с}.$$

Поскольку $V \gg V_0$, и r имеет сильную зависимость от высоты МКС над горизонтом, то, очевидно, ω_{vis} достигает максимального значения именно в точке, ближайшей к зениту для самарского наблюдателя, расположенного в точке S_S (см. рис. 5). Минимальное возможное линейное расстояние между МКС и точкой S_S Самарской области будет достигаться в случае, когда станция будет располагаться в самой северной точке своей орбиты и при этом одновременно находиться в плоскости меридиана этой точки (как показано на рис. 5).

С использованием теоремы косинусов для треугольника CS_aO_4 определим искомое минимальное расстояние:

$$r_{\min} = \sqrt{\mathfrak{R}_\oplus^2 + (\mathfrak{R}_\oplus + h)^2 - 2\mathfrak{R}_\oplus(\mathfrak{R}_\oplus + h) \cos(\varphi_S - i)} \approx h = 418 \text{ км}. \quad (19)$$

В итоге

$$\omega_{\text{vis}}^{(\max)} = \frac{V - V_0}{h} = 0.0176 \text{ рад/с} = 1.01^\circ/\text{с}. \quad (20)$$

2. Определим диапазон географических широт точек поверхности Земли, с которых, в принципе, можно увидеть МКС. Для этого рассмотрим треугольник $\triangle CAO_4$ (см. рис. 6). Данный треугольник является прямоугольным, значит для данного треугольника выполняется соотношение вида:

$$\cos \Delta\varphi = \frac{\mathfrak{R}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)}, \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi = \arccos \left[\frac{\mathfrak{R}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)} \right] = 20.21^\circ.$$

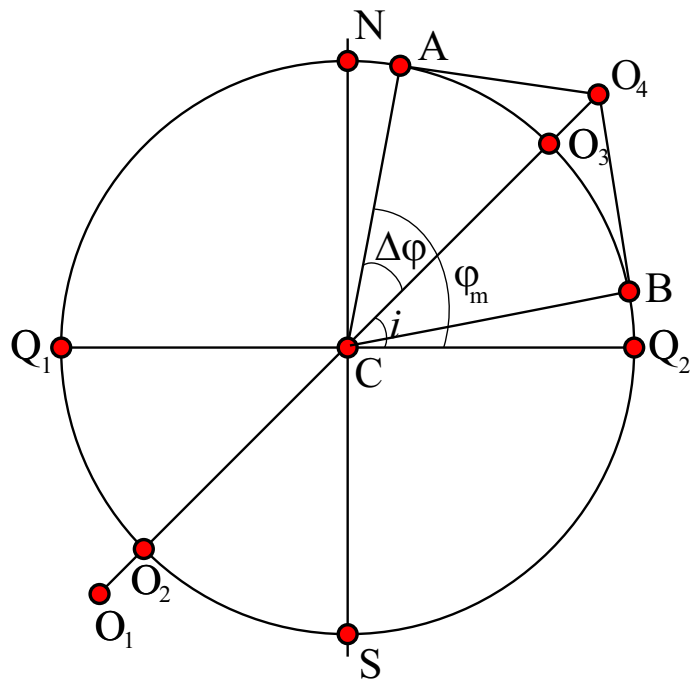


Рис. 6. К определению диапазона географических широт точек поверхности Земли, с которых, в принципе, можно увидеть МКС.

Следовательно, максимальная широта, на которой МКС еще иногда видно на горизонте, есть

$$\varphi_m = i + \Delta\varphi = 71.84^\circ \approx 71^\circ 50'.$$

Очевидно, что на широтах, меньше указанной, вплоть до экватора МКС может быть видна. С учетом зеркальной симметрии рассматриваемой системы относительно экватора, окончательно имеем искомый диапазон широт в виде: $[-71^\circ 50', 71^\circ 50']$.

3. В данный момент с МКС видна территория поверхности Земли, принадлежащая шаровому сегменту, опирающемуся на круговой конус АСВ (см. рис. 6). Его площадь поверхности равна

$$S_c^{(1)} = 2\pi \mathfrak{R}_\oplus^2 (1 - \cos \Delta\varphi).$$

Тогда искомая доля поверхности есть

$$\eta_1 = \frac{S_c}{4\pi \mathfrak{R}_\oplus^2} = \frac{1}{2}(1 - \cos \Delta\varphi) = \frac{1}{2} \frac{h}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)} = 0.031, \text{ или } 3.1\%. \quad (21)$$

В течение длительного промежутка времени с МКС можно наблюдать все точки поверхности Земли, принадлежащие диапазону $[-71^\circ 50', 71^\circ 50']$. Определим площадь шарового сегмента в северном полушарии, с которого не видна МКС:

$$S_c^{(2)} = 2\pi \mathfrak{R}_\oplus^2 (1 - \cos(90^\circ - \varphi_m)) = 2\pi \mathfrak{R}_\oplus^2 (1 - \sin \varphi_m).$$

Следовательно, искомую долю поверхности в данном случае можно записать так

$$\eta_2 = \frac{4\pi \mathfrak{R}_\oplus^2 - 2 \cdot S_c^{(2)}}{4\pi \mathfrak{R}_\oplus^2} = \sin \varphi_m = 0.950, \text{ или } 95.0\%. \quad (22)$$

4. Согласно условию задачи, минимальная видимая звездная величина МКС (в ее верхней кульминации) для южной точки Самарской области составляет $m_v = -5.6^m$. Если бы не было атмосферы, то видимая звездная величина МКС составляла бы $m_0 = m_v - \Delta m = -5.9^m$. Звездная величина m_0 соответствует освещенности E_0 , создаваемой МКС в южной точке S_S . Согласно определению, параметр E_0 пропорционален потоку Φ_{ref} , отраженного МКС солнечного излучения в направлении точки S_S , и обратно пропорционален площади шарового сегмента радиуса h и углом раствора, равным угловому радиусу Солнца, в который направляется этот поток (в силу закона отражения светового луча), т.е.

$$E_0 = \frac{\Phi_{\text{ref}}}{2\pi h^2 (1 - \cos \rho_\odot)} \approx \frac{\Phi_{\text{ref}}}{\pi h^2 \rho_\odot^2} = \frac{\Phi_{\text{ref}} a_\oplus^2}{\pi h^2 \mathfrak{R}_\odot^2},$$

здесь $\rho_\odot = \mathfrak{R}_\odot / a_\oplus$ – угловой радиус Солнца, \mathfrak{R}_\odot – радиус Солнца, a_\oplus – большая полуось земной орбиты. В свою очередь, поток $\Phi_{\text{ref}} = A S f_\odot$, A –

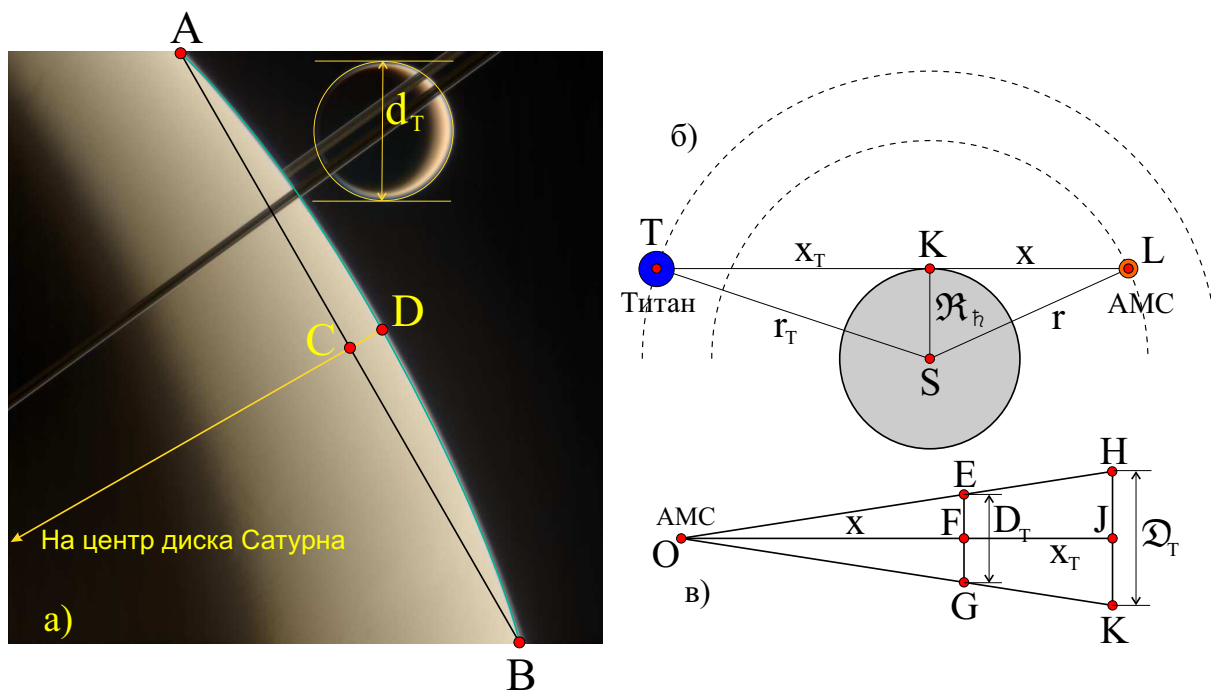


Рис. 7. К определению а) линейного масштаба фотографии, б) радиуса орбиты АМС.

коэффициент отражения видимого света, S – искомая площадь части солнечных панелей МКС, f_{\odot} – солнечная постоянная. С использованием формулы Погсона можно связать отношение E_0/f_{\odot} с звездными величинами МКС и Солнца:

$$\frac{E_0}{f_{\odot}} = 10^{0.4(m_{\odot}-m_0)}.$$

С использованием серии предыдущих результатов получаем в итоге:

$$S = \frac{\pi h^2 \mathfrak{R}_{\odot}^2}{A a_{\oplus}^2} 10^{0.4(m_{\odot}-m_0)} = 3.65 \text{ м}^2. \tag{23}$$

Ответ: $[-71^{\circ}50', 71^{\circ}50']$; к задаче представляется выражениями (20)-(23). (14 баллов)

Задача № 8. «АМС Кассини и фотосессия системы "Сатурн"»

Решение. 1. Для определения радиуса круговой орбиты АМС на момент съемки, прежде всего, определим линейный масштаб μ_{ℓ} фотографии, соответствующий расстоянию от АМС до лимба части видимого диска Сатурна, представленной на рис. 3:

$$\mu_{\ell} = \frac{\mathfrak{R}_{\eta}}{R_{\eta}}, \tag{24}$$

здесь $\mathfrak{R}_{\eta} = 60268 \text{ км}$ – истинное значение экваториального радиуса Сатурна, представленное в справочных данных; R_{η} – экваториальный радиус Сатурна, определенный по фотографии. Последний параметр определить непосредственно по фотографии не представляется возможным, поскольку диск центральной планеты не виден даже наполовину из-за малости поля зрения

камеры, использованной для получения фото. Поэтому воспользуемся следующей методикой и рассмотрим рис. 7.а). Выполним дополнительное построение. Отметим точки пересечения видимого диска с границами кадра A и B . Построим хорду AB и найдем ее середину – точку C . Определим половину ее длины – $\ell = AB/2 = 126$ мм (здесь и далее Ваши значения могут отличаться от указанных, при использовании фотографии в ином масштабе). Далее построим перпендикуляр CD до границы видимого диска. Определим его длину – $h = 14$ мм. Воспользуемся теоремой Пифагора для треугольника $\triangle OAC$, катетами которого являются стороны AC , CO , где O – центр диска Сатурна (на фото не представлен), и гипотенузой $AO = R_h$:

$$R_h^2 = (R_h - h)^2 + \ell^2, \Rightarrow R_h = \frac{\ell^2 + h^2}{2h} = 574.0 \text{ мм.} \quad (25)$$

Следовательно линейный масштаб фотографии:

$$\mu_\ell = 105.0 \text{ км/мм.} \quad (26)$$

Представим взаимное расположение Сатурна, Титана и АМС на момент съемки (см. рис. 7.б). Заметим, что полученный линейный масштаб μ_ℓ позволяет определить линейные размеры всех объектов, расположенных на расстоянии x – расстоянии от АМС до лимба видимого диска Сатурна. По фотографии определим диаметр видимого диска Титана – $d_T = 52$ мм. С использованием масштаба, определим истинный диаметр Титана, если бы последний находился на расстоянии x и имел тот же угловой диаметр, что и на фото: $D_T = \mu_\ell \cdot d_T = 5460$ км. Следует заметить, что определение линейного диаметра D_T спутника выполнялось с учетом атмосферы, видимая толщина которой, согласно современным данным (см. например, Википедия, "Атмосфера Титана"), составляет $H_a = 400$ км. Следовательно, видимый истинный диаметр Титана (с атмосферой) должен быть $\mathfrak{D}_T = 2(\mathfrak{R}_T + H_a) = 5950$ км. Из подобия треугольников $\triangle OEF$ и $\triangle OHJ$ (см. рис. 7.в) следует, пропорция вида:

$$\frac{D_T}{x} = \frac{\mathfrak{D}_T}{x + x_T}, \Rightarrow x = \frac{x_T D_T}{(\mathfrak{D}_T - D_T)}.$$

Из прямоугольного треугольника $\triangle SKT$ (см. рис. 7.б) следует, что

$$x_T = \sqrt{r_T^2 - \mathfrak{R}_h^2}.$$

В итоге получаем явное выражение для радиуса орбиты АМС из прямоугольного треугольника $\triangle SKT$ (см. рис. 7.б):

$$r = \sqrt{x^2 + \mathfrak{R}_h^2} = \sqrt{\frac{D_T^2}{(\mathfrak{D}_T - D_T)^2} (r_T^2 - \mathfrak{R}_h^2) + \mathfrak{R}_h^2} = 1.360 \cdot 10^7 \text{ км.} \quad (27)$$

2. Планетоцентрическую орбитальную скорость АМС и период ее обращения вокруг Сатурна можно вычислить по формулам вида:

$$V = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_h}{r}} = 1.67 \text{ км/с}, \quad T = \frac{2 \pi r}{V} = 5.116 \cdot 10^7 \text{ с} = 1.62 \text{ года}. \quad (28)$$

3. Расстояние, на котором находилась АМС от Титана на момент съемки, очевидно, можно записать так

$$\Delta_T = x + x_T = \frac{\mathfrak{D}_T}{(\mathfrak{D}_T - D_T)} \sqrt{r_T^2 - \mathfrak{R}_h^2} = 1.482 \cdot 10^7 \text{ км}. \quad (29)$$

4. Угловой диаметр Титана на фотографии представляется в виде:

$$D_T'' = \left(\frac{\mathfrak{D}_T}{\Delta_T} \right) \times 3438' = 1.38'. \quad (30)$$

Ответ: к задаче представляется выражениями (27)-(30). (14 баллов)

Задача № 9. «Съемка Юпитера в противостоянии»

Решение. 1.а) Определим разрешающую способность объектива телескопа на длине волны, соответствующей максимуму чувствительности человеческого глаза ($\lambda = 555 \text{ нм}$), обусловленную явлением дифракции:

$$\beta_{\text{dif}} = 1.22 \frac{\lambda}{D} \cdot 206265'' = 0.68''. \quad (31)$$

1.б) Поскольку планировалось использовать трехкратную линзу Барлоу ($k_{LB} = 3^\times$), то эффективное фокусное расстояние объектива можно представить как

$$F_{\text{eff}} = k_{LB} \cdot F_{\text{Об}} = k_{LB} \cdot D / \chi = 6096 \text{ мм}, \quad \text{где } \chi = \frac{D}{F_{\text{Об}}} = \frac{1}{10}. \quad (32)$$

Угол $\gamma_0 = 1''$ отобразится на матрице камеры отрезком ℓ_0 , определяемым выражением вида:

$$\ell_0 = \frac{\gamma_0}{206265''} F_{\text{eff}} = \frac{\gamma_0}{206265''} k_{LB} \cdot D / \chi = 29.55 \text{ мкм} = 10.19 \cdot a_0,$$

здесь $a_0 = 2.9 \text{ мкм}$ – размер одного пикселя. Тогда разрешающая способность астрокамеры можно записать так

$$\beta_c = \frac{\gamma_0}{(\ell_0/a_0)} = \frac{206265'' \cdot a_0 \cdot \chi}{k_{LB} \cdot D} = 0.098''/\text{пиксель}. \quad (33)$$

1.в) В астрономии под **сиингом** понимается величина углового диаметра θ_s видимого светового диска для точечной звезды, образующегося в результате многократных малых флуктуаций хода светового луча, распространяющегося в атмосфере Земли. Граница этого диска определяется (как правило)

в точках, где поверхностная яркость в два раза меньше, нежели яркость его центра. Если $\theta_s \geq \beta_{\text{dif}}$, то фактическое разрешение оптического тракта телескопа определяется именно сингом, а не дифракцией света, что в нашем случае как раз имеет место.

Согласно **теореме Котельникова** (Найквиста-Шеннона), чтобы любой аналоговый сигнал мог быть восстановлен с какой угодно точностью по своим дискретным отсчетам, необходимо использовать последние с частотой $\nu > 2\nu_c$, где ν_c – максимальная частота, которая ограничена спектром реального сигнала. В отношении астрофотографии эта формулировка означает, что для получения аналогового сигнала с источника дискретного сигнала (цифровой ПЗС-матрицы) необходимо каждому точечному объекту – звезде, как минимум, сопоставить 2 пикселя в изображении, поскольку пиксели у матрицы квадратные, а образы звезд круглые, то для оптимального представления точечного образа звезды необходимо использовать как минимум 3 пикселя! Следовательно угловое разрешение камеры, соответствующее трем пикселям, есть $\beta'_c = 3 \text{ пикселя} \cdot \beta_c = 0.294''$. Из сопоставления θ_s и β'_c приходим к заключению, что разрешающая способность астрографа составляет $\theta_s = 1''$.

2. Очевидно, смаз образа Юпитера возможен, если в результате суточного вращения Земли произойдет смещение лимба и деталей атмосферы Юпитера на угол, не меньший θ_s . Поскольку противостояние Юпитера было великим, то его геоцентрическое расстояние должно быть минимальным среди прочих противостояний планеты-гиганта, что достигается в случае, когда последняя лежит в плоскости эклиптики. Кроме того, противостояние Юпитера произошло вблизи дня осеннего равноденствия, то, очевидно, Юпитер располагался в малой окрестности данной точки, значит, его склонение было близко к нулю (согласно Stellarium, $\delta_J \leq 2'$). Тогда угловая скорость видимого движения Юпитера по небосводу будет равна угловой скорости суточного вращения Земли: $\omega_{\oplus} = 15''/\text{с}$. Значит, максимально допустимая выдержка для одного кадра видеоролика при неподвижной трубе телескопа будет

$$\tau_{\text{max}}^{(1)} = \max\{\beta_{\text{dif}}, \beta'_c, \theta_s\} / \omega_{\oplus} = 1/15 = 0.067 \text{ с.} \quad (34)$$

3. Для определения оптимального размера одного кадра при съемке Юпитера с использованием ЛБЗ^x, прежде всего, вычислим угловой экваториальный диаметр Юпитера в эти сутки:

$$D''_J = \frac{2\mathfrak{R}_J}{\Delta_J} \times 206265'' = 49.9'', \quad (35)$$

здесь \mathfrak{R}_J – экваториальный радиус Юпитера, Δ_J – его геоцентрическое расстояние на момент противостояния. Тогда линейный экваториальный диаметр диска Юпитера на матрице астрокамеры во время съемки (в пикселях)

есть

$$d_J = \frac{D_J''}{\beta_c} = 509 \text{ пикселей.} \quad (36)$$

Очевидно, это максимально возможный линейный размер диска планеты на матрице. Следовательно, с целью минимизации размера видеоролика, подойдет кадр с размерами 968×548 пикселей.

Оценим размер кадра (в МБ), учитывая, что его глубина кодирования цвета составляет $N = 12$ бит. Из курса информатики известно, что размер кадра в мегабайтах (МБ), в случае глубины кодирования цвета, равной N (в битах), можно вычислить по формуле:

$$V_f = \frac{a \times b \times N}{2^{23}} = 0.76 \text{ МБ,} \quad (37)$$

здесь $a = 968$ и $b = 548$ пикселей – размеры кадра, выраженные в пикселях; 2^{23} – количество бит в одном мегабайте.

4. Чтобы не было смаза деталей атмосферы планеты, обусловленного суточным вращением Юпитера, необходимо, чтобы самые быстрые точки поверхности Юпитера относительно астронома-любителя сместились за искомый промежуток времени не более чем на θ_s , что соответствует линейному размеру на поверхности планеты, равному

$$L_J = \frac{\theta_s}{206265''} \times \Delta_J = 2867 \text{ км.}$$

Рассмотрим рис. 8, соответствующий условиям задачи. Здесь центр Земли (точка С) и центр Юпитера (точка D) движутся относительно Солнца с орбитальными скоростями (в приближении круговых орбит), определяемыми выражениями вида:

$$u_{\oplus} = \sqrt{\frac{G M_{\odot}}{a_{\oplus}}} = 29.78 \text{ км/с,} \quad u_J = \sqrt{\frac{G M_{\odot}}{a_J}} = 13.06 \text{ км/с.}$$

Предположим, что земной наблюдатель находится в точке А (ближайшей точке поверхности Земли к Юпитеру) и рассматривает детали атмосферы Юпитера, расположенные в экваториальной точке В (наклонениями экваторов планет к плоскости эклиптики и наклонением орбиты Юпитера далее будем пренебрегать ради упрощения оценочных расчетов). При этом линейные скорости их суточного движения относительно центров планет представляются формулами:

$$v_{\oplus} = \frac{2\pi \cdot R_{\oplus}}{T_{\oplus}} = 0.47 \text{ км/с,} \quad v_J = \frac{2\pi \cdot R_J}{T_J} = 12.57 \text{ км/с.}$$

Тогда скорость точки В поверхности Юпитера относительно земного наблюдателя, расположенного в точка А, может быть представлена в виде:

$$v_{\text{rel}} = u_{\oplus} + v_{\oplus} - u_J + V_J = 29.76 \text{ км/с.} \quad (38)$$

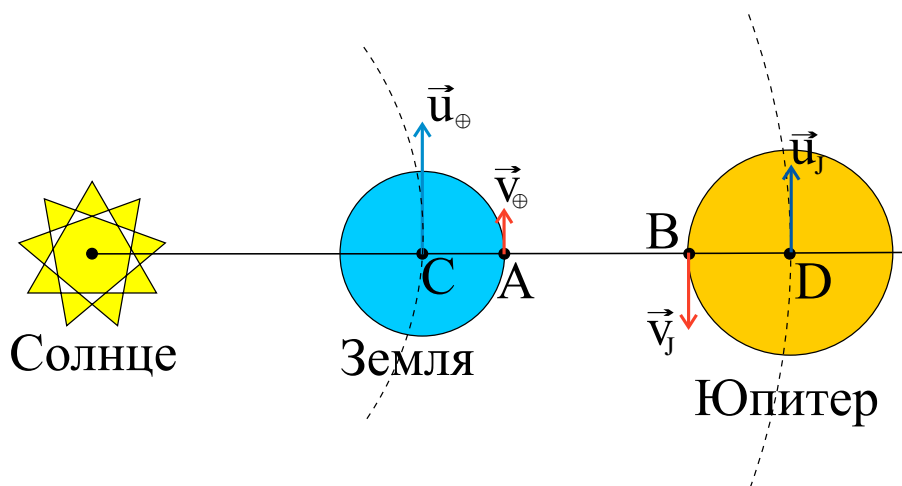


Рис. 8. К определению относительной скорости точек поверхности Юпитера относительно земного наблюдателя.

Это максимально возможная скорость точки В, перпендикулярная лучу зрения. Тогда искомая максимально допустимая продолжительность видеоролика есть

$$\tau_{\max}^{(2)} = \frac{L_J}{V_{\text{rel}}} = 96.3 \text{ с.} \quad (39)$$

Если продолжительность одного кадра по-прежнему определяется $\tau_{\max}^{(1)}$, то максимальное количество кадров ролика составит

$$N_f = \left[\frac{\tau_{\max}^{(2)}}{\tau_{\max}^{(1)}} \right] = 1437.$$

А общий минимальный размер ролика:

$$V_v = N_f \cdot V_f = 1092 \text{ МБ} = 1.066 \text{ ГБ.} \quad (40)$$

Ответ: к задаче представляется выражениями (31), (34), (35), (37), (40); разрешающая способность астрографа составляет $\theta_s = 1''$; размер кадра – 968×548 пикселей. (14 баллов)

Задача № 10. «Туманность Андромеды и ее спутник М110»

Решение. 1. Определим расстояние (R) между галактиками с использованием теоремы косинусов для плоского треугольника, в вершинах которого находится Солнце, М31 и М110:

$$R = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \beta}, \quad (41)$$

где r_1, r_2 – известные гелиоцентрические расстояния до галактик, β – угол между направлениями на данные галактики с позиции земного наблюдателя. Для определения угла β заметим, что данные галактики расположены в двух близких точках небосвода, поэтому можно воспользоваться приближением плоского треугольника и определить искомый угол по теореме Пифагора:

$$\beta = \sqrt{225(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + (\delta_1 - \delta_2)^2} = 0.724^\circ. \quad (42)$$

В итоге расстояние между галактиками (а также радиус орбиты М110) составляет $R = 46.1$ кпк.

2. Период обращения галактики М110 относительно М31 можно оценить по формуле:

$$T = \frac{2\pi R}{V} = 0.944 \cdot 10^9 \text{ лет.} \quad (43)$$

3. Для определения массы галактики М31 учтем тот факт, что масса спутника, как правило, много меньше массы центральной галактики, поэтому рассмотрим в приближении неподвижного силового центра (М31) движение М110 по круговой орбите и запишем для нее второй закон Ньютона:

$$\mathfrak{M}_2 \cdot \vec{a}_2 = \vec{F}_{12},$$

здесь \vec{a}_2 — вектор центростремительного ускорения М110, \vec{F}_{12} — вектор силы притяжения, приложенный к М110 со стороны М31. В проекциях на координатную ось ОХ (см. рис. 9):

$$\mathfrak{M}_2 \cdot a_2 = F_{12}. \quad (44)$$

С учетом того, что a_2 является центростремительным ускорением, определяемым выражением вида:

$$a_2 = \frac{V^2}{R},$$

а сила притяжения определяется законом всемирного тяготения (в силу сферически симметричного распределения вещества в теле М31 и точечности М110):

$$F_{12} = \frac{G \cdot \mathfrak{M}_1 \cdot \mathfrak{M}_2}{R^2},$$

где G — универсальная гравитационная постоянная, уравнение (44) можно переписать в виде:

$$\mathfrak{M}_2 \frac{V^2}{R} = \frac{G \cdot \mathfrak{M}_1 \cdot \mathfrak{M}_2}{R^2}, \Rightarrow$$

$$\mathfrak{M}_1^{(G)} = \frac{V^2 R}{G} = 1.920 \cdot 10^{42} \text{ кг} = 0.965 \cdot 10^{12} \cdot \mathfrak{M}_\odot. \quad (45)$$

4. Определим массу галактики М110. Если галактика-спутник сохраняет свою целостность, значит ее гравитации достаточно для удержания всех частей ее шарообразного тела, (в противном случае, эти части могут перейти на самостоятельные орбиты вокруг центральной галактики). Последнее

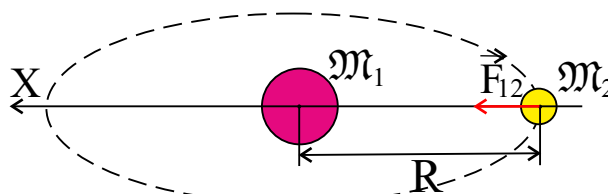


Рис. 9. К определению массы галактики М31.

может произойти, если какая-либо точка внутри (или хотя бы на поверхности) шара окажется в так называемой первой точке Лагранжа (L_1) системы «галактика-спутник» (см. рис. 10). Эта точка находится на отрезке, соединяющей центры М31 (на рис. это точка C_1) и М110 (точка C_2), и ее положение определяется тем, что пробное тело в этой точке будет обращаться вокруг центра главной галактики с той же угловой скоростью ω , что и галактика-спутник, оставаясь на линии, соединяющей центры галактик. При дальнейшем удалении от спутника тело перейдет на самостоятельную орбиту вокруг центра главной галактики. Таким образом, максимальный радиус (R_2) галактики М110 не должен быть больше расстояния от центра спутника до первой точки Лагранжа. Найдем это расстояние.

С использованием величины круговой орбитальной скорости V определим угловую скорость движения спутника:

$$\omega = \frac{V}{R}.$$

На пробное тело, находящееся в точке L_1 , действуют силы притяжения галактик М31 и спутника М110. Ускорения этих сил направлены в противоположные стороны и равны

$$a_1 = \frac{V^2}{(R - \mathfrak{R}_2)}, \quad a_2 = \frac{G \mathfrak{M}_2}{\mathfrak{R}_2^2},$$

здесь \mathfrak{M}_2 – масса галактики-спутника М110. Запишем второй закон Ньютона для пробного тела в проекциях на направление ($C_2 \rightarrow C_1$), поделенное на массу пробного тела:

$$\omega^2(R - \mathfrak{R}_2) = \frac{V^2}{(R - \mathfrak{R}_2)} - \frac{G \mathfrak{M}_2}{\mathfrak{R}_2^2}.$$

Оценим далее линейный радиус галактики М110:

$$\mathfrak{R}_2 = \left(\frac{D''}{2 \cdot 3438'} \right) r_2 = 2.60 \text{ кпк} \ll R. \quad (46)$$

Поскольку радиус М110 существенно меньше ее расстояния до центра галактики М31, то уравнение Ньютона можно упростить к виду:

$$\frac{V^2}{R} - \frac{V^2}{R^2} \mathfrak{R}_2 = \frac{V^2}{R} \left(1 + \frac{\mathfrak{R}_2}{R} \right) - \frac{G \mathfrak{M}_2}{\mathfrak{R}_2^2}, \Rightarrow 2 \frac{V^2}{R^2} \mathfrak{R}_2 = \frac{G \mathfrak{M}_2}{\mathfrak{R}_2^2}, \Rightarrow$$

$$\mathfrak{M}_2^{(G)} = \left(\frac{2V^2 \mathfrak{R}_2^3}{G R^2} \right) = 2 \left(\frac{\mathfrak{R}_2}{R} \right)^3 \mathfrak{M}_1^{(G)} = 6.86 \cdot 10^{38} \text{ кг} = 3.45 \cdot 10^8 \cdot \mathfrak{M}_\odot. \quad (47)$$

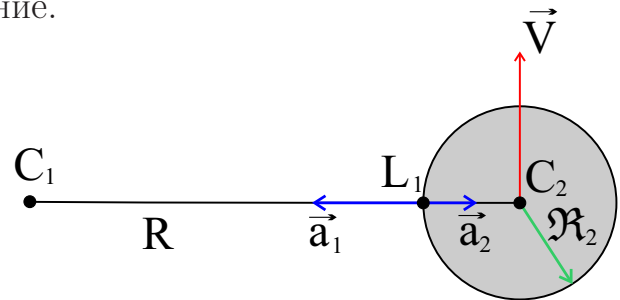


Рис. 10. К определению массы галактики М110.

5. Определим абсолютные звездные величины и светимости галактик:

$$M_1 = m_1 + 5^m - 5^m \lg r_1 = -20.99^m, \Rightarrow L_1 = L_\odot 10^{M_\odot - M_1} = 2.13 \cdot 10^{10} L_\odot,$$

$$M_2 = m_2 + 5^m - 5^m \lg r_2 = -16.66^m, \Rightarrow L_2 = L_\odot 10^{M_\odot - M_2} = 3.93 \cdot 10^8 L_\odot.$$

Тогда искомые отношения $\mathfrak{M}_1^{(G)}/L_1$, $\mathfrak{M}_2^{(G)}/L_2$ представляются в виде:

$$\frac{\mathfrak{M}_1^{(G)}}{L_1} = 45.3 \frac{\mathfrak{M}_\odot}{L_\odot}, \quad \frac{\mathfrak{M}_2^{(G)}}{L_2} = 0.878 \frac{\mathfrak{M}_\odot}{L_\odot}. \quad (48)$$

Очевидно, что данные отношения для этих галактик существенно различаются. В случае большей галактики М31, ее доминирующая часть звезд находится внутри ее тела и свет от этих звезд до нас просто не доходит. В случае меньшей галактики М110 существенно бóльшая часть ее звезд находится на ее границе и соответственно их свет до нас доходит, а значит вносит относительно больший вклад в светимость.

Ответ: $R = 46.1$ кпк; к задаче представлен выражениями (43), (45), (47), (48). (15 баллов).

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре) на расстоянии Земли – 1361 Вт/м^2
- Солнечная постоянная (в видимом свете) на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81.3$ массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

| Планета | Большая полуось | | Эксцентриситет | Наклон к плоскости эклиптики | Период обращения | Синодический период |
|----------|-----------------|---------|----------------|------------------------------|------------------|---------------------|
| | млн. км | а.е. | | | | |
| Меркурий | 57.9 | 0.3871 | 0.2056 | 7.004 | 87.97 сут | 115.9 |
| Венера | 108.2 | 0.7233 | 0.0068 | 3.394 | 224.70 сут | 583.9 |
| Земля | 149.6 | 1.0000 | 0.0167 | 0.000 | 365.26 сут | – |
| Марс | 227.9 | 1.5237 | 0.0934 | 1.850 | 686.98 сут | 780.0 |
| Юпитер | 778.3 | 5.2028 | 0.0483 | 1.308 | 11.862 лет | 398.9 |
| Сатурн | 1429.4 | 9.5388 | 0.0560 | 2.488 | 29.458 лет | 378.1 |
| Уран | 2871.0 | 19.1914 | 0.0461 | 0.774 | 84.01 лет | 369.7 |
| Нептун | 4504.3 | 30.0611 | 0.0097 | 1.774 | 164.79 лет | 367.5 |

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

| Планета | Масса | | Радиус | | Плотность | Период вращения вокруг оси | Наклон экватора к плоскости орбиты | Геометрич. альбедо | Вид. звездная величина* |
|----------|-----------------------|-------------|--------|---------------|-----------|----------------------------|------------------------------------|--------------------|-------------------------|
| | кг | массы Земли | км | радиусы Земли | | | | | |
| Солнце | $1.989 \cdot 10^{30}$ | 332946 | 695500 | 108.97 | 1.41 | 25.380 сут | 7.25 | – | -26.8^m |
| Меркурий | $3.302 \cdot 10^{23}$ | 0.05271 | 2439.7 | 0.3825 | 5.42 | 58.646 сут | 0.00 | 0.10 | -0.1 |
| Венера | $4.869 \cdot 10^{24}$ | 0.81476 | 6051.8 | 0.9488 | 5.20 | 243.019 сут [†] | 177.36 | 0.65 | -4.4^m |
| Земля | $5.974 \cdot 10^{24}$ | 1.00000 | 6378.1 | 1.0000 | 5.52 | 23.934 час | 23.45 | 0.37 | – |
| Марс | $6.419 \cdot 10^{23}$ | 0.10745 | 3397.2 | 0.5326 | 3.93 | 24.623 час | 25.19 | 0.15 | -2.0^m |
| Юпитер | $1.899 \cdot 10^{27}$ | 317.94 | 71492 | 11.209 | 1.33 | 9.924 час | 3.13 | 0.52 | -2.7^m |
| Сатурн | $5.685 \cdot 10^{26}$ | 95.181 | 60268 | 9.4494 | 0.69 | 10.656 час | 25.33 | 0.47 | 0.4^m |
| Уран | $8.683 \cdot 10^{25}$ | 14.535 | 25559 | 4.0073 | 1.32 | 17.24 час [†] | 97.86 | 0.51 | 5.7^m |
| Нептун | $1.024 \cdot 10^{26}$ | 17.135 | 24746 | 3.8799 | 1.64 | 16.11 час | 28.31 | 0.41 | 7.8^m |

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

| Спутник | Масса | Радиус | Плотность | Радиус орбиты | Период обращения | Геометрич. альбедо | Вид. звездная величина* |
|---------------|-----------------------|--------|--------------------|---------------|----------------------|--------------------|-------------------------|
| | кг | км | г·см ⁻³ | км | сут | | |
| Земля | | | | | | | |
| Луна | $7.348 \cdot 10^{22}$ | 1738 | 3.34 | 384400 | 27.32166 | 0.12 | -12.7 |
| Марс | | | | | | | |
| Фобос | $1.08 \cdot 10^{16}$ | ~ 10 | 2.0 | 9380 | 0.31910 | 0.06 | 11.3 |
| Деймос | $1.8 \cdot 10^{15}$ | ~ 6 | 1.7 | 23460 | 1.26244 | 0.07 | 12.4 |
| Юпитер | | | | | | | |
| Ио | $8.94 \cdot 10^{22}$ | 1815 | 3.55 | 421800 | 1.769138 | 0.61 | 5.0 |
| Европа | $4.8 \cdot 10^{22}$ | 1569 | 3.01 | 671100 | 3.551181 | 0.64 | 5.3 |
| Ганимед | $1.48 \cdot 10^{23}$ | 2631 | 1.94 | 1070400 | 7.154553 | 0.42 | 4.6 |
| Каллисто | $1.08 \cdot 10^{23}$ | 2400 | 1.86 | 1882800 | 16.68902 | 0.20 | 5.7 |
| Сатурн | | | | | | | |
| Тефия | $7.55 \cdot 10^{20}$ | 530 | 1.21 | 294660 | 1.887802 | 0.9 | 10.2 |
| Диона | $1.05 \cdot 10^{21}$ | 560 | 1.43 | 377400 | 2.736915 | 0.7 | 10.4 |
| Рея | $2.49 \cdot 10^{21}$ | 765 | 1.33 | 527040 | 4.517500 | 0.7 | 9.7 |
| Титан | $1.35 \cdot 10^{23}$ | 2575 | 1.88 | 1221850 | 15.94542 | 0.21 | 8.2 |
| Япет | $1.88 \cdot 10^{21}$ | 730 | 1.21 | 3560800 | 79.33018 | 0.20 | ~ 11.0 |
| Уран | | | | | | | |
| Миранда | $6.33 \cdot 10^{19}$ | 235.8 | 1.15 | 129900 | 1.413479 | 0.27 | 16.3 |
| Ариэль | $1.7 \cdot 10^{21}$ | 578.9 | 1.56 | 190900 | 2.520379 | 0.34 | 14.2 |
| Умбриэль | $1.27 \cdot 10^{21}$ | 584.7 | 1.52 | 266000 | 4.144177 | 0.18 | 14.8 |
| Титания | $3.49 \cdot 10^{21}$ | 788.9 | 1.70 | 436300 | 8.705872 | 0.27 | 13.7 |
| Оберон | $3.03 \cdot 10^{21}$ | 761.4 | 1.64 | 583500 | 13.46324 | 0.24 | 13.9 |
| Нептун | | | | | | | |
| Тритон | $2.14 \cdot 10^{22}$ | 1350 | 2.07 | 354800 | 5.87685 [†] | 0.7 | 13.5 |

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

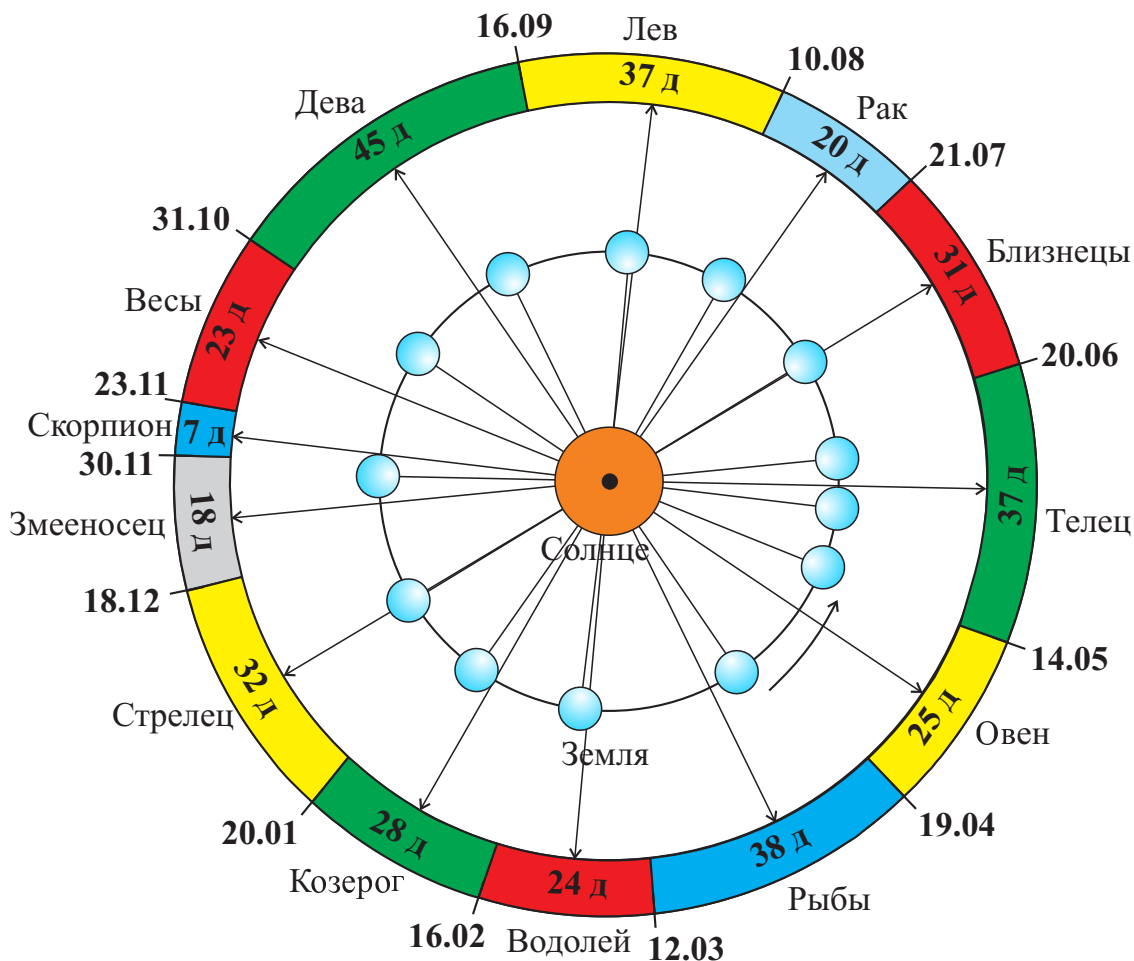


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

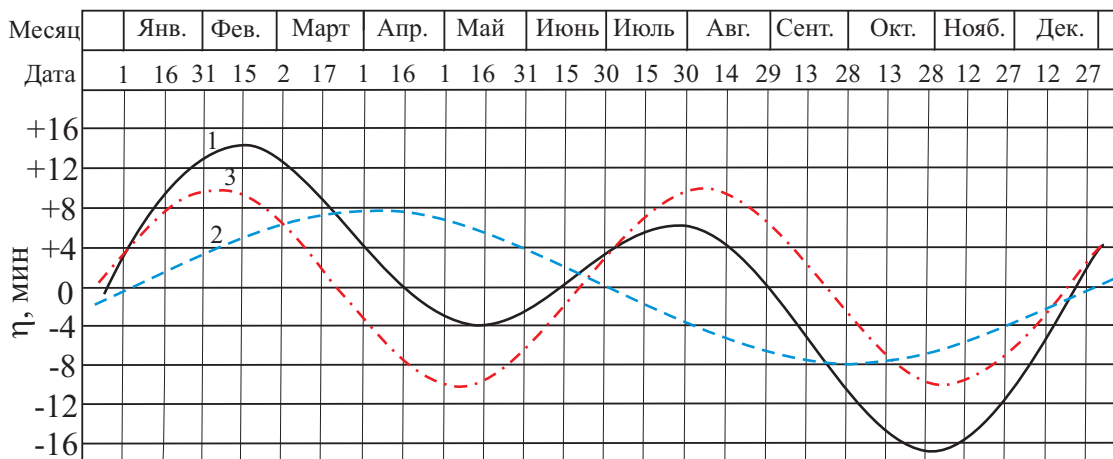


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 – уравнение времени, 2 – уравнение центра, 3 – уравнение от наклона эклиптики.

А.10. Некоторые характеристики звезд

Болометрические поправки ΔM_b

| Спектр | ΔM_b | Спектр | ΔM_b | | |
|--------|--------------|--------|------------------------|---------|--------------|
| | | | Гл. последовательность | Гиганты | Сверхгиганты |
| B0 | - 2.70 | F5 | - 0.04 | - 0.08 | - 0.12 |
| B5 | - 1.58 | F8 | - 0.05 | - 0.17 | - 0.28 |
| A0 | - 0.72 | G0 | - 0.06 | - 0.25 | - 0.42 |
| A5 | - 0.31 | G2 | - 0.07 | - 0.31 | - 0.52 |
| F0 | - 0.09 | G5 | - 0.10 | - 0.39 | - 0.65 |
| F2 | - 0.04 | G8 | - 0.10 | - 0.47 | - 0.80 |
| | | K0 | - 0.11 | - 0.54 | - 0.93 |
| | | K2 | - 0.15 | - 0.72 | - 1.20 |
| | | K3 | - 0.31 | - 0.89 | - 1.35 |
| | | K4 | - 0.55 | - 1.11 | - 1.56 |
| | | K5 | - 0.85 | - 1.35 | - 1.86 |
| | | M0 | - 1.43 | - 1.55 | - 2.2 |
| | | M1 | - 1.70 | - 1.72 | - 2.6 |
| | | M2 | - 2.03 | - 1.95 | - 3.0 |
| | | M3 | - 2.35 | - 2.26 | - 3.6 |
| | | M4 | - 2.7 | - 2.72 | - 3.8 |
| | | M5 | - 3.1 | - 3.4 | - 4.0 |

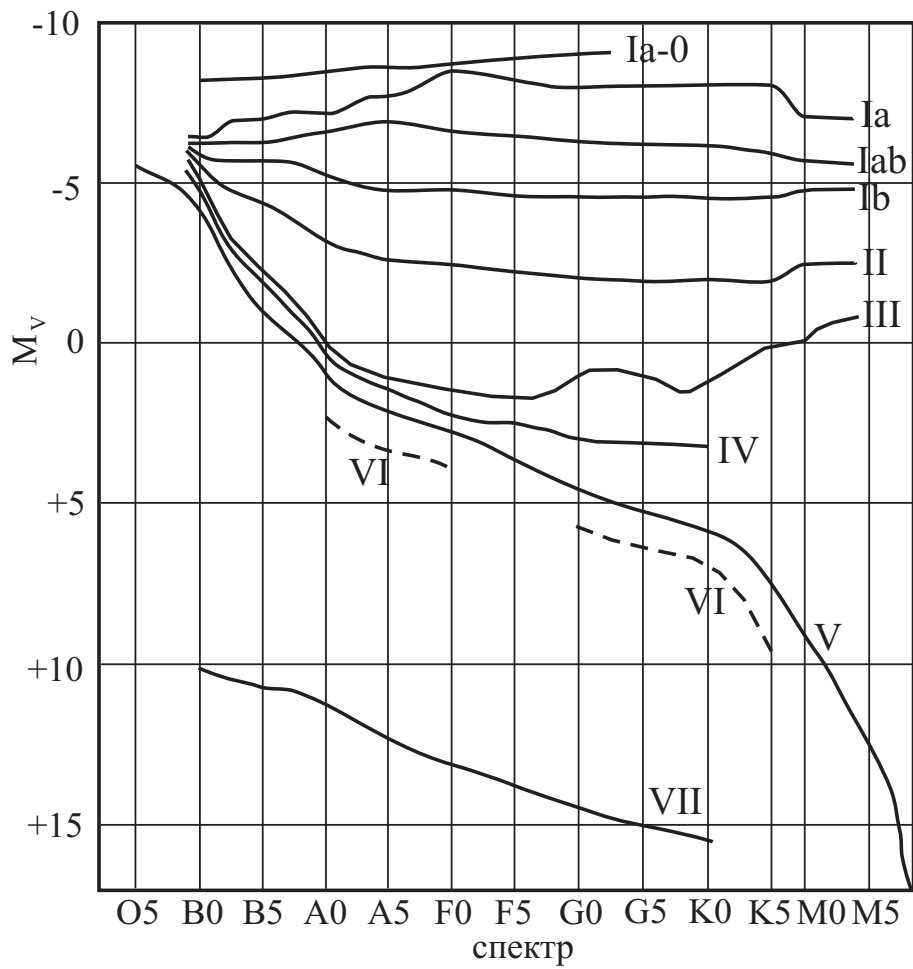


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

| ПЕРИОДЫ | A | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|-------------|---|----|------|-----|----|----|----|-----|------|----|----|----|-----|
| 1 | (H) | | | | | | | | | | | | |
| 2 | Li | Be | B | C | N | O | F | Ne | | | | | |
| 3 | Na | Mg | Al | Si | P | S | Cl | Ar | | | | | |
| 4 | K | Ca | Sc | Ti | V | Cr | Mn | Fe | | | | | |
| 5 | Rb | Sr | Y | Zr | Nb | Mo | Tc | Ru | | | | | |
| 6 | Cs | Ba | La* | Hf | Ta | W | Re | Os | | | | | |
| 7 | Fr | Ra | Ac** | Rf | Db | Sg | Bh | Hs | | | | | |
| | <p>Символ элемента. Относительная атомная масса. Порядковый номер. Название элемента. Распределение электронов на энергетических уровнях.</p> | | | | | | | | | | | | |
| | <p>FORMУЛЫ ВЫСОКИХ ОКСИДОВ. FORMУЛЫ ЛЕГКИХ ОКСИДОВ. FORMУЛЫ ЛЕГКИХ ОДНОРОДНЫХ СОЕДИНЕНИЙ.</p> | | | | | | | | | | | | |
| ЛАНТАНОИДЫ* | Ce | Pr | Nd | Pm | Sm | Eu | Gd | Dy | Ho | Er | Tm | Yb | Lu |
| АКТИНОИДЫ** | Th | Pa | U | Np | Pu | Am | Cm | Bk | Cf | Es | Fm | Md | No |
| | <p>RO, RO₂, RO₃, RO₄, R₂O, R₂O₃, R₂O₅, RH, RH₂, RH₃, RH₄, R₂O₇</p> | | | | | | | | | | | | |

Рис. А.4. Таблица Менделеева.