

Решения задач

Открытой межрегиональной олимпиады по астрономии имени Ф.А. Бредихина

7-8 класс

№ 1. «Топ-10 ярчайших звезд небосвода г. Самары»

Условие. Вашему вниманию в табл. 1 представлен Топ-10 ярчайших звезд (и их экваториальные координаты), видимых с территории г. Самары в течение года. Определите:

1. Какие из этих звезд Вы можете наблюдать сегодня-завтра в темное время суток невооруженным глазом (в случае безоблачной погоды) в месте своего постоянного проживания? Следует отметить в колонке "Видимость" словом "да", если звезда видна в темное время суток, "нет", если не видна.

2. В какую часть суток (вечер, все темное время суток (ночь), утро и прочерк, если не видна; в таблицу следует вносить лишь первые буквы этих слов, например, «В», «Н», «У»; если частей несколько, то следует перечислить их в ячейке таблицы буквами, через запятую) они лучше всего видны?

3. В какой части небосвода (север, юг, запад, восток и прочерк, если не видна; в таблицу следует вносить лишь первые буквы этих слов, например, «С», «Ю», «З», «В»; если сторон несколько, то следует перечислить их в ячейке таблицы буквами, через запятую) они при этом расположены?

4. В каких созвездиях находятся эти звезды?

Свои ответы представьте в табл. 1 (Вы можете вырезать эту таблицу ножницами из условия и наклеить ее на свой бланк в целях экономии времени!).

№	Название	Склонение	Пр. восхождение	Видимость	Часть суток	Часть небосвода	Созвездие
1	Сириус	$-16^{\circ}42'58''$	$06^{\text{h}}45^{\text{m}}09^{\text{s}}$				
2	Арктур	$+19^{\circ}10'57''$	$14^{\text{h}}15^{\text{m}}40^{\text{s}}$				
3	Вега	$+38^{\circ}47'01''$	$18^{\text{h}}36^{\text{m}}56^{\text{s}}$				
4	Капелла	$+45^{\circ}59'53''$	$05^{\text{h}}16^{\text{m}}41^{\text{s}}$				
5	Ригель	$-08^{\circ}12'06''$	$05^{\text{h}}14^{\text{m}}32^{\text{s}}$				
6	Процион	$+05^{\circ}13'30''$	$07^{\text{h}}39^{\text{m}}18^{\text{s}}$				
7	Бетельгейзе	$+07^{\circ}24'25''$	$05^{\text{h}}55^{\text{m}}10^{\text{s}}$				
8	Альтаир	$+08^{\circ}52'06''$	$19^{\text{h}}50^{\text{m}}47^{\text{s}}$				
9	Альдебаран	$+16^{\circ}30'33''$	$04^{\text{h}}35^{\text{m}}55^{\text{s}}$				
10	Антарес	$-26^{\circ}25'55''$	$16^{\text{h}}29^{\text{m}}40^{\text{s}}$				

Таблица 1. Топ-10 самых ярких звезд небосвода.

Решение. 1. Определим прямое восхождение Солнца на дату (17.04.2022) проведения финала Олимпиады. Заметим, что 20 марта 2022 года состоялся день весеннего равноденствия – в эти сутки истинное солнце прошло через точку весеннего равноденствия. Значит в этот день прямое восхождение истинного солнца было равно нулю (ибо данную координату отсчитывают от точки весны).

2. Солнце в течение тропического года ($T_{\text{тр}} = 365.24$ сут) движется по эклиптике и совершает один полный оборот. При этом его прямое восхождение увеличивается за указанный промежуток времени на 24^{h} . Значит за одни сутки его прямое восхождение увеличивается на

$$\omega_{\odot} = \frac{\Delta\alpha_{\odot}}{T_{\text{тр}}} = \frac{24^{\text{h}}}{365.24 \text{ сут}} = 0.0657^{\text{h}}/\text{сут} = 3.94^{\text{m}}/\text{сут}.$$

3. С дня весеннего равноденствия до настоящего дня прошло $\Delta t = 28$ сут, значит прямое

восхождение Солнца на данный момент равно

$$\alpha_{\odot} = \omega_{\odot} \cdot \Delta t = 1^{\text{h}}50^{\text{m}}.$$

4. Те звезды, прямые восхождения которых близки по значению к прямому восхождению истинного Солнца будут скрываться в лучах Солнца и не будут видны. Однако такие звезды в данном списке на момент проведения Олимпиады отсутствуют. Звезды, у которых прямое восхождение отличается на 12 часов от значения α_{\odot} , т.е. близки к значению 14^{h} , наоборот будут видны всю ночь. К таким относится Арктур. Причем он будет виден на востоке, юге и западе в течение ночи.

5. Звезды, у которых прямое восхождение больше солнечного на $2 \div 6$ часов будут видны вечером в западной стороне небосвода. К таким относятся Альдебаран, Капелла, Ригель, Бетельгейзе, Сириус, Процион. Следует отметить, что Капелла для большей части РФ является незаходящей звездой, поэтому она также будет видна ночью на севере, а утром – на востоке.

6. Звезды, у которых прямое восхождение превосходят значение 14^{h} будут видны после полуночи и до утра преимущественно в восточной (южной) стороне небосвода. К таким относится Вега, Альтаир. При этом Вега является незаходящей звездой на части территории РФ, например, в Самаре. В силу большого отрицательного склонения Антарес будет виден лишь в южной стороне небосвода.

В итоге заполненная табл. 1 представляется в следующем виде:

№	Название	Склонение	Пр. восхождение	Видимость	Часть суток	Часть небосвода	Созвездие
1	Сириус	$-16^{\circ}42'58''$	$06^{\text{h}}45^{\text{m}}09^{\text{s}}$	Да	В	З	Большой Пес
2	Арктур	$+19^{\circ}10'57''$	$14^{\text{h}}15^{\text{m}}40^{\text{s}}$	Да	Н	{В, Ю, З}	Волопас
3	Вега	$+38^{\circ}47'01''$	$18^{\text{h}}36^{\text{m}}56^{\text{s}}$	Да	У/Н	В, Ю/{С,В,Ю}	Лиры
4	Капелла	$+45^{\circ}59'53''$	$05^{\text{h}}16^{\text{m}}41^{\text{s}}$	Да	Н	{З, С, В}	Возничий
5	Ригель	$-08^{\circ}12'06''$	$05^{\text{h}}14^{\text{m}}32^{\text{s}}$	Да	В	З	Орион
6	Процион	$+05^{\circ}13'30''$	$07^{\text{h}}39^{\text{m}}18^{\text{s}}$	Да	В	З	Малый Пес
7	Бетельгейзе	$+07^{\circ}24'25''$	$05^{\text{h}}55^{\text{m}}10^{\text{s}}$	Да	В	З	Орион
8	Альтаир	$+08^{\circ}52'06''$	$19^{\text{h}}50^{\text{m}}47^{\text{s}}$	Да	У	В	Орел
9	Альдебаран	$+16^{\circ}30'33''$	$04^{\text{h}}35^{\text{m}}55^{\text{s}}$	Да	В	З	Телец
10	Антарес	$-26^{\circ}25'55''$	$16^{\text{h}}29^{\text{m}}40^{\text{s}}$	Да	У	Ю	Скорпион

Таблица 2. Топ-10 самых ярких звезд небосвода (с ответами).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
За каждый правильно определенный статус видимости	0.5(5)
За каждую правильно определенную часть суток (в случае указания нескольких частей – лишь за правильную позицию)	0.5(5)
За каждую правильно определенную часть небосвода (в случае Арктура и Капеллы балл выставляется лишь за все три части! В случае Веги допускаются либо восток или юг, либо три части одновременно)	0.5(5)
За каждое правильно определенное созвездие	0.5(5)

№ 2. «Объекты глубокого космоса и их некоторые свойства»

Условие. На рис. 1 представлены фотографии пяти объектов глубокого космоса. Определите

- I. Тип каждого объекта;
- II. Его обозначение по каталогу Мессье;
- III. Созвездие, в котором находится объект;
- IV. Статус возможности его наблюдения (в условиях, близких к идеальным) невооруженным глазом.

Заполните табл. 3 (Вы можете вырезать эту таблицу ножницами из условия и наклеить ее на свой бланк в целях экономии времени!). В строках (I)-(III) необходимо прописать буквенное обозначение данного объекта согласно рисунку. В строке (IV) необходимо написать «да», если объект можно увидеть невооруженным глазом (в оптимальных условиях), «нет» – если нельзя увидеть.

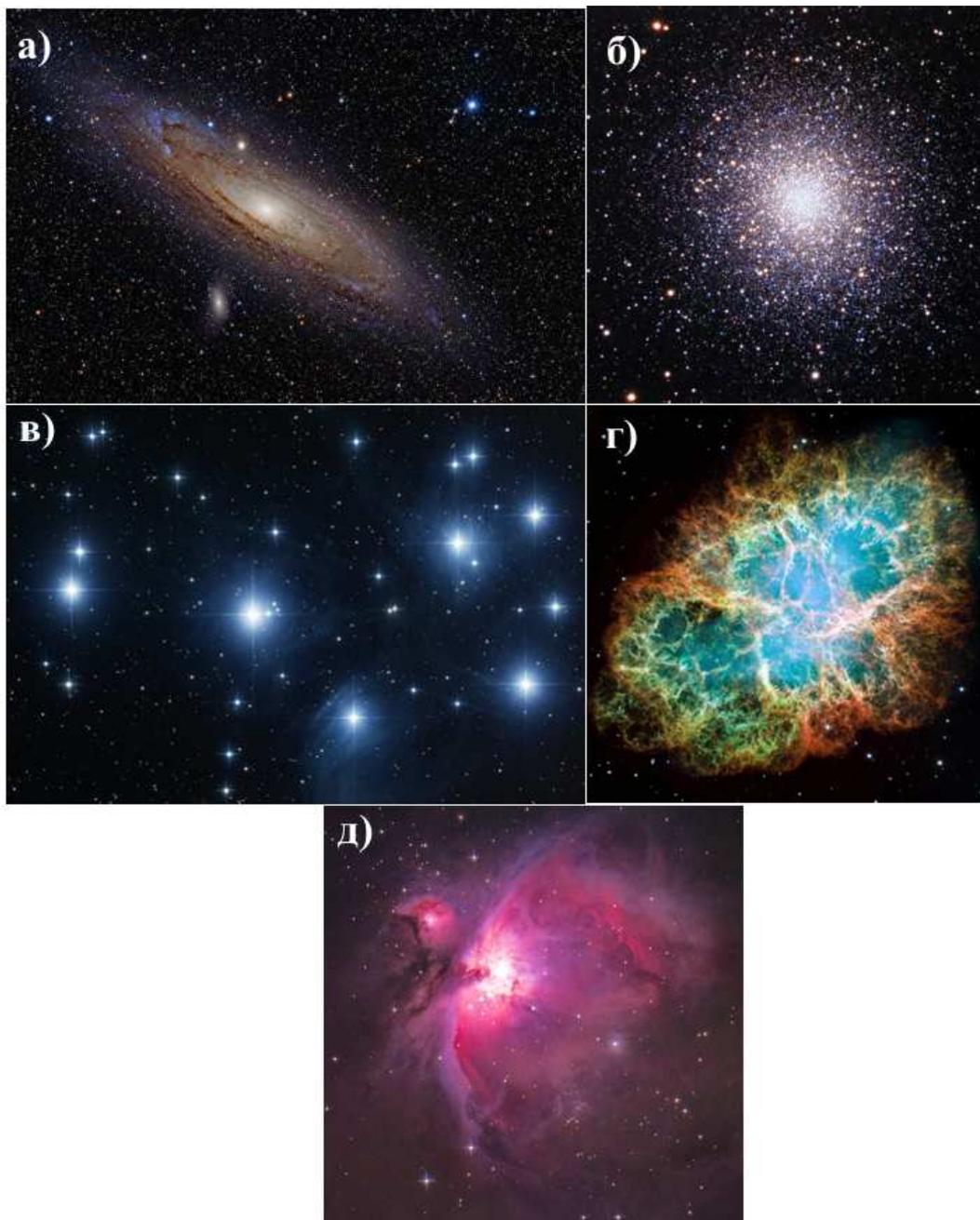


Рис. 1. Объекты глубокого космоса.

Решение. 1. На рис. 1.а) представлен образ спиральной галактики М31 (по каталогу Мессье) самой крупной галактики в Местной группе, расположенной в созвездии Андромеда. Данную галактику можно без труда увидеть невооруженным глазом в условиях, близких к идеальным.

2. На рис. 1.б) представлено самое яркое шаровое скопление в северной полусфере небосвода – *большое скопление Геркулеса*, М13, расположенное в одноименном созвездии. Данный объект можно увидеть невооруженным глазом в условиях, близких к идеальным, на пределе его возможностей.

3. На рис. 1.в) представлено одно из самых ярких и красивых рассеянных звездных скоплений – *Плеяды*, М45. Расположено скопление в созвездии Тельца, оно отлично видно невооруженным глазом.

4. На рис. 1.г) представлена диффузная туманность – остаток сверхновой, *Крабовидная ту-*

	Тип объекта	Рассеянное скопление	Туманность эмиссионная + область звездообразования	Шаровое скопление	Галактика	Остаток сверхновой
I	Обозначение					
	По каталогу Мессье	M1	M13	M31	M42	M45
II	Обозначение					
	Созвездие	Андромеда	Геркулес	Телец		Орион
III	Обозначение					
	Обозначение	а)	б)	в)	г)	д)
IV	Видимость невооруженным глазом					

Таблица 3. Возможные типы объектов, их обозначения по каталогу Мессье, принадлежность созвездиям и возможность их наблюдения невооруженным глазом.

манность. По каталогу Мессье эта туманность имеет код M1. Расположена также в созвездии Тельца и не может быть видна невооруженным глазом.

5. На рис. 1.д) представлена эмиссионная туманность и область звездообразования – Большая туманность Ориона (M42), расположенная в одноименном созвездии. Ее можно наблюдать невооруженным глазом.

В итоге заполненная табл. 3 представляется в виде:

	Тип объекта	Рассеянное скопление	Туманность эмиссионная + область звездообразования	Шаровое скопление	Галактика	Остаток сверхновой
I	Обозначение	в)	д)	б)	а)	г)
	По каталогу Мессье	M1	M13	M31	M42	M45
II	Обозначение	г)	б)	а)	д)	в)
	Созвездие	Андромеда	Геркулес	Телец		Орион
III	Обозначение	а)	б)	в),г)		д)
	Обозначение	а)	б)	в)	г)	д)
IV	Видимость невооруженным глазом	Да	Да	Да	Нет	Да

Таблица 4. Возможные типы объектов, их обозначения по каталогу Мессье, принадлежность созвездиям и возможность их наблюдения невооруженным глазом (с ответами).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
За каждый правильно определенный тип объекта	1(5)
За каждое правильно определенное обозначение по каталогу Мессье	1(5)
За каждое правильно определенное созвездие	1(5)
За каждый правильно определенный статус видимости объекта	1(5)

№ 3. «Космический телескоп им. Дж. Вебба и его особенности»

Условие. Космический телескоп (КТ) им. Дж. Вебба расположен во второй точке Лагранжа, на расстоянии 1.5 млн. км от центра Земли (на продолжении прямой «Солнце-Земля», в направлении, противоположном направлению на Солнце) и движется вокруг Солнца с тем же периодом, что и Земля. Дайте развернутые ответы на следующие вопросы.

1. На сколько процентов гелиоцентрическая скорость КТ больше соответствующей скорости

Земли? Орбиту Земли считать круговой.

2. Какова величина углового диаметра земного шара с позиции КТ? Какой тип солнечных затмений, осуществляемых телом Земли, можно наблюдать с позиции КТ? Свой ответ обосновать аналитическими расчетами.

3. Данный КТ должен сменить в работе КТ им. Э. Хаббла, диаметр главного зеркала которого $D_1 = 2.4$ м. Диаметр главного зеркала нового телескопа $D_2 = 6.5$ м. Во сколько раз больше световой энергии сможет собрать КТ им. Дж. Вебба в сравнении с КТ им. Э. Хаббла за единицу времени?

4. Во сколько раз отличаются времена выдержки при получении цифровой фотографии одной и той же звезды с одной и той же яркостью изображения (с помощью одной и той же камеры, с одинаковыми параметрами съемки) для данных телескопов?

Решение. 1. Вычислим гелиоцентрическую скорость Земли (2 балла):

$$V_{\oplus} = \frac{2\pi a_{\oplus}}{T_{\oplus}} = \frac{2\pi \cdot 149.6 \cdot 10^6 \text{ км}}{3.156 \cdot 10^7} \text{ с} = 29.79 \text{ км/с.}$$

Вычислим гелиоцентрическую скорость КТ им. Дж. Вебба (2 балла):

$$V_{\text{КТ}} = \frac{2\pi (a_{\oplus} + \Delta a)}{T_{\oplus}} = \frac{2\pi (149.6 \cdot 10^6 + 1.5 \cdot 10^6) \text{ км}}{3.156 \cdot 10^7} \text{ с} = 30.08 \text{ км/с.}$$

Рассчитаем искомую величину (2 балла):

$$\eta = \frac{|V_{\text{КТ}} - V_{\oplus}|}{V_{\oplus}} \times 100\% = \frac{2\pi \Delta a}{T_{\oplus} V_{\oplus}} \times 100\% = \frac{\Delta a}{a_{\oplus}} \times 100\% \approx 1\%. \quad (1)$$

2. Определим угловой диаметр земного шара с позиции КТ (2 балла):

$$D''_{\oplus} = \frac{2\mathfrak{R}_{\oplus}}{\Delta a} \times 3438' = \frac{2 \cdot 6371 \text{ км}}{1.5 \cdot 10^6 \text{ км}} \times 3438' = 29.2'$$

Определим угловой диаметр Солнца с позиции КТ (2 балла):

$$D''_{\odot} = \frac{2\mathfrak{R}_{\odot}}{(a_{\oplus} + \Delta a)} \times 3438' = \frac{2 \cdot 695500 \text{ км}}{(149.6 \cdot 10^6 + 1.5 \cdot 10^6) \text{ км}} \times 3438' = 31.6'$$

Поскольку $D''_{\oplus} < D''_{\odot}$, то солнечные затмения с позиции КТ, осуществляемые телом Земли, могут быть лишь кольцевые или частные (в результате некоторого дрейфа КТ относительно точки Лагранжа). (2 балла)

3. Количество световой энергии, собранной КТ за единицу времени, традиционно называют в астрономии **энергетическим потоком** (Φ). Данная величина, очевидно, должна быть пропорциональна площади поверхности главного зеркала КТ (2 балла):

$$\Phi \sim S_{\text{КТ}}, \Rightarrow \Phi \sim \pi \frac{D_{\text{КТ}}^2}{4}.$$

Тогда искомое отношение энергий представляется в виде (2 балла):

$$x = \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{D_2^2}{D_1^2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = 7.34. \quad (2)$$

4. Для того чтобы получить цифровую фотографию звезды определенной яркости, необходимо с помощью сенсора камеры собрать определенную порцию световой энергии ΔW . Последнюю величину можно связать с потоком энергии и временем выдержки камеры τ_c (2 балла):

$$\Delta W = \Phi \cdot \tau_c \sim \frac{\pi D_{\text{КТ}}^2}{4} \cdot \tau_c.$$

При получении КТ фотографий с одинаковой яркостью поверхности, энергии, собранные их зеркалами должны быть одинаковыми, т.е. $\Delta W_1 = \Delta W_2$ или (2 балла)

$$\frac{\pi D_1^2}{4} \cdot \tau_{c1} = \frac{\pi D_2^2}{4} \cdot \tau_{c2}, \Rightarrow \frac{\tau_{c1}}{\tau_{c2}} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = x = 7.34. \quad (3)$$

Ответ: к задаче представляется выражениями (1)-(3); частное или кольцевое.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Корректное определение величины η	6
Правильно определен тип (кольцевое) солнечного затмения (за частное не снижаем и не добавляем!)	6
Правильный расчет величины x	4
Корректное определение величины отношения времен выдержек (ответ $1/7.34 = 0.136$ также верен)	4

№ 4. «Закон Тициуса-Бодде и его "предсказательная сила"»

Условие. Как известно, закон Тициуса-Бодде определяет гелиоцентрическое расстояние планеты Солнечной системы (как классической, так и карликовой) от Солнца и может быть записан так

$$r_n = 0.1(4 + 3 \cdot 2^n), \quad [r_n] = \text{а.е.}, \quad (4)$$

здесь n – планетный индекс, значение которого всегда есть целое число из отрезка $[-\infty, +\infty]$. Для каждой планеты он принимает свое значение. Определите:

1. Значения планетного индекса для классических и карликовых планет Солнечной системы. Критерием подбора индекса является условие:

$$\eta = \frac{|r_n - a_p|}{a_p} \times 100\% < 15\%, \quad (5)$$

где r_n – гелиоцентрическое расстояние рассматриваемой планеты, определяемое законом (4); a_p – современное точное значение радиуса (большой полуоси) орбиты планеты (представлено в 3-ей колонке табл. 5). Заполните табл. 5 (Вы можете вырезать эту таблицу ножницами из условия и наклеить ее на свой бланк в целях экономии времени!), указав

- значение планетного индекса n (последний столбец);
- расстояние r_n , вычисленное с использованием закона (4), (4-й столбец);
- величину отклонения η приближенного значения от точного, в процентах (5-й столбец).

2. При правильном определении значений планетных индексов Вы обнаружите некоторую закономерность в изменении величины параметра n , по мере удаления от Солнца. В чем суть этой закономерности? С использованием последней, определите с помощью закона (4) гелиоцентрическое расстояние до карликовой планеты (КП), расположенной между орбитами Марса и Юпитера. О какой именно планете идет речь?

3. Для какой из представленных планет не удастся определить планетный индекс? При каком значении параметра n данная закономерность нарушается?

Решение. 1. Рассмотрим алгоритм определения планетного индекса на примере *планет земной группы*. Заметим, что закон (4) дает прогноз для r_n с точностью до 0.1 а.е., а в табл. 5 точные значения для a_p представлены с точностью до десятитысячных. Для Меркурия a_p с точностью до десятых есть 0.4 а.е. Закон (4) можно переписать так

$$r_n = 0.4 + 0.3 \cdot 2^n.$$

Из последнего выражения следует, что для получения приближенного значения a_p достаточно обратить в нуль второе слагаемое. Это возможно достичь лишь для большого отрицательного значения параметра n , т.е. для $n = -\infty$. При этом относительное отклонение η , определяемое

№	Планета	a_p , а. е.	r_n , а.е.	η , %	n
1	Меркурий	0.3871			
2	Венера	0.7233			
3	Земля	1.0000			
4	Марс	1.5237			
5	КП	–		–	
6	Юпитер	5.2028			
7	Сатурн	9.5388			
8	Уран	19.1914			
9	Нептун	30.0611			
10	Плутон	39.4821			
11	Эрида	67.8640			

Таблица 5. Классические и карликовые планеты Солнечной системы, их гелиоцентрические расстояния и планетные индексы.

(5), будет равно 3.3%, что меньше заявленной верхней границы. Полученные значения параметров r_n , n , η заносим в табл. 5.

В случае Венеры приближенное значение для a_p есть 0.7 а.е. Методом подбора получаем значение $n = 0$, а $r_n = 0.7$ а.е. и относительное отклонение приближенного результата от точного составит 3.2%.

В случае Земли, имеем $r_n = 1.0$ а.е. при $n = 1$ и $\eta = 0\%$.

Для Марса приближенное значение a_p составляет 1.5 а.е. Вновь методом подбора при $n = 2$ получаем $r_n = 1.6$ а.е. при этом $\eta = 5.0\%$.

2. На примере четырех ближайших планет Солнечной системы можно заметить *устойчивую закономерность*: за исключением Меркурия, планетный индекс для прочих планет пробегает ряд целых чисел (начиная с нуля в случае Венеры) с шагом в единицу (**1.0 балл**).

Вычисленные значения планетных индексов для Меркурия-Урана и представленные в табл. 6 указывают на то, что индекс $n = 3$ соответствует какому-то телу, очевидно, расположенному между орбитами Марса и Юпитера, при чем его расстояние $r_n = 2.8$ а.е. (**1.0 балл**). Нетрудно догадаться, что речь идет о Церере – карликовой планете (**1.0 балл**), расположенной в Главном поясе астероидов.

3. При попытке вычислить гелиоцентрическое расстояние с использованием закона (4) при $n = 7$ (**1.0 балл**) для Нептуна получается относительное отклонение результата от точного 29.2%, что существенно больше допустимого порогового (15%) значения. Именно по этой причине данный закон не работает для планеты Нептун (**1.0 балл**).

№	Планета	a_p , а. е.	r_n , а.е.	η , %	n
1	Меркурий	0.3871	0.4	3.3	$-\infty$
2	Венера	0.7233	0.7	3.2	0
3	Земля	1.0000	1.0	0.0	1
4	Марс	1.5237	1.6	5.0	2
5	КП	–	2.8	–	3
6	Юпитер	5.2028	5.2	0.05	4
7	Сатурн	9.5388	10.0	4.8	5
8	Уран	19.1914	19.6	2.1	6
9	Нептун	30.0611	–	29.2% при $n = 7$	–
10	Плутон	39.4821	38.8	1.7	7
11	Эрида	67.8640	77.2	13.8	8

Таблица 6. Классические и карликовые планеты Солнечной системы, их гелиоцентрические расстояния и планетные индексы (с ответами).

Ответ: к задаче представляется значениями табл. 6.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
За каждое правильно определенное значение планетного индекса	0.5(5)
За каждое правильно определенное значение гелиоцентрического расстояния r_n , согласно (4)	0.5(5)
За каждое правильно рассчитанное значение отклонения η (допускается отклонение в 0.2% от указанного как погрешность округления, за исключением Юпитера)	0.5(5)
Корректно сформулирована суть обнаруженной закономерности + правильно вычислено гелиоцентрическое расстояние до карликовой планеты + правильно названа планета	1+1+1
Правильно названа планета, для которой не удастся определить планетной индекс + указано явно значение планетного индекса, при котором данная закономерность нарушается	1+1

№ 5. «Есть точки на поверхности Земли...»

Условие. 1. Чему равна географическая широта точек поверхности Земли, линейное расстояние которых от плоскости земной орбиты достигает радиуса Земли? Гравитационным влиянием Луны на движение Земли пренебречь.

2. Что Вы можете сказать о возможности наблюдения Солнца в истинную полночь из данного места? Если это возможно то в какой(ие) день(дни) года? Дайте развернутый ответ и сделайте поясняющий рисунок.

3. Чему равны минимальная и максимальная продолжительности дня в этих точках в течение года? Конечность размеров видимого диска Солнца и рефракцию света не учитывать.

4. Оцените расстояние от г. Самары ($\varphi_{Sa} = 53^\circ 12'$, $\lambda_{Sa} = 50^\circ 06'$) до ближайшей точки поверхности, удовлетворяющей указанному выше условию.

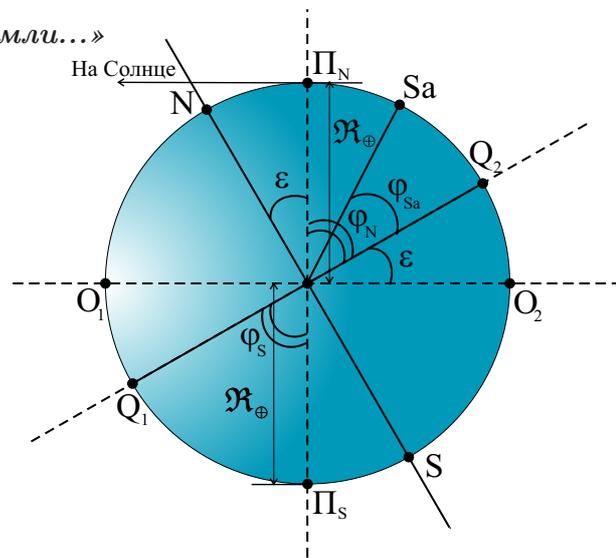


Рис. 2. К определению земного шара, его главных осей и плоскостей.

Решение. 1. Рассмотрим рис. 2, на котором представлен земной шар. Здесь NS определяет ось вращения Земли, Q_1Q_2 – плоскость земного экватора, O_1O_2 – плоскость земной орбиты относительно Солнца, PNP_S – ось орбиты Земли. Из рисунка очевидно, что лишь высота точек P_N и P_S может достигать радиуса Земли R_\oplus над плоскостью земной орбиты. Как известно угол ε между плоскостью земного экватора и плоскостью земной орбиты составляет $\varepsilon = 23^\circ 26'$.

Из рисунка очевидно, что искомая широта (φ_N) точки P_N в сумме с углом ε равна 90° , т.е.

$$\varphi_N + \varepsilon = 90^\circ, \Rightarrow \varphi_N = 90^\circ - \varepsilon = 66^\circ 34'. \quad (6)$$

Аналогично рассуждая, можно получить соответствующую широту южного полушария. Следовательно, данное условие выполняется на широтах $\varphi_{\{N,S\}} = \pm 66^\circ 34'$. (5 баллов)

2. Очевидно, точки с данными широтами принадлежат Северному и Южному полярным кругам. Как известно на Северном полярном круге можно наблюдать Солнце в истинную полночь лишь в день летнего солнцестояния, а в точках Южного полярного круга – в день зимнего солнцестояния. Это также видно из рисунка. Так в день летнего солнцестояния Северный географический полюс ориентирован в направлении на Солнце при этом точка P_N занимает наивысшее положение и позволяет наблюдать солнце на горизонте (в силу прямолинейного распространения света в пространстве). (5 баллов)

3. Минимальная продолжительность дня в точках Северного и Южного полярных кругов составляет 00 часов 00 минут (ибо здесь может наблюдаться полярная ночь), а максимальная продолжительность дня – 24 часа (поскольку здесь уже можно наблюдать полярный день). (5 баллов).

4. Оценим расстояние между г. Самарой и ближайшей точкой Северного полярного круга. Город и точка, очевидно, должны лежать на одном географическом меридиане. Тогда искомое расстояние $\ell = \Pi_N Sa$ по поверхности Земли представляет собой дугу меридиана, лежащую напротив угла $\varphi_N - \varphi_{Sa}$. Составим пропорцию (5 баллов)

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell \rightarrow (\varphi_N - \varphi_{Sa}), \\ 2\pi R_{\oplus} \rightarrow 360^\circ \end{array} \right\}, \Rightarrow \ell = 2\pi R_{\oplus} \frac{(\varphi_N - \varphi_{Sa})}{360^\circ} = 1490 \text{ км.} \quad (7)$$

Ответ: $\varphi_{\{N,S\}} = \pm 66^\circ 34'$; максимальная 24 часа, минимальная – 00 часов 00 минут; (7).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Определение искомых значений географической широты точек поверхности Земли	5
Правильно определены дни года, когда возможно наблюдение Солнца в полночь + правильно построен поясняющий рисунок	2+3
Корректно определены минимальная и максимальная продолжительности дня в этих точках	5
Корректная оценка расстояния между г. Самарой и ближайшей точкой Северного полярного круга	5

№ 6. «Карусель солнечных пятен»

Условие. На рис. 3 представлена фотография видимого диска Солнца с его активными образованиями (AR) – группами солнечных пятен. С использованием лишь данной фотографии и справочных данных, оцените:

1. Диаметры (в км и диаметрах Земли) самых больших пятен (вместе с полутенью) в группах AR2978 и AR2976.

2. Скорость (в км/с) самого большого пятна группы AR2978 относительно оси вращения Солнца, если период его вращения составляет 25 суток. Угол наклона экватора Солнца к плоскости эклиптики составляет 7° .

3. Время (в мин, до целых), в течение которого данное пятно сместится по диску на расстояние, равное его диаметру.

4. Оцените расстояние (в млн км) между самыми крупными пятнами групп AR2976 и AR2978 а) по поверхности звезды, б) по прямой, их соединяющей.

Решение. 1. С использованием линейки можно измерить линейный диаметр диска Солнца – $d_{\odot} = 225$ мм (здесь и далее Ваши значения могут отличаться от указанных при использовании фотографии в ином масштабе). Учтем также, что линейный диаметр Солнца в действительности составляет $D_{\odot} = 2R_{\odot} = 1391000$ км. Следовательно можно определить линейный масштаб фотографии как величину:

$$\mu_{\ell} = \frac{D_{\odot}}{d_{\odot}} = 6182 \text{ км/мм.}$$

Далее с использованием линейки по фотографии необходимо определить линейный диаметры самых больших пятен групп AR2978 и AR2976 – $d_{2978} = 5$ мм, $d_{2976} = 5$ мм. С использованием линейного масштаба определяем их действительные диаметры (6 баллов):

$$D_{2978} = \mu_{\ell} \cdot d_{2978} = 30900 \text{ км, } D_{2976} = \mu_{\ell} \cdot d_{2976} = 30900 \text{ км.} \quad (8)$$

Учитывая, что диаметр Земли составляет $D_{\oplus} = 2R_{\oplus} = 12742$ км, можно данные величины также представить в единицах данного параметра (2 балла):

$$D_{2978} = D_{2976} = 2.4 \cdot D_{\oplus}. \quad (9)$$

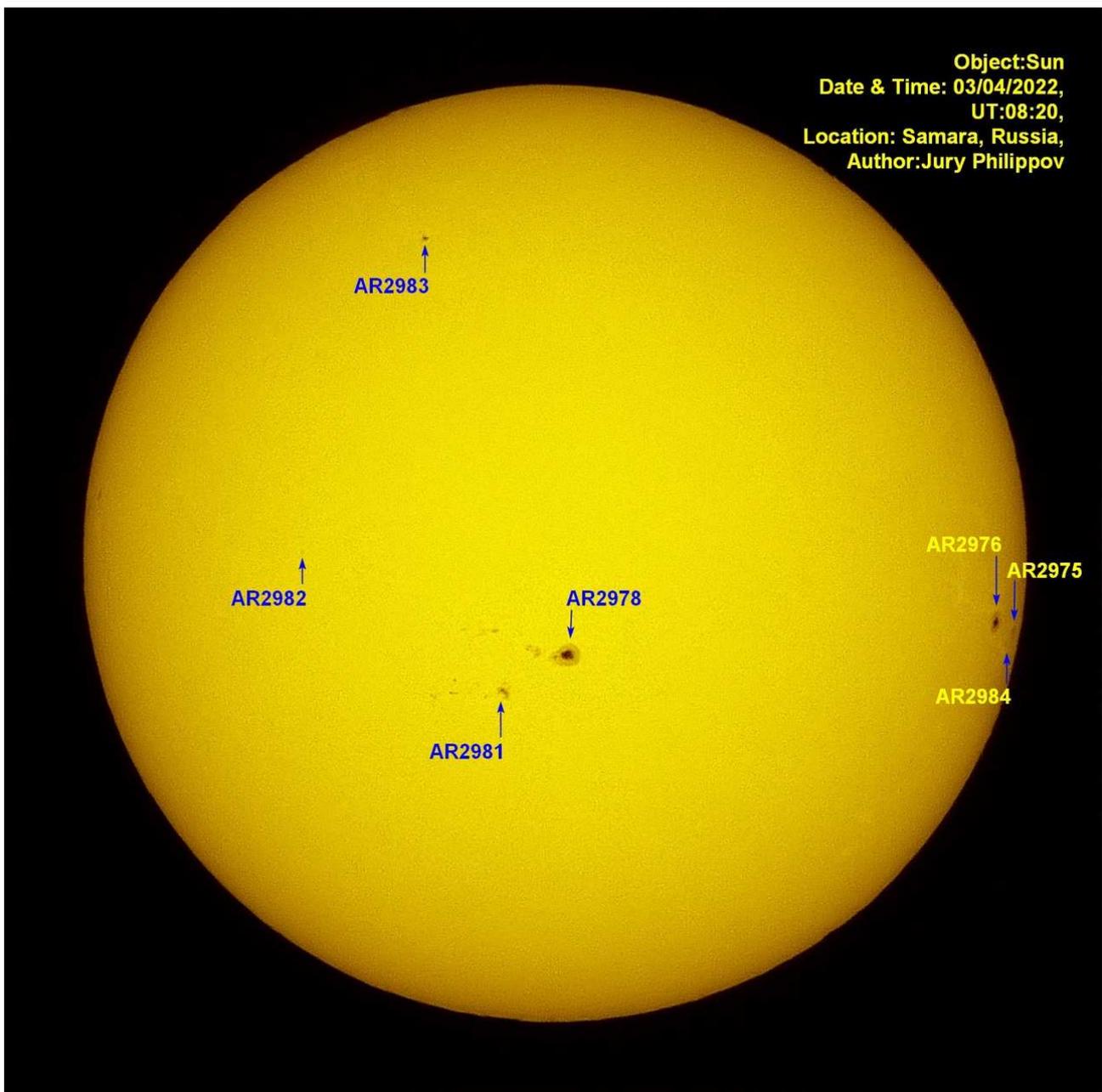


Рис. 3. Фотография Солнца от 03.04.2022 года (автор – Филиппов Ю.П.).

2. Заметим далее, что самое большое пятно группы AR2978 расположено почти по центру видимого диска. Поскольку угол наклона экватора Солнца к плоскости эклиптики составляет малый угол (7°), значит данное пятно расположено вблизи экватора. Следовательно его скорость обращения вокруг солнечной оси можно записать так (4 балла)

$$V_{2978} = \frac{2\pi R_{\odot}}{T_{\odot}} = \frac{2\pi \cdot 695500 \text{ км}}{25 \cdot 86400 \text{ с}} = 2.0 \text{ км/с.} \quad (10)$$

3. Зная скорость и линейный размер пятна, можно легко определить время, в течение которого данное пятно сместится по диску на расстояние, равное диаметру пятна (4 балла):

$$t_{2978} = \frac{D_{2978}}{V_{2978}} = 15450 \text{ с} = 258 \text{ мин} = 4.24 \text{ часа.} \quad (11)$$

4. Заметим, что самые большие пятна групп AR2978 и AR2976 приблизительно отстоят друг от друга на 90° относительно центра Солнца. Тогда расстояния по поверхности Солнца (S) и по прямой (L), их соединяющей, можно оценить так (4 балла):

$$S = \frac{1}{4}(2\pi R_{\odot}) = 1.09 \cdot 10^6 \text{ км}, \quad L = \sqrt{R_{\odot}^2 + R_{\odot}^2} = \sqrt{2} R_{\odot} = 0.98 \cdot 10^6 \text{ км.} \quad (12)$$

Ответ: к задаче представлен выражениями (8)-(12).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Получены диаметры пятен AR2978/AR2976 в км (допускается погрешность $\pm 5000/7000$ км) + диаметрах (допускается погрешность $\pm 0.40/0.55$ диаметра Земли) Земли	$2*(3+1)/(8)$
Получена корректная оценка скорости (допускается погрешность ± 0.2 км/с)	4
Получена корректная оценка времени смещения (допускается погрешность ± 30 мин)	4
Получена корректная оценка расстояний (допускается погрешность ± 0.15 млн. км)	2+2

На решение задач данного этапа Олимпиады участникам отводится 4 часа.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Световой год – $1 \text{ св. г.} = 9.461 \cdot 10^{15} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 70.0 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая визуальная звездная величина – -26.74^m
- Видимая болометрическая звездная величина – -26.80^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли – 1360 Вт/м^2
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус – 6378.14 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Средний (по объему) радиус – 6371.01 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

§4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 363300 км
- Максимальное расстояние от Земли – 405500 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055

- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^{\circ}09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81.3$ массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность г·см ⁻³	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты градусы	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики градусы	Период обращения	Синодический период сут
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбе-до	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.