

САМАРСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ДЛЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ
ОТКРЫТОЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ
ПО АСТРОНОМИИ им. Ф.А. БРЕДИХИНА
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ.
СЕЗОН: 2021-2022, ТУР № 1



Самара, 2021 г.

Дорогие Друзья!

Вашему вниманию в данном релизе представлены 10 оригинальных задач двух уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В). Задачи составлены в соответствии с *Перечнем вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 7-9 классов к решению задач ее различных этапов.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: «Условия и решения конкурсных задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2022 среди обучающихся 7-9 классов. Тур № 1». – <https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

Составитель: – *Филиппов Юрий Петрович*, научный руководитель школы, методист СРЦОД, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева.

Верстка в системе *ВТ_EX* – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

Памятка участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2022

1. Официальный сайт Астрошколы:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

2. Официальная группа в VK:

vk.com/bredikhinolimp

3. Сроки подачи решений задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2022 тура № 1 на проверку:

15.10.2021-30.11.2021!!!

4. Электронный ящик ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2022:

samrasolimp@mail.ru

5. Руководство зарегистрированного участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2022:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/maindocs>

ИЛИ

<https://vk.com/bredikhinolimp>

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2022, **внимательно** ознакомьтесь с «**Руководством зарегистрированного участника ОМОА им Ф.А. Бредихина-2022**»! Электронный адрес последнего указан в **Памятке участника.**

Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «88 созвездий небосвода и особенности их названий»

В табл. 1 представлен Вашему вниманию список всех созвездий небосвода Земли. Выберите, те созвездия, в названиях которых содержатся собственные имена людей, божеств или мифических существ. Какие из выбранных Вами созвездий проходят через зенит г. Самары ($\varphi_S = 53^\circ 12'$, $\lambda_S = 50^\circ 06'$)? (7 баллов).

01.	Андромеда,	02.	Близнецы,	03.	Большая Медведица,	04.	Большой Пес,
05.	Весы,	06.	Водолей,	07.	Возничий,	08.	Волк,
09.	Волопас,	10.	Волосы Вероники	11.	Ворон,	12.	Геркулес,
13.	Гидра,	14.	Голубь,	15.	Гончие Псы,	16.	Дева,
17.	Дельфин,	18.	Дракон,	19.	Единорог,	20.	Жертвенник,
21.	Живописец,	22.	Жираф,	23.	Журавль,	24.	Заяц,
25.	Змееносец,	26.	Змея,	27.	Золотая Рыба,	28.	Индеец,
29.	Кассиопея,	30.	Киль,	31.	Кит,	32.	Козерог,
33.	Компас,	34.	Корма,	35.	Лебедь,	36.	Лев,
37.	Летучая Рыба,	38.	Лира,	39.	Лисичка,	40.	Малая Медведица,
41.	Малый Конь,	42.	Малый Лев,	43.	Малый Пес,	44.	Микроскоп,
45.	Муха,	46.	Насос,	47.	Наугольник,	48.	Овен,
49.	Октант,	50.	Орел,	51.	Орион,	52.	Павлин,
53.	Паруса,	54.	Пегас,	55.	Персей,	56.	Печь,
57.	Райская птица,	58.	Рак,	59.	Резец,	60.	Рыбы,
61.	Рысь,	62.	Северная Корона,	63.	Секстант,	64.	Сетка,
65.	Скорпион,	66.	Скульптор,	67.	Столовая Гора,	68.	Стрела,
69.	Стрелец,	70.	Телескоп,	71.	Телец,	72.	Треугольник,
73.	Тукан,	74.	Феникс,	75.	Хамелеон,	76.	Центавр,
77.	Цефей,	78.	Циркуль,	79.	Часы,	80.	Чаша,
81.	Щит,	82.	Эридан,	83.	Южная Гидра,	84.	Южная Корона,
85.	Южная Рыба,	86.	Южный Крест,	87.	Южный Треугольник,	88.	Ящерица.

Таблица 1. Названия созвездий земного небосвода.

Задача № 2. «Созвездие и его характеристики»

На рис. 1 представлена фотография созвездия.

1. Как называется это созвездие? (1 балл)
2. В какой полусфере небосвода (северной или южной) преимущественно располагается данное созвездие? (1 балл)
3. Чему равна площадь данного созвездия (в квадратных градусах)? Какое место занимает данное созвездие в рейтинге самых больших созвездий небосвода? (2 балла)
4. В какое время года его условия наблюдений являются оптимальными? (2 балла)
5. Как называется самая яркая звезда этого созвездия? (1 балл)
6. Чему равна звездная величина (с точностью до сотых долей) данной звезды? (2 балла)

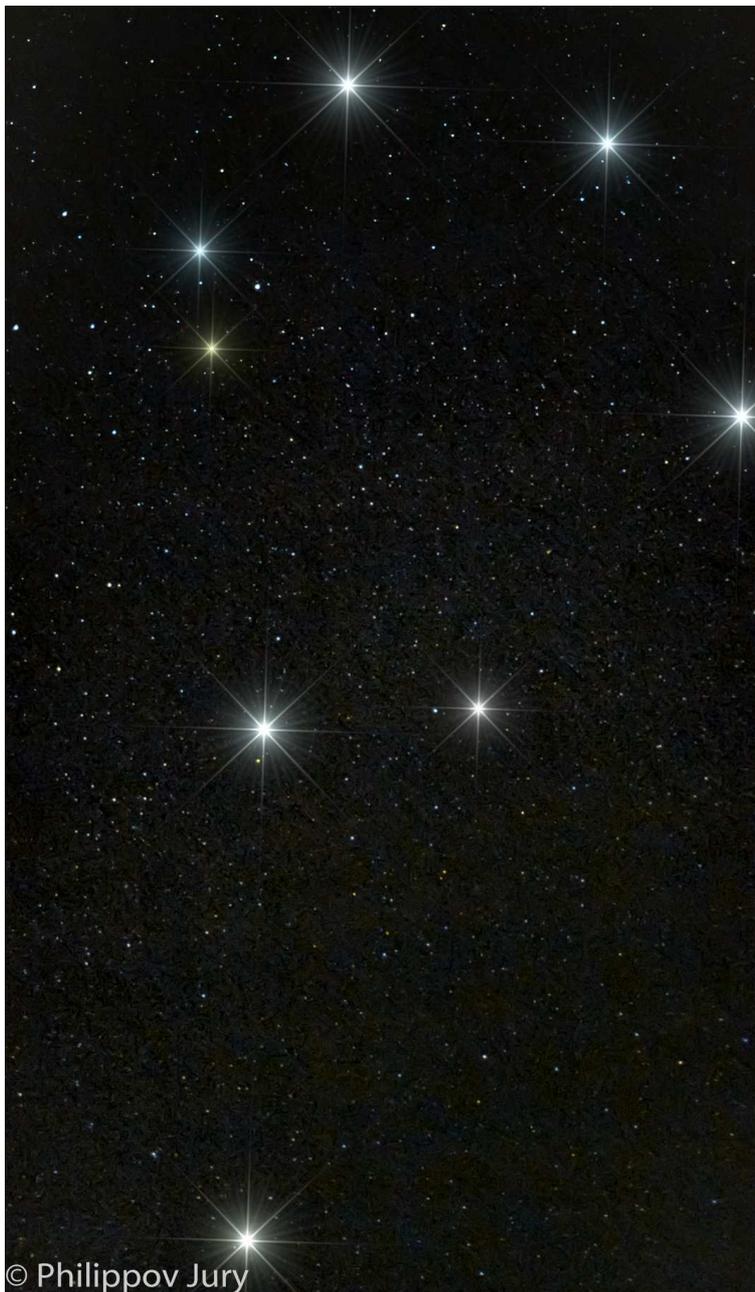


Рис. 1. Фотография созвездия (автор – Филиппов Юрий).

7. Каким типом объекта (незаходящим, невосходящим, или восходящим и заходящим) является данная звезда для наблюдателя в г. Самаре ($\varphi_S = 53^\circ 12'$, $\lambda_S = 50^\circ 06'$)? (2 балла)
8. Какое место она занимает в рейтинге самых ярких звезд? Укажите на копии данной фотографии ее положение. (2 балла)

Задача № 3. «Звездные треки и точки небосвода»

На рис. 2 представлена фотография звездных треков, полученных где-то на территории России.

1. Следствием чего является появление звездных треков на фотографии? (1 балл)
2. Как называется точка небосвода, расположенная в геометрическом цен-



Рис. 2. Фотография звездных треков (автор – Рева Михаил).

тре всех полученных треков? (1 балл)

3. Результатом пересечения какой прямой с небесной сферой является данная точка? (1 балл)

4. Полюсом какого большого круга она является? Чему равна высота этой точки для наблюдателя в г. Самаре ($\varphi_S = 53^\circ 12'$, $\lambda_S = 50^\circ 06'$)? (2 балла)

5. С какой точкой небосвода совпадает данная точка для наблюдателя, находящегося на северном географическом полюсе? (1 балл)

6. Как называется яркая звезда с звездной величиной $+2^m$, расположенная в малой окрестности данной точки небосвода? Какому созвездию она принадлежит? (2 балла)

7. Как называется точка математического горизонта, расположенная непосредственно под данной звездой? Чему равен азимут этой точки? (2 балла)

Задача № 4. «Восьмерка классических планет и их особенности»

На рис. 3 представлена инфографика – Солнце и восемь классических планет с указанием их звездных периодов. Полагая, что орбиты всех указанных планет являются круговыми (при этом радиус земной орбиты равен 1 а.е.), с использованием данных рисунка (где это только возможно!) и справочных данных, определите:

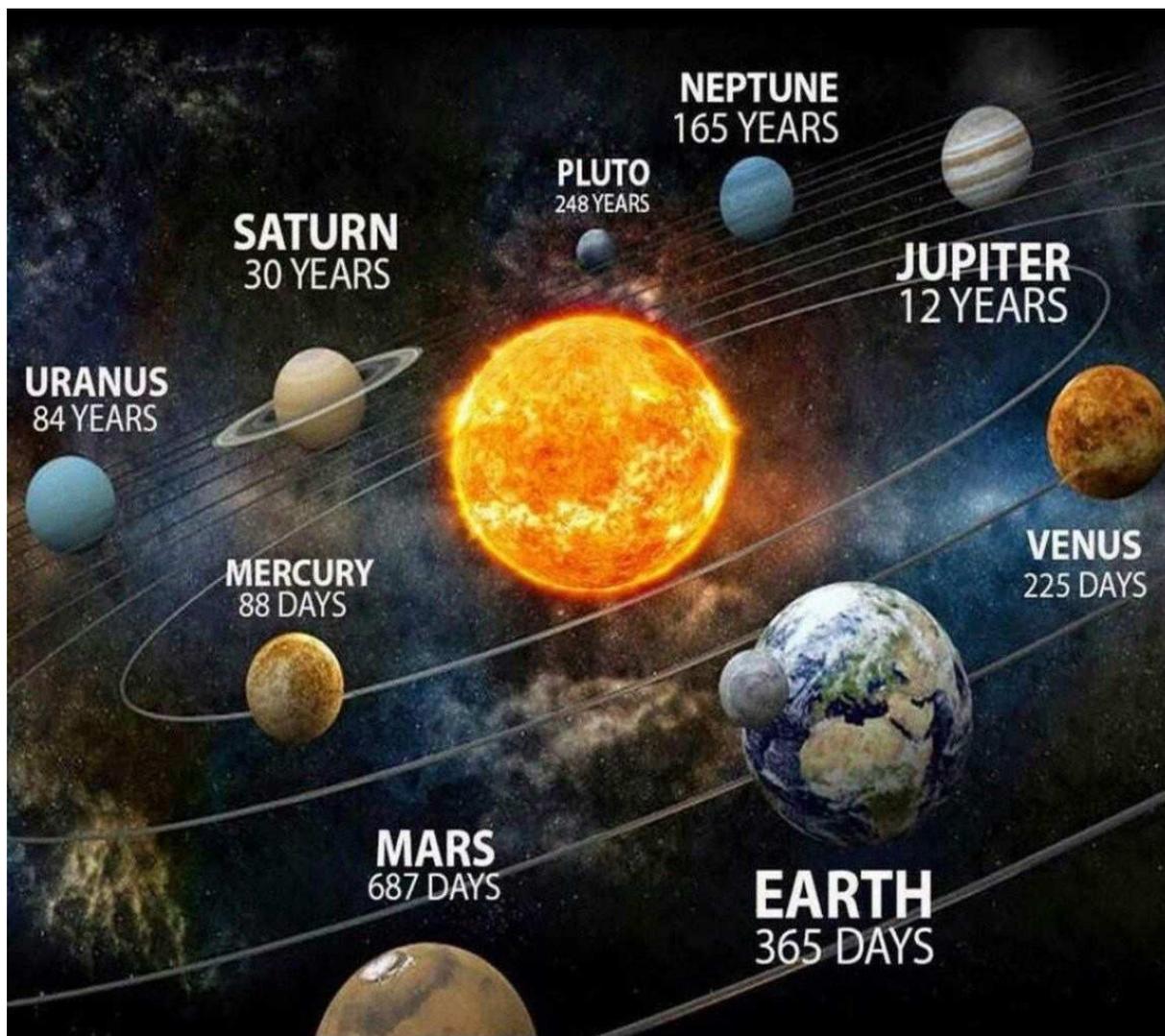


Рис. 3. Восемь классических планет и Солнце (источник – <https://vk.com/welsis>).

1. У какой классической планеты период вращения вокруг своей оси превышает продолжительность звездного года? На сколько суток одна величина больше другой? (2 балла)
2. Для какой (из представленных на рисунке) классической планеты синодический период будет минимальным? Чему он будет равен? (2 балла)
3. Какая классическая планета ближе других подходит к Земле? Чему равно минимальное расстояние между этими телами? (2 балла)
4. Для какой классической планеты солнечная постоянная принимает максимальное значение? Чему она равна? (2 балла)
5. У какой классической планеты самая короткая продолжительность солнечных суток? Какое (приблизительно) количество таких суток содержит один звездный год данной планеты? (2 балла)

Уровень «Знаток» (уровень В)

Задача № 5. «Три галактики в одном кадре»

На рис. 4 представлена фотография участка ночного небосвода. Ее особенность – в один кадр попали сразу три галактики: Млечный путь, Большое Магелланово облако (координаты центра – $\alpha_1 = 05^{\text{h}}24^{\text{m}}$, $\delta_1 = -69^{\circ}45'$) и Малое Магелланово облако (координаты центра – $\alpha_2 = 00^{\text{h}}53^{\text{m}}$, $\delta_2 = -72^{\circ}48'$). Пренебрегая конечными угловыми размерами Магеллановых облаков, определите, на каких широтах можно получить фотографию с тремя галактиками? Оцените широту, на которой проводилась съемка. Какая сторона света преимущественно запечатлена на фото? Какое явление, восход или закат галактик здесь представлен? (11 баллов)

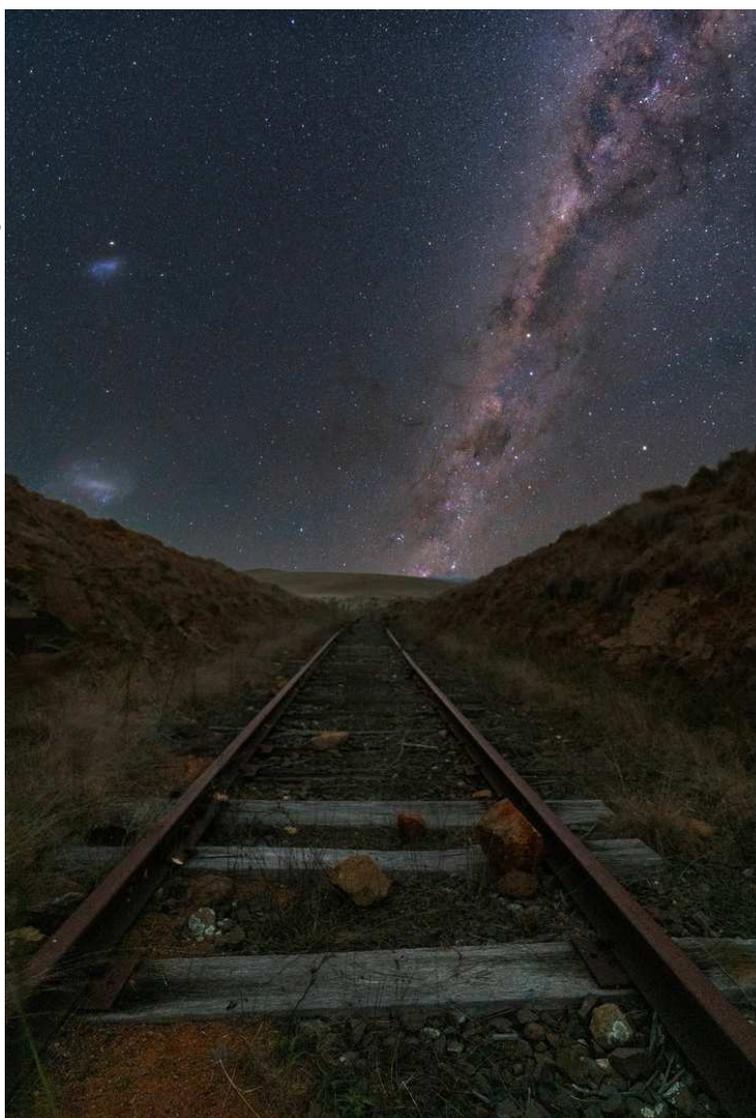


Рис. 4. Фотография участка небосвода (источник – <https://vk.com/welsis>).

Задача № 6. «Количество атомов в Солнце, Млечном Пути, Вселенной»

Оцените количество атомов, содержащихся в а) теле Солнца, б) галактике Млечный путь (МП), в) в видимой части Вселенной, если известно, что последнюю составляют 10^{12} галактик, подобных МП. Последний содержит 400 млрд звезд общей массой $7.5 \cdot 10^{11}$ масс Солнца. Следует полагать, что основными элементами в теле всех звезд являются водород и гелий, причем на каждые 10 атомов водорода приходится один атом гелия. (12 баллов)

Задача № 7. «Трио Местной группы и некоторые свойства ее главных галактик»

Как известно, Млечный путь (абсолютная звездная величина которого $M_0 = -21.0^{\text{m}}$), Туманность Андромеды (M31, интегральная видимая звезд-

ная величина – $m_1 = 3.4^m$, абсолютная звездная величина – $M_1 = -21.0^m$, экваториальные координаты центра – $\alpha_1 = 00^h42^m44^s$, $\delta_1 = 41^\circ16'8''$, видимые размеры – $a' \times b' = 3.2^\circ \times 1.0^\circ$) и Спираль Треугольника (М33, расстояние до галактики – $r_2 = 900$ кпк, интегральная видимая звездная величина – $m_2 = 5.7^m$, экваториальные координаты центра – $\alpha_2 = 01^h33^m50.90^s$, $\delta_2 = 30^\circ39'36''$, видимые размеры – $a' \times b' = 73 \times 45'$) являются самыми массивными компонентами Местной группы галактик. Оцените:

1. Абсолютную звездную величину галактики М33. (2 балла)
2. Расстояние до галактики М31. (2 балла)
3. Расстояние между галактиками М31 и М33. (6 баллов)
4. Чему равен угол между направлениями на Млечный путь и М33 с позиции гипотетического наблюдателя, расположенного в галактике М31? (2 балла)
5. Смогут ли увидеть Млечный путь гипотетические наблюдатели из галактик М31 и М33 невооруженным глазом, если проникающая способность их глаз равна $+6^m$? (2 балла)

Задача № 8. «Запуск межзвездного КА»

Необходимо отправить космический аппарат (КА) за пределы Солнечной системы с круговой орбиты Земли, высотой 500 км. В какое время года (какие даты?) и суток необходимо это сделать, чтобы двигатели его ракетоносителя совершили минимальную полезную работу? Чему равна эта полезная работа в случае КА с массой 250 кг? (14 баллов)

Задача № 9. «Вероятность "отлова" транзита Ганимеда»

Один самарский астроном-любитель выезжает каждую субботу за город, с целью наблюдения планет-гигантов. При этом, в каждый наблюдательный сеанс, на обзор Юпитера и его окрестностей он тратит около двух часов. В один прекрасный вечер, когда Юпитер был на геоцентрическом расстоянии $\Delta_J = 4.301$ а.е., он случайным образом наблюдал транзит по диску Юпитера его

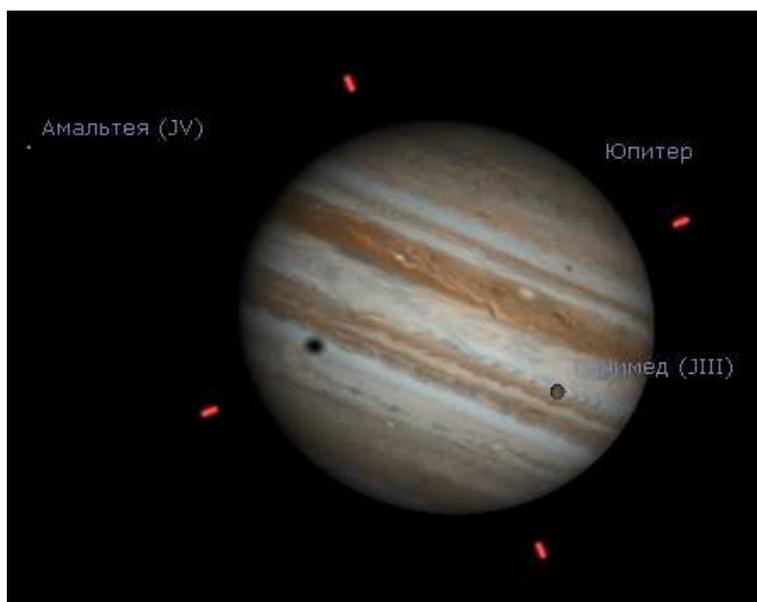


Рис. 5. К определению транзита Ганимеда (скриншот из самого крупного спутника – программы Stellarium).

Ганимеда. Оцените вероятность такого события. Угловыми размерами спутника следует пренебречь. Орбиту спутника следует считать круговой, лежа-

щей в плоскости экватора планеты и содержащей луч зрения, а ее радиус принять равным $r_G = 1070$ тыс. км. Юпитер расположен вблизи небесного экватора. (14 баллов)

Задача № 10. «Прощальный "взгляд" КА Voyager-1 на систему «Земля-Луна»»

На рис. 6 представлена фотография системы «Земля-Луна», полученная с помощью космического аппарата (КА) Voyager-1 18.09.1977 г (уже более 44 лет тому назад!). Полагая орбиту Луны круговой и содержащей луч зрения, оцените с использованием фотографии

1. Чему равны фазы указанных тел? (1 балл)
2. Расстояния от КА до Луны и Земли? (6 баллов)
3. Чему равны при этом были угловые диаметры небесных тел? (2 балла)



4. В какой конфигурации были данные небесные тела с точки зрения КА? В какой конфигурации находился КА с точки зрения земного наблюдателя? (2 балла)

5. Чему был равен угол между направлениями на Землю и Солнце с позиции КА? (2 балла)

6. Оцените гелиоцентрическое расстояние КА. (2 балла)

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «88 созвездий небосвода и особенности их названий»

Решение. К созвездиям, в названиях которых содержатся собственные имена людей, божеств или мифических существ, относятся: Андромеда, Волосы Вероники, Геркулес, Кассиопея, Орион, Пегас, Персей, Цефей, Эридан (4 балла).

Через зенит г. Самары проходят лишь те созвездия, которые пересекаются суточной параллелью со склонением, равным широте места наблюдения, т.е. $\delta_* = \varphi_S = 53^\circ 12'$. С использованием карты звездного неба или виртуального компьютерного планетария легко убедиться в том, что среди выбранных выше созвездий к таким относятся Андромеда, Кассиопея, Персей (3 балла).

Задача № 2. «Созвездие и его характеристики»

Решение. 1. Опираясь на взаимное расположение наиболее ярких звезд на данной фотографии и сравнивая их с расположением звезд на звездных картах или небосводе виртуального компьютерного планетария, легко убедиться в том, что данное созвездие – Волопас (1 балл).

2. Легко убедиться в том, что данное созвездие полностью располагается в северной полушфере небосвода (1 балл).

3. Согласно данным сторонних источников¹, площадь данного созвездия составляет 907 квадратных градусов, а само созвездие занимает 13-е место среди самых больших созвездий небосвода (2 балла).

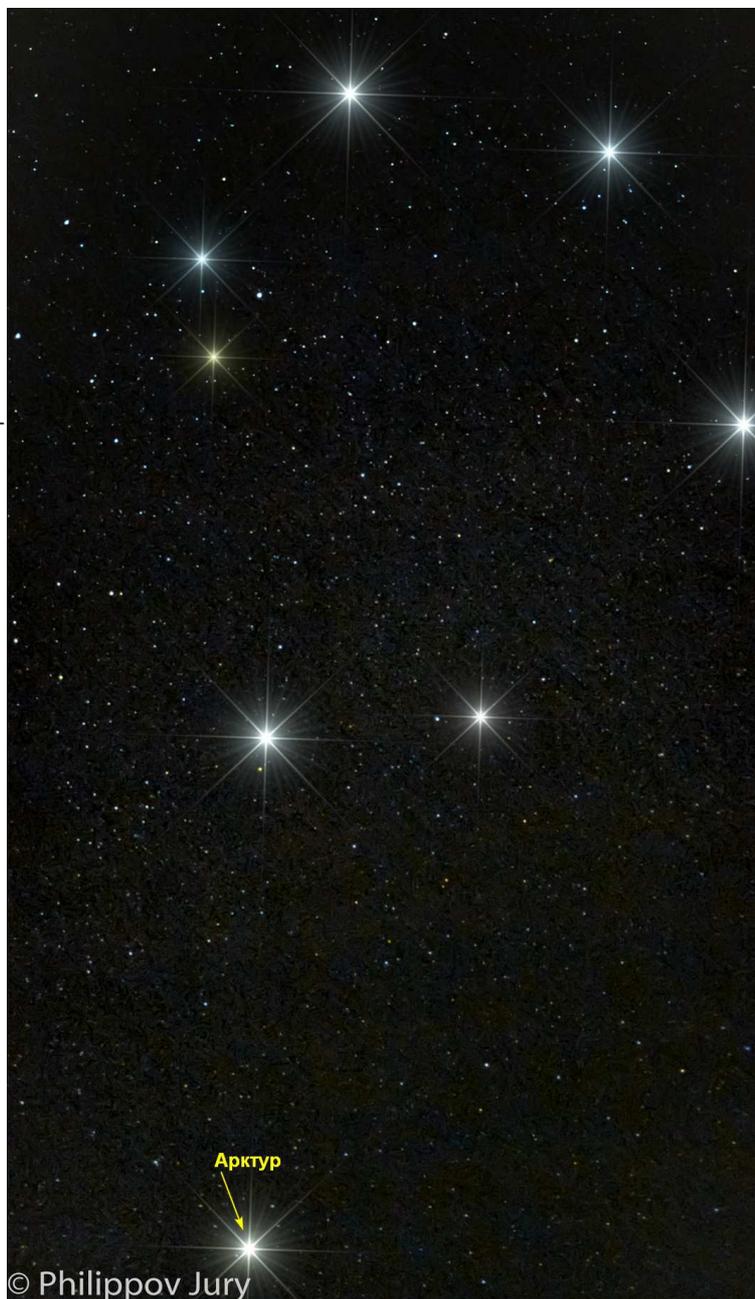


Рис. 7. Фотография созвездия с указанием Арктура (автор – Филиппов Юрий).

¹Например, https://ru.wikipedia.org/wiki/Список_созвездий_по_площади.

4. Условия наблюдений небесного объекта является оптимальными, если последний находится в верхней кульминации, в тот момент, когда Солнце находится в нижней кульминации, то есть в момент истинной полночи. При этом склонение Солнца отличается от склонения объекта на 12^h . Учитывая, что прямое восхождение точек данного созвездия заключено в интервале:

$$13^h30^m \leq \alpha \leq 15^h45^m.$$

Прямое восхождение Солнца в момент верхней кульминации точек созвездия должно принадлежать интервалу:

$$1^h30^m \leq \alpha_{\odot} \leq 3^h45^m.$$

Учитывая, что в день весеннего равноденствия $\alpha_{\odot} = 0^h00^m$ и за сутки эта координата Солнца меняется на $1/15^h$, то оптимальные условия наблюдения созвездия приходятся на 12(13) апреля – 16(17) мая, т.е. на весну (2 балла).

5.-6. Самой яркой звездой этого созвездия является Арктур. Его видимая звездная величина составляет -0.05^m (3 балла).

7. Согласно сторонним справочным данным³ склонение Арктура составляет $\delta_* = 19^\circ 11'$. Очевидно, что последнее значение удовлетворяет неравенству, которое выполняется для восходящих и заходящих светил:

$$-(90^\circ - |\varphi|) \leq \delta_* \leq (90^\circ - |\varphi|),$$

значит Арктур – восходящая и заходящая звезда в г. Самаре (2 балла).

8. Данная звезда занимает четвертое место в рейтинге самых ярких звезд. На копии данной фотографии (см. рис. 7) указано положение Арктура (2 балла).

Задача № 3. «Звездные треки и точки небосвода»

Решение. 1. Появление звездных треков на фотографии является следствием одновременного выполнения ряда условий:

а) Фотоаппарат должен быть расположен на неподвижном штативе относительно Земли, его оптическая ось не должна менять ориентации в пространстве.

б) Съемка звездного небосвода на фотоаппарате должна быть выполнена с длительной выдержкой или должна быть получена серия последовательных фотографий с короткой выдержкой, с последующим их сложением с помощью специальных компьютерных программ.

в) Вращение небесной сферы, обусловленное суточным вращением Земли вокруг своей оси, приводит к изменению положения звезд относительно

²См., например, https://ru.wikipedia.org/wiki/Список_самых_ярких_звезд.

³См., например, <https://ru.wikipedia.org/wiki/Арктур>.

матрицы фотоаппарата. Непрерывное изменение положения точечных источников света приводит к появлению образов их движения – треков на матрице фотоаппарата, формируемых его объективом (1 балл).

2.-3. Очевидно, что геометрический центр всех наблюдаемых треков совпадает с одним из полюсов мира. Данная точка является результатом пересечения небесной сферы с осью мира (2 балла).

4. Указанная точка является полюсом небесного экватора. Как известно, высота видимого полюса мира над горизонтом равна модулю широты места наблюдения (2 балла).

5. Для наблюдателя, находящегося на северном географическом полюсе, данная точка совпадает с зенитом (1 балл).

6. Яркой звездой с звездной величиной $+2^m$, расположенной в малой окрестности северного полюса мира, является Полярная звезда. Последняя принадлежит созвездию Малая Медведица (2 балла).

7. Непосредственно под Полярной звездой на горизонте расположена точка севера. Ее азимут равен 180° (2 балла).

Задача № 4. «Восьмерка классических планет и их особенности»

Решение. 1. Очевидно, что на рис. 3 представлены приближенные численные значения сидерических периодов обращения планет вокруг Солнца. Сопоставляя представленные значения с значениями сидерических периодов вращения планет вокруг своих осей, представленных в таблице А7 раздела "Справочные данные", мы приходим к заключению, что этой планетой является Венера. При этом ее звездный год составляет 224.70 сут, а сидерический период вращения вокруг своей оси – 243.02 сут. Искомая разность составляет – 18.3 сут (2 балла).

2. Запишем уравнение для синодического периода (S_p) классической планеты с учетом факта, что все классические планеты обращаются вокруг Солнца в одном направлении:

$$\frac{1}{S_p} = \left| \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T_p} \right|, \Rightarrow S_p = \frac{T_\oplus T_p}{|T_\oplus - T_p|}. \quad (1)$$

Из последнего результата следует, что при стремлении сидерического периода обращения классической планеты (T_p) к периоду обращения (T_\oplus) Земли вокруг Солнца, данная дробь неограниченно возрастает. Следовательно для минимизации периода S_p необходимо, чтобы T_p как можно сильнее отличалось от периода T_\oplus и при этом было как можно меньше по значению. С использованием данных инфографики легко убедиться в том, что наименьшим синодическим периодом обладает Меркурий ($S_p = 116$ сут), в силу относительной малости его сидерического периода. Более точное значение данного периода представлено в таблице А7 раздела "Справочные данные" (2 балла).

3. Из рис. 3 очевидно, что кандидатами на статус самой близкой планеты к Земле являются Марс и Венера. Минимальное расстояние между Землей и Венерой будет достигаться в момент нижнего соединения последней. В этом случае геоцентрическое расстояние до Венеры будет

$$\Delta_{\text{♀}}^{(\min)} = a_{\oplus} - a_{\text{♀}}. \quad (2)$$

С использованием третьего закона Кеплера можно определить радиус круговой орбиты Венеры:

$$\left(\frac{a_{\text{♀}}}{a_{\oplus}}\right)^3 = \left(\frac{T_{\text{♀}}}{T_{\oplus}}\right)^2, \Rightarrow a_{\text{♀}} = a_{\oplus} \left(\frac{T_{\text{♀}}}{T_{\oplus}}\right)^{2/3} = 0.724 \text{ а.е.} \quad (3)$$

Следовательно искомое расстояние будет $\Delta_{\text{♀}}^{(\min)} = 0.276 \text{ а.е.}$

Минимальное расстояние между Землей и Марсом будет достигаться в противостоянии последнего:

$$\Delta_{\text{♂}}^{(\min)} = a_{\text{♂}} - a_{\oplus} = a_{\oplus} \left(\left(\frac{T_{\text{♂}}}{T_{\oplus}}\right)^{2/3} - 1 \right) = 0.524 \text{ а.е.} \quad (4)$$

Из сопоставления значений $\Delta_{\text{♀}}^{(\min)}$ и $\Delta_{\text{♂}}^{(\min)}$ следует, что Венера ближе других подходит к Земле (2 балла).

4. Согласно определению, *солнечной постоянной* (f_p) называется освещенность, создаваемая Солнцем на орбите какой-либо планеты без учета влияния атмосферы этой планеты. Как известно, освещенность подчиняется закону обратных квадратов, значит

$$f_p \sim \frac{1}{r_p^2}, \text{ где } r_p \text{ — гелиоцентрическое расстояние до планеты.}$$

Следовательно, чем ближе планета к Солнцу, тем больше будет солнечная постоянная. В результате наибольшее значение солнечной постоянной достигается в случае Меркурия :

$$f_{\text{♀}} = f_{\oplus} \left(\frac{a_{\oplus}}{a_{\text{♀}}}\right)^2 = 9083 \text{ Вт/м}^2, \quad (5)$$

здесь f_{\oplus} — солнечная постоянная для Земли (2 балла).

5. *Солнечными сутками* называется промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями истинного солнца на данном меридиане поверхности рассматриваемой планеты. Очевидно, данный промежуток определяется как синодический период двух вращательных движений планеты: обращения планеты вокруг Солнца (характеризуемого

сидерическим периодом T_p) и вращения ее вокруг своей оси (характеризуемого сидерическим периодом P_p):

$$\frac{1}{S_d} = \left| \frac{1}{T_p} \mp \frac{1}{P_p} \right|, \Rightarrow S_d = \frac{T_p P_p}{|T_p \mp P_p|}. \quad (6)$$

Здесь знак « $-$ » соответствует ситуации, когда направления орбитального и осевого вращательных движений планеты совпадают, знак « $+$ » соответствует ситуации обратного направления осевого вращения относительно направления орбитального движения.

Очевидно, что чем меньше будет период P_p и больше разность (сумма) $|T_p \mp P_p|$, тем меньше будет продолжительность солнечных суток. Нетрудно убедиться в том, что минимальное значение достигается в случае Юпитера – $S_d = 9.925$ часа или 9 часов 55 минут 30 сек. При этом в одном звездном годе содержится $N_d = T_p/S_d = 10477$ сут (2 балла).

Уровень «Знаток» (уровень В)

Задача № 5. «Три галактики в одном кадре»

Решение. 1. Для того чтобы точечный небесный объект (в нашем случае, это Магеллановы облака) был виден на данной географической параллели, необходимо чтобы в верхней кульминации он располагался не ниже математического горизонта. Поскольку Большое и Малое Магеллановы облака располагаются в южной полусфере небосвода, то худшие условия их наблюдений будут достигаться в северном географическом полушарии. Следовательно данные объекты должны кульминировать к югу от зенита. Запишем высоту светила в верхней кульминации к югу от зенита:

$$h_{\max} = 90^\circ - \varphi + \delta \geq 0, \Rightarrow \varphi \leq 90^\circ + \delta.$$

В итоге получаем для БМО и ММО следующие ограничения на широты:

$$-90^\circ \leq \varphi_{\text{БМО}} \leq 20^\circ 15', \quad -90^\circ \leq \varphi_{\text{ММО}} \leq 17^\circ 12'. \quad (7)$$

Важно знать как располагается арка Млечного пути (МП) на данных прямых восхождениях. Для этого рассмотрим участок небосвода, представленный на рис. 8. Из рисунка видно, что арка МП плавно "спускается" к небесному экватору и уже на прямом восхождении $+7^{\text{h}}00^{\text{m}}$ она пересекает экватор. Следовательно, МП может быть виден с любой широты. А поскольку разность прямых восхождений ММО и МП в области экватора приблизительно 6^{h} или 90° , то искомое расстояние между ММО и экваториальной частью МП составляет примерно 90° , что сравнимо с диаметром поля зрения широкоугольных объективов, следовательно там, где видно БМО и ММО одновременно, там

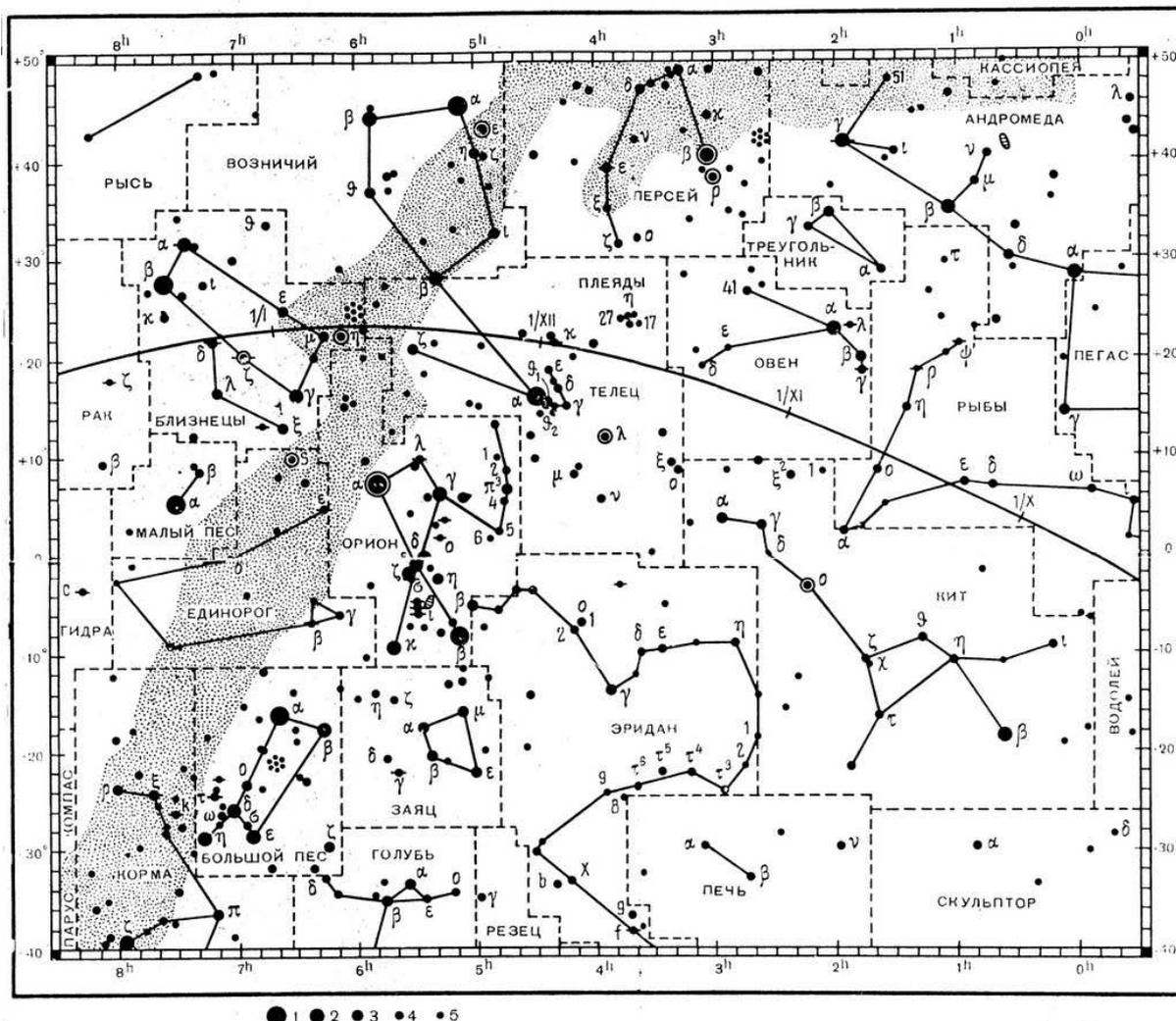


Рис. 8. Карта участка небосвода.

можно поймать в поле зрения и МП! В итоге фотографию с тремя галактиками можно получить на широтах (5 баллов):

$$-90^\circ \leq \varphi_{\text{ММО}} \leq 17^\circ 12'.$$
 (8)

2. Рассмотрим внимательно фотографию рис. 4 и сравним ее с картой южной околополярной части небосвода (см. рис. 9). На фотографии отчетливо виден в районе Млечного пути астеризм Южный крест. При этом он располагается приблизительно на одной высоте с БМО. Учитывая, что середина Креста имеет склонение -60° , то средняя точка прямой их соединяющей имеет склонение приблизительно -65° и лежит почти на горизонте. Следовательно, высота Южного полюса мира будет на 25° выше горизонта и равна широте места наблюдения, взятая со знаком минус. Значит широта места фотосъемки была приблизительно -25° . Этот же результат дает симуляция данного события в Stellarium (3 балла).

3. Поскольку ММО расположено на фотографии выше, и при этом его прямое восхождение меньше, чем у БМО, то, очевидно, на фотографии запечатлен восход данных объектов. При этом южный полюс мира расположен приблизительно посередине между БМО и Южным крестом. Значит объектив фотоаппарата был ориентирован в направлении на юг (3 балла).

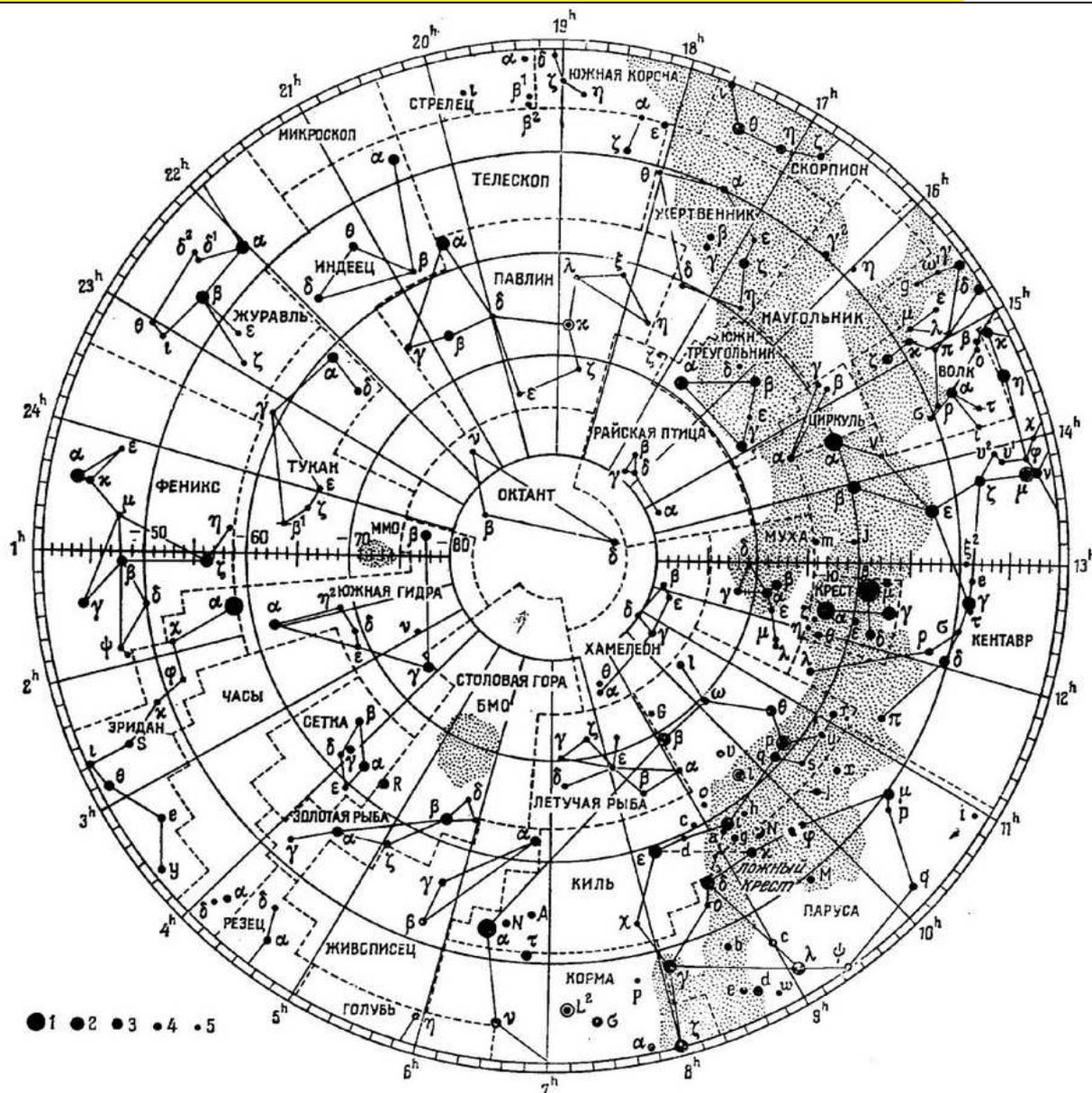


Рис. 9. Карта южной околополярной области небосвода.

Ответ: к задаче представлен выражением (8); $\varphi_{\text{м.с.}} = -25^\circ$; запечатлен восход данных объектов и южная сторона небосвода. (11 баллов).

Задача № 6. «Количество атомов в Солнце, Млечном Пути, Вселенной»

Решение. а) Пусть N_{H} – это количество атомов водорода (масса каждого атома m_{H}) в теле Солнца, тогда $\eta \cdot N_{\text{H}}$ – количество атомов гелия (масса каждого атома m_{He}) там же (здесь $\eta = 0.1$). Тогда массу Солнца можно представить в виде:

$$N_{\text{H}} m_{\text{H}} + \eta N_{\text{H}} m_{\text{He}} = M_{\odot}, \Rightarrow N_{\text{H}} = \frac{M_{\odot}}{(m_{\text{H}} + \eta m_{\text{He}})} = \frac{M_{\odot} N_{\text{A}}}{(M_{\text{H}} + \eta M_{\text{He}})},$$

в последней дроби: M_{H} , M_{He} – молярная масса водорода и гелия (последние легко определить по таблице Менделеева, см. рис. А.4 раздела "Справочные данные"). Следовательно, полное количество атомов в теле Солнца есть (6

баллов)

$$N_a^{(\odot)} = (1 + \eta)N_H = \frac{\mathfrak{M}_{\odot} N_A (1 + \eta)}{(M_H + \eta M_{He})} = 9.41 \cdot 10^{56} \approx 10^{57}. \quad (9)$$

б) Используя значение массы звездной фракции галактики Млечный путь, можно определить общее количество атомов в теле последней (3 балла):

$$N_a^{(G)} = \left(\frac{\mathfrak{M}_G}{\mathfrak{M}_{\odot}} \right) N_a^{(\odot)} = 7.06 \cdot 10^{68}, \text{ где } \mathfrak{M}_G = 7.5 \cdot 10^{11} \mathfrak{M}_{\odot}. \quad (10)$$

в) Зная общее количество галактик во Вселенной, можно легко оценить общее количество атомов во Вселенной (3 балла):

$$N_a^{(U)} = N_G \cdot N_a^{(G)} = 7.06 \cdot 10^{80}, \text{ где } N_G = 10^{12}. \quad (11)$$

Ответ: к задаче представляется выражениями (9)-(11). (12 баллов).

Задача № 7. «Трио Местной группы и некоторые свойства ее главных галактик»

Решение. 1. Определим абсолютную звездную величину галактики М33 с помощью формулы вида (2 балла):

$$M_2 = m_2 + 5^m - 5^m \lg r_2 = -19.1^m. \quad (12)$$

2. С использованием той же формулы вычислим расстояние до галактики М31 (2 балла):

$$M_1 = m_1 + 5^m - 5^m \lg r_1, \Rightarrow r_1 = 10^{1+0.2(m_1-M_1)} = 758.6 \text{ кпк}. \quad (13)$$

3. Для определения расстояния между галактиками М31 и М33 воспользуемся теоремой косинусов для плоского треугольника, в вершинах которого расположены данные галактики (см. рис. 10.а):

$$r_{12} = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \sigma}, \quad (14)$$

здесь r_1, r_2 – гелиоцентрические расстояния до галактик М31 и М33 соответственно, σ – угол между направлениями на данные галактики с позиции наблюдателя, находящегося в центре Солнца (или Земли).

1-ый способ определения σ : для 7-9 классов. Для определения угла σ проще всего воспользоваться виртуальным компьютерным планетарием Stellarium, плагином "Угломер". В результате удастся непосредственно определить угол σ между двумя галактиками (см. рис. 11, $\sigma = 14^\circ 47'$).

2-ой способ определения σ : только для 9 классов (по желанию). Для определения последнего параметра рассмотрим сферический треугольник $P_N G_1 G_2$ (см. рис. 10.б), образованный Северным полюсом мира (P_N) галактикой М31

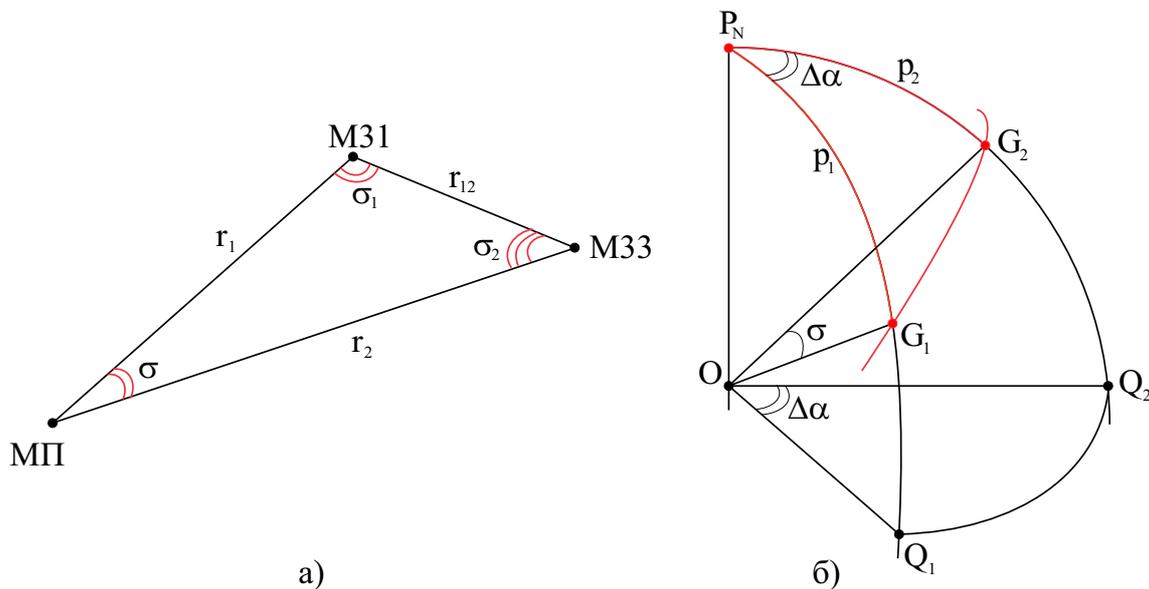


Рис. 10. К определению а) плоского треугольника, в вершинах которого расположены данные галактики, б) сферического треугольника "Серверный полюс мира-М31-М33".



Рис. 11. К определению угла между галактиками M31 и M33 с помощью плагина "Угломер" в виртуальном компьютерном планетарии Stellarium.

(G_1) и галактикой M33 (G_2). Учтем далее, что дуга $P_N G_1$ определяется полярным расстоянием (p_1) галактики M31, отсчитываемым вдоль круга склонения $P_N Q_1$, а дуга $P_N G_2$ определяется полярным расстоянием (p_2) галактики M33, отсчитываемым вдоль круга склонения $P_N Q_2$. Угол при полюсе мира равен разности прямых восхождений ($\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$) данных галактик, а дуга $G_1 G_2$

большого круга есть искомая величина σ . Воспользуемся формулой косинусов для данного сферического треугольника:

$$\begin{aligned}\cos \sigma &= \cos p_1 \cos p_2 + \sin p_1 \sin p_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \Rightarrow \\ \cos \sigma &= \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \cos \delta_1 \cos \delta_2 + \sin \delta_1 \sin \delta_2, \Rightarrow \\ \sigma &= \arccos [\cos(\alpha_2 - \alpha_1) \cos \delta_1 \cos \delta_2 + \sin \delta_1 \sin \delta_2] = 14.785^\circ.\end{aligned}\quad (15)$$

При записи последнего результата была использована связь между полярным расстоянием p_i и склонением δ_i светила в виде:

$$p_i + \delta_i = 90^\circ, \Rightarrow p_i = 90^\circ - \delta_i.$$

В результате, с использованием формулы (14), получаем искомое расстояние $r = 255.2$ кпк (6 баллов).

4. Угол между направлениями на Млечный путь и М33 с позиции гипотетического наблюдателя, расположенного в галактике М31, определим также с использованием теоремы косинусов для плоского треугольника, в вершинах которого расположены данные галактики (см. рис. 10.а), 2 балла):

$$\begin{aligned}r_2^2 &= r_1^2 + r_{12}^2 - 2r_1 r_{12} \cos \sigma_1, \Rightarrow \cos \sigma_1 = \frac{r_1^2 + r_{12}^2 - r_2^2}{2r_1 r_{12}} = -0.4378, \Rightarrow \\ \sigma_1 &= 115.9^\circ.\end{aligned}\quad (16)$$

5. Для определения ответа на последний вопрос задачи вычислим видимую звездную величину галактики Млечный путь с позиции гипотетического наблюдателя, расположенного в галактике М31 и М33:

$$m_{MW}^{(M31)} = M_0 + 5 \lg r_1 - 5 = 3.40^m, \quad m_{MW}^{(M33)} = M_0 + 5 \lg r_2 - 5 = 3.77^m. \quad (17)$$

Из последних результатов следует, что Млечный Путь будет виден невооруженным глазом (поскольку $m_{MW}^{(M31)}, m_{MW}^{(M33)} < +6.0^m$) с позиции гипотетических наблюдателей (при удачном расположении самого наблюдателя в теле галактики), расположенных в галактиках М31 и М33 (2 балла).

Ответ: к задаче представляется выражениями: 1) (12), 2) (13), 3) (13), $r = 255.2$ кпк, 4) (16), 5) (17), будет виден невооруженным глазом из М31 и М33. (14 баллов).

Задача № 8. «Запуск межзвездного КА»

Решение. 1. Для того чтобы космический аппарат (КА) покинул пределы Солнечной системы, необходимо, чтобы его полная механическая энергия на границе Солнечной системы была больше или равна нулю. Рассмотрим предельный случай, когда полная механическая энергия равна нулю. Используя

закон сохранения полной механической энергии, можно записать уравнение вида (3 балла):

$$0 = \frac{m V_{\odot}^{(0)2}}{2} - \frac{G m \mathcal{M}_{\odot}}{r_{\oplus}} - \frac{G m \mathcal{M}_{\oplus}}{(\mathcal{R}_{\oplus} + h)}, \Rightarrow V_{\odot}^{(0)} = \sqrt{2 \left[\frac{G \mathcal{M}_{\odot}}{r_{\oplus}} + \frac{G \mathcal{M}_{\oplus}}{(\mathcal{R}_{\oplus} + h)} \right]}. \quad (18)$$

В правой части закона сохранения энергии первое слагаемое определяет кинетическую энергию КА относительно Солнца на земной орбите, второе слагаемое определяет потенциальную энергию гравитационного взаимодействия КА с Солнцем, при условии, что Земля находится на расстоянии r_{\oplus} от Солнца и, наконец, последнее слагаемое в правой части определяет потенциальную энергию гравитационного взаимодействия данного КА с Землей, при условии, что высота его орбиты – h .

2. Выясним, при каких условиях гелиоцентрическая скорость КА на старте будет минимальной. Заметим, что второе слагаемое подкоренного выражения (18) для скорости V_{\odot} является постоянной величиной. И лишь первое слагаемое может изменяться в зависимости от значения гелиоцентрического расстояния r_{\oplus} Земли. Очевидно, последняя величина принадлежит интервалу:

$$a_{\oplus}(1 - \varepsilon_{\oplus}) \leq r_{\oplus} \leq a_{\oplus}(1 + \varepsilon_{\oplus}), \text{ или } 0.9833 \text{ а.е.} \leq r_{\oplus} \leq 1.0067 \text{ а.е.},$$

здесь $a_{\oplus}, \varepsilon_{\oplus}$ – большая полуось и эксцентриситет орбиты Земли. Следовательно гелиоцентрическая скорость КА на старте принадлежит интервалу (3 балла):

$$\sqrt{\frac{2 G \mathcal{M}_{\odot}}{a_{\oplus}(1 + \varepsilon_{\oplus})} + \frac{2 G \mathcal{M}_{\oplus}}{(\mathcal{R}_{\oplus} + h)}} \leq V_{\odot}^{(0)} \leq \sqrt{\frac{2 G \mathcal{M}_{\odot}}{a_{\oplus}(1 - \varepsilon_{\oplus})} + \frac{2 G \mathcal{M}_{\oplus}}{(\mathcal{R}_{\oplus} + h)}}, \text{ или}$$

$$42.465 \text{ км/с} \leq V_{\odot} \leq 43.157 \text{ км/с}. \quad (19)$$

Очевидно, что левая граница последнего интервала "достигается" в начале июля (1-5 июля), когда Земля проходит свой афелий, а правая граница соответственно – в начале января (2-5 января), когда Земля проходит свой перигелий.

3. Гелиоцентрическая скорость V_{\odot} КА может быть представлена как геометрическая сумма двух векторов скоростей: вектора гелиоцентрической скорости Земли \vec{V}_{\oplus} и вектора геоцентрической скорости КА \vec{V}' ,

$$V_{\odot} = \vec{V}_{\oplus} + \vec{V}', \Rightarrow V_{\odot} = \sqrt{V_{\oplus}^2 + V'^2 + 2V_{\oplus} V' \cos \alpha},$$

здесь α – угол между векторами скоростей \vec{V}_{\oplus} и \vec{V}' . Очевидно, что величина V_{\odot} достигает максимального значения при $\alpha = 0^{\circ}$, т.е. когда векторы

\vec{V}_\oplus и \vec{V}' сонаправлены в пространстве, т.е. когда запуск КА выполняется в направлении орбитального движения Земли. Если обращение КА вокруг центра Земли совершается в том же направлении, что и ее суточное вращение, то такая ситуация возможна лишь в истинную местную полночь на меридиане, над которым выполняется запуск, в противном случае – в местный истинный полдень (3 балла)!

С использованием второго закона Ньютона и законов сохранения энергии и орбитального момента импульса Земли можно получить явные выражения для данных скоростей (2 балла):

$$V_\oplus = \sqrt{G \mathfrak{M}_\odot \left[\frac{2}{r_\oplus} - \frac{1}{a_\oplus} \right]}, \quad V' = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)}}, \quad (20)$$

Работа, совершаемая реактивными двигателями ракетносителя КА, может быть определена с использованием теоремы об изменении кинетической энергии:

$$\begin{aligned} A_{\text{eng}} &= \frac{m V_\oplus^{(0)2}}{2} - \frac{m V_\oplus^2}{2} = \frac{m}{2} \left[\frac{2G \mathfrak{M}_\odot}{r_\oplus} + \frac{2G \mathfrak{M}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)} - (V_\oplus + V')^2 \right] = \\ &= \frac{m}{2} \left[\frac{G \mathfrak{M}_\odot}{a_\oplus} + \frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)} - 2 \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)}} \sqrt{G \mathfrak{M}_\odot \left[\frac{2}{r_\oplus} - \frac{1}{a_\oplus} \right]} \right]. \quad (21) \end{aligned}$$

Анализ структуры последнего выражения показывает, что лишь последнее слагаемое зависит от гелиоцентрического расстояния Земли. Очевидно, чтобы искомая работа была минимальна, необходимо, чтобы последнее слагаемое было максимальным, что достигается в перигелии орбиты Земли. В результате, минимальная работа реактивных двигателей может быть представлена так

$$\begin{aligned} A_{\text{eng}}^{(\text{min})} &= \frac{m}{2} \left[\frac{G \mathfrak{M}_\odot}{a_\oplus} + \frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)} - 2 \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)}} \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_\odot}{a_\oplus} \left(\frac{1 + \varepsilon_\oplus}{1 - \varepsilon_\oplus} \right)} \right] = \\ &= 6.05 \cdot 10^{10} \text{ Дж}. \quad (22) \end{aligned}$$

Т.о., при отправке КА в период 2-5 января в истинную полночь при прямом обращении (или в истинный полдень при обратном обращении) вокруг Земли работа реактивных двигателей его ракетносителя достигает минимального значения (3 балла).

Ответ: отправке КА в период 2-5 января, в истинную местную полночь при прямом обращении (или в истинный местный полдень при обратном обращении) вокруг Земли; минимальное значение работы определяется выражением (22). (14 баллов).

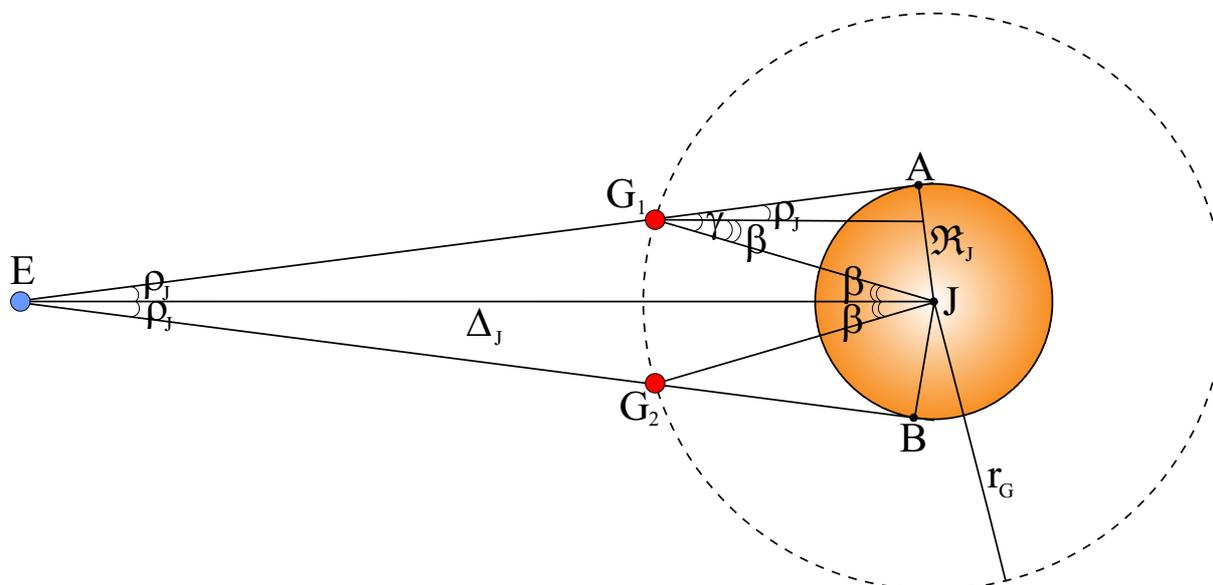


Рис. 12. К определению времени транзита Ганимеда по диску Юпитера.

Задача № 9. «Вероятность "отлова" транзита Ганимеда»

Решение. Прежде всего отметим, что данное событие ("поймка" транзита Ганимеда) является комплексным событием и включает в себя два разных простых события, не связанных между собой причинной связью: 1-ое событие – это выезд астронома любителя по субботам на наблюдение планет-гигантов, 2-ое событие – это явление транзита Ганимеда по диску Юпитера. Еще раз подчеркнем, что данные простые события не связаны между собой причинно-следственной связью. Значит вероятность "поймки" транзита Ганимеда астрономом-любителем может быть представлена в виде произведения вероятностей двух независимых простых событий (3 балла):

$$P_{\text{tot}} = P_1 \cdot P_2. \quad (23)$$

Определим каждый множитель отдельно.

1. Заметим, что периодичность первого процесса – одна неделя продолжительностью $N_d = 7$ сут. Астроном выезжает лишь один день в неделю, следовательно вероятность "выбора нужного дня" составляет $1/N_d$. Важно отметить, что Юпитер на момент наблюдения находился вблизи экватора, следовательно его продолжительность пребывания над горизонтом составляла приблизительно половину суток, т.е. $\tau_0/2$, где $\tau_0 = 24$ часа. При этом из этого окна наблюдений астроном использовал лишь произвольные $t_0 = 2$ часа. В итоге вероятность первого события составляет величину (4 балла):

$$P_1 = \left(\frac{1}{N_d}\right) \times \left(\frac{t_0}{\tau_0/2}\right) = 2 \left(\frac{1}{N_d}\right) \times \left(\frac{t_0}{\tau_0}\right) = \frac{1}{42}. \quad (24)$$

2. Вероятность транзита Ганимеда в данный момент времени можно оценить отношением продолжительности его транзита τ_{tr} к сидерическому периоду $T_G = 7.1545$ сут обращения спутника относительно Юпитера (смещением

Юпитера относительно Земли на интервале T_G будем пренебрегать!):

$$P_2 = \frac{\tau_{\text{tr}}}{T_G}. \quad (25)$$

Заметим, что данное геоцентрическое расстояние Юпитера отвечает его положению вблизи противостояния. Следовательно на интервале T_G расстояние между Землей и Юпитером изменилось крайне незначительно и можно также пренебречь его изменением. Для определения интервала τ_{tr} рассмотрим рис. 12. Очевидно, земной наблюдатель видит транзит Ганимеда, если последний находится на малой дуге орбиты G_1G_2 . Тогда время транзита можно определить как

$$\tau_{\text{tr}} = \frac{G_1\overset{\circ}{G}_2}{\omega_G} = \frac{2\beta}{360^\circ}T_G.$$

Для определения β рассмотрим прямоугольный треугольник $\triangle G_1AJ$, очевидно, что

$$\sin \gamma = \frac{\mathfrak{R}_J}{r_G}, \Rightarrow \gamma = \arcsin \left[\frac{\mathfrak{R}_J}{r_G} \right] = 3.8311^\circ.$$

При этом, согласно рисунку, имеем

$$\gamma = \rho_J + \beta, \Rightarrow \beta = \gamma - \rho_J,$$

где ρ_J – угловой радиус Юпитера, определяемый из прямоугольного треугольника $\triangle EAJ$:

$$\sin \rho_J = \frac{\mathfrak{R}_J}{r_G}, \Rightarrow \rho_J = \arcsin \left[\frac{\mathfrak{R}_J}{r_G} \right] = 0.0064^\circ.$$

В итоге $\beta = 3.825^\circ$, а время транзита составляет $\tau_{\text{tr}} = 0.152$ сут. Согласно (25), вероятность второго события – $P_2 = 2.12 \cdot 10^{-2}$. В результате вероятность "поимки" транзита Ганимеда, согласно (23), будет $P_{\text{tot}} = 5.1 \cdot 10^{-4} \approx 1/2000$, что соответствует одному успешному сеансу наблюдений из 2000 проведенных, т.е. 1 раз в 38.5 лет (**7 баллов**).

Ответ: $P_{\text{tot}} = 5.1 \cdot 10^{-4}$. (14 баллов).

Задача № 10. «Прощальный "взгляд" КА Voyager-1 на систему «Земля-Луна»

Решение. 1. Согласно определению, **фазой небесного тела** называется скалярная величина, равная отношению площади $S_{\text{осв}}$ освещенной части поверхности видимого диска к площади $S_{\text{д}}$ всего диска небесного тела, то есть

$$\Phi = \frac{S_{\text{осв}}}{S_{\text{д}}}. \quad (26)$$

Выполнив ряд геометрических преобразований легко показать, что исходное определение можно свести к отношению ширины серпа (измеряемой вдоль диаметра данного тела) освещенной части диска к диаметру всего диска:

$$\Phi = \frac{d_{\text{серп}}}{D_{\text{д}}}. \quad (27)$$

Из рис. 6 очевидно, что диски Земли и Луны освещены, приблизительно, наполовину. Следовательно фазы данных тел приблизительно одинаковы и равны $\Phi_{\oplus} \approx \Phi_{\zeta} \approx 0.5$. Однако, к определению данной величины можно подойти и более тонко. Для этого рассмотрим рис. 13 и определим искомую величину на примере Земли. В каком-либо графическом редакторе (или циркулем на бумаге) натянем окружность на образ Земли. Выберем две неблизкие хорды A_1B_1 и A_2B_2 .

Проведем через их центры перпендикуляры и найдем точку их пересечения – центр данной окружности. Построим огибающую линию T_1FT_2 , определяющую терминатор диска Земли. Соединим прямой T_1OT_2 крайние точки терминатора T_1 и T_2 и через ее центр проведем перпендикулярно диаметру данного диска $Q_1Q_2 = D_{\text{д}} = 122$ мм (здесь и далее Ваши значения линейных размеров, определенные по фотографии, могут отличаться от указанных здесь, в силу использования фотографии с иными линейными размерами). Определим отрезок $FQ_2 = d_{\text{серп}} = 60.5$ мм. Из (27) следует, что $\Phi_{\oplus} = 0.496 \approx 0.5$ (1 балл).

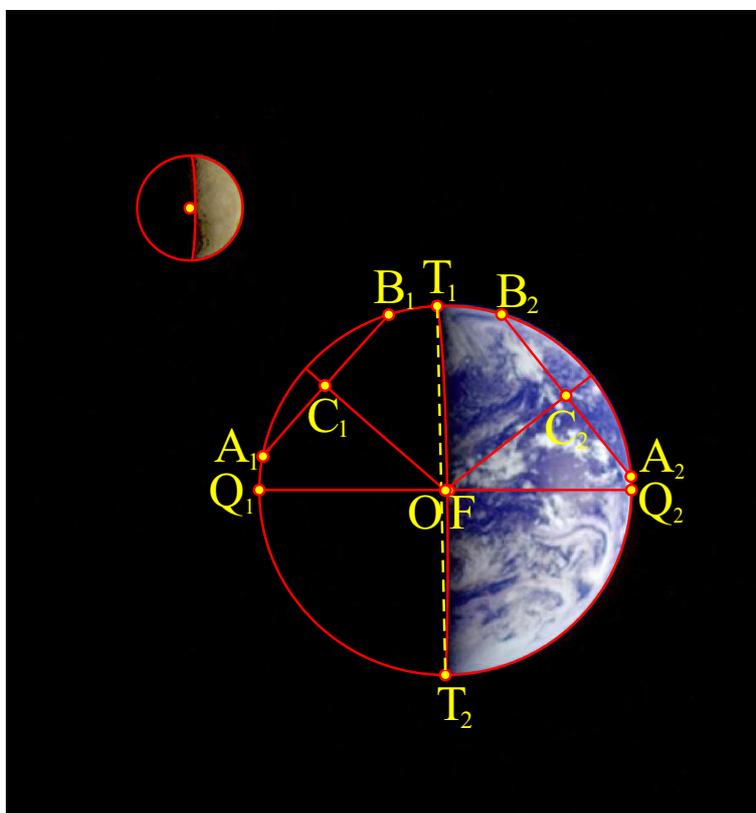


Рис. 13. К определению фазы Земли и Луны.

2. Для определения расстояний от КА до Земли и Луны заметим тот факт, что отношение линейных размеров данных тел (далее диаметры данных тел на фотографии – d_{\oplus} , d_{ζ}) на фотографии равно отношению их угловых размеров (далее угловые диаметры данных тел в действительности – D''_{\oplus} , D''_{ζ}) в действительности на момент съемки. Пусть r_{\oplus} – расстояние от КА до Земли на момент съемки, тогда расстояние от КА до Луны – $r_{\zeta} = r_{\oplus} \pm a_{\zeta}$ (поскольку КА, Земля и Луна расположены почти на одной прямой), где a_{ζ} – радиус

орбиты Луны. Здесь двойной знак указывает на неопределенность положения Луны по отношению к Земле. К сожалению, по фотографии невозможно определить ближе или дальше находится Луна относительно Земли с позиции КА. В итоге можно записать

$$\frac{d_{\oplus}}{d_{\zeta}} = \frac{D''_{\oplus}}{D''_{\zeta}} = \frac{2 \mathfrak{R}_{\oplus}}{r_{\oplus}} : \frac{2 \mathfrak{R}_{\zeta}}{r_{\oplus} \pm a_{\zeta}} = \frac{\mathfrak{R}_{\oplus}}{\mathfrak{R}_{\zeta}} \left[1 \pm \frac{a_{\zeta}}{r_{\oplus}} \right], \Rightarrow \frac{d_{\oplus} \mathfrak{R}_{\zeta}}{d_{\zeta} \mathfrak{R}_{\oplus}} = 1 \pm \frac{a_{\zeta}}{r_{\oplus}}, \Rightarrow$$

$$r_{\oplus} = \pm a_{\zeta} \left[\frac{d_{\oplus} \mathfrak{R}_{\zeta}}{d_{\zeta} \mathfrak{R}_{\oplus}} - 1 \right]^{-1}. \quad (28)$$

Выполняя расчет согласно последней формуле, получаем в случае $d_{\oplus} = 122$ мм, $d_{\zeta} = 34.5$ мм положительный корень $r_{\oplus} = 28.3 a_{\zeta} = 10.88$ млн. км в случае $r_{\zeta} = r_{\oplus} - a_{\zeta} = 28.3 a_{\zeta} = 10.50$ млн. км. Т.о., Луна на момент съемки находилась к КА ближе чем Земля (6 баллов).

3. Угловые диаметры данных небесных тел представляются так (2 балла)

$$D''_{\oplus} = \frac{2 \mathfrak{R}_{\oplus}}{r_{\oplus}} \times 3438' = 4.02', \quad D''_{\zeta} = \frac{2 \mathfrak{R}_{\zeta}}{r_{\zeta}} \times 3438' = 1.14'. \quad (29)$$

4. Поскольку Земля и Луна освещены наполовину, то направления на Солнце и на КА, с позиции земного наблюдателя, были взаимно перпендикулярны. Следовательно КА находился дальше от Солнца чем Земля. Значит Земля и Луна для КА были внутренними телами. Тогда для КА они располагались в восточной элонгации. В свою очередь, для земного наблюдателя КА находился в западной квадратуре (2 балла).

5. С использованием прямоугольного треугольника "Солнце-Земля-КА" можно определить угол между направлениями на Землю и Солнце с позиции КА (2 балла):

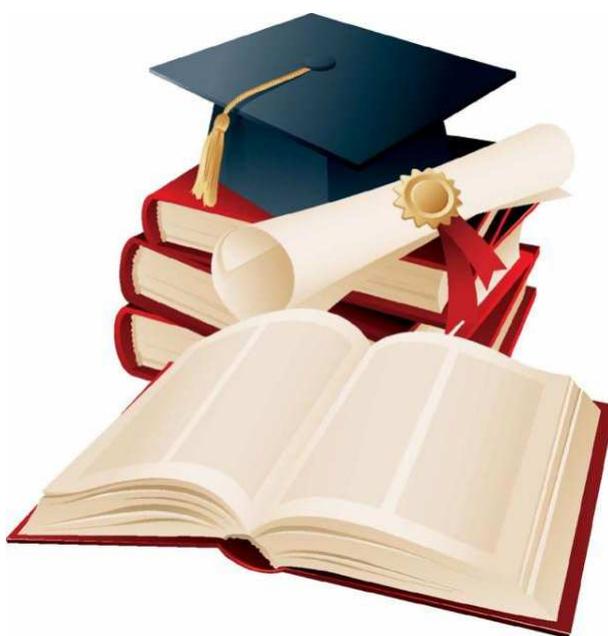
$$\operatorname{tg} \varphi_s = \frac{a_{\oplus}}{r_{\oplus}} = 13.75, \Rightarrow \varphi_s = 85.6^\circ. \quad (30)$$

6. Гелиоцентрическое расстояние КА определим с помощью теоремы Пифагора (2 балла):

$$r_{\odot} = \sqrt{a_{\oplus}^2 + r_{\oplus}^2} = 149.99 \text{ млн. км.} \quad (31)$$

Ответ: 1) $\Phi_{\oplus} \approx \Phi_{\zeta} \approx 0.5$, 2) $r_{\oplus} = 10.88$ млн. км, $r_{\zeta} = 10.50$ млн. км, 3) значения (29), 4) в восточной элонгации; в западной квадратуре, 5) значение (30), 6) (31). (15 баллов).

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре) на расстоянии Земли – 1361 Вт/м^2
- Солнечная постоянная (в видимом свете) на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81.3$ массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \text{tg } x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\text{tg}(x \pm \alpha) \approx \text{tg } \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

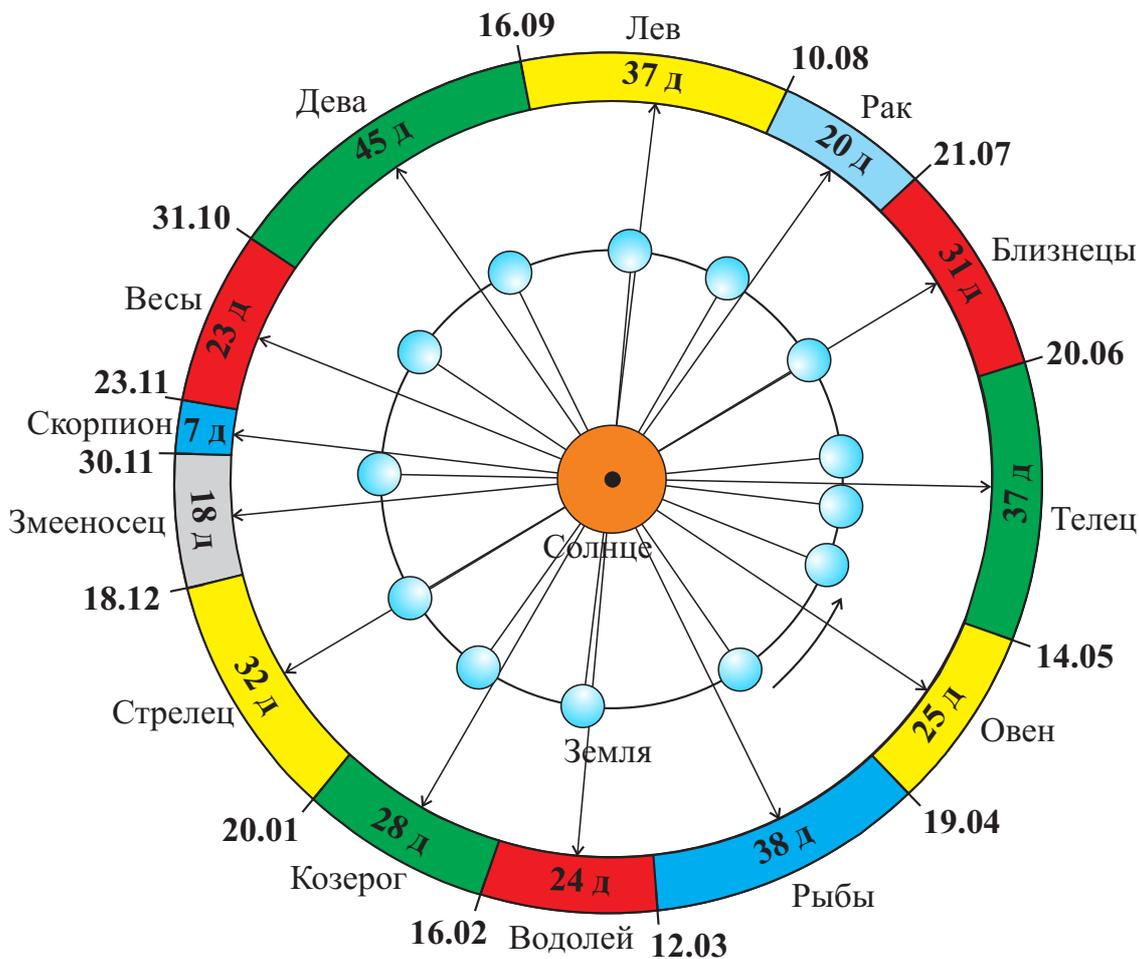


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

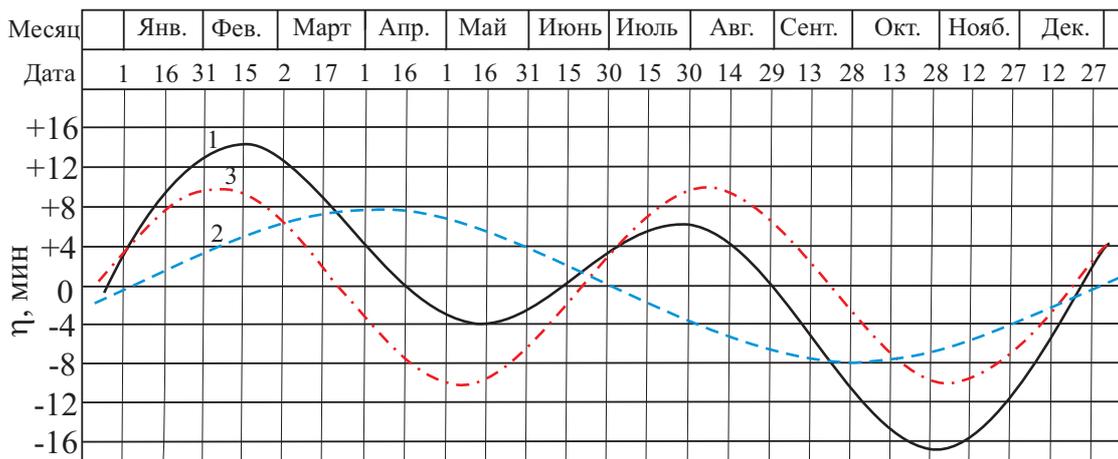


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 – уравнение времени, 2 – уравнение центра, 3 – уравнение от наклона эклиптики.

А.10. Некоторые характеристики звезд

Болометрические поправки ΔM_b

Спектр	ΔM_b	Спектр	ΔM_b		
			Гл. последовательность	Гиганты	Сверхгиганты
B0	- 2.70	F5	- 0.04	- 0.08	- 0.12
B5	- 1.58	F8	- 0.05	- 0.17	- 0.28
A0	- 0.72	G0	- 0.06	- 0.25	- 0.42
A5	- 0.31	G2	- 0.07	- 0.31	- 0.52
F0	- 0.09	G5	- 0.10	- 0.39	- 0.65
F2	- 0.04	G8	- 0.10	- 0.47	- 0.80
		K0	- 0.11	- 0.54	- 0.93
		K2	- 0.15	- 0.72	- 1.20
		K3	- 0.31	- 0.89	- 1.35
		K4	- 0.55	- 1.11	- 1.56
		K5	- 0.85	- 1.35	- 1.86
		M0	- 1.43	- 1.55	- 2.2
		M1	- 1.70	- 1.72	- 2.6
		M2	- 2.03	- 1.95	- 3.0
		M3	- 2.35	- 2.26	- 3.6
		M4	- 2.7	- 2.72	- 3.8
		M5	- 3.1	- 3.4	- 4.0

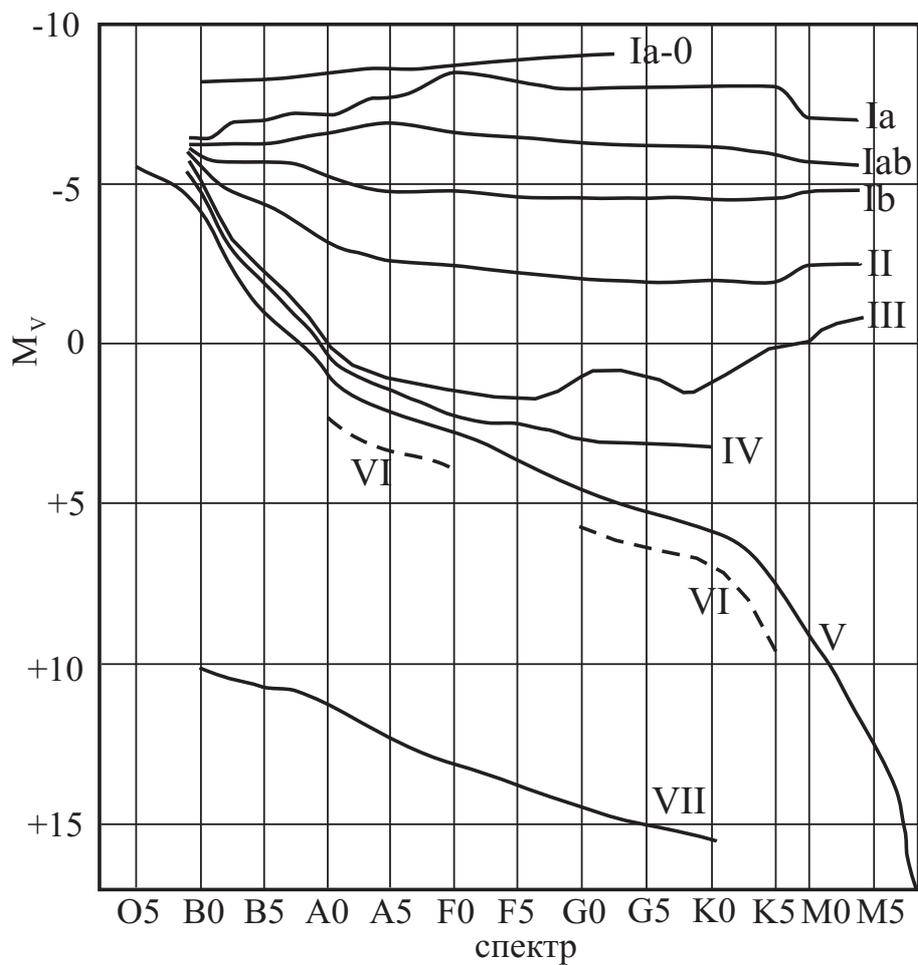


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ПЕРИОДЫ	A	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	(H)												
2	Li	Be		B	C	N	O	F	Ne				
3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar					
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni			
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd			
6	Cs	Ba	La*	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt			
7	Fr	Ra	Ac**	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt				
	<p>Символ элемента. Относительная атомная масса. Порядковый номер. Название элемента. Распределение электронов на энергетических уровнях.</p>												
	<p>FORMУЛЫ ВЫСОКИХ ОКСИДОВ</p>												
	<p>FORMУЛЫ ЛЕГКИХ ОКСИДОВ</p>												
	<p>FORMУЛЫ ЛЕГКИХ ОДНОРОДНЫХ СОЕДИНЕНИЙ</p>												
	<p>ЛАНТАНОИДЫ*</p>												
	<p>АКТИНОИДЫ**</p>												

Рис. А.4. Таблица Менделеева.